

# INS/GPS 多传感器车载组合导航系统算法研究

李宝林, 李勇建, 刘 勇, 李星海

(中国电子科技集团公司第26研究所, 重庆 400060)

**摘 要:**理论分析光纤陀螺和石英挠性加速度计的传感原理,对组合导航系统中的惯性测量单元(IMU)建立相应的误差模型,其误差模型包含了IMU传感器的标度因数的非线性模型、零偏的漂移模型、交叉耦合误差模型和标度因数、零偏的温度模型等。针对建立的误差模型进行误差补偿,同时针对车载环境设计了IMU传感器信号的数字滤波器,提高组合导航系统在车载环境下的适应性。GPS、高度计、里程计等多传感器信息的引入克服了惯性传感器独立长时间导航的发散问题。针对车载组合导航系统的非线性误差模型,设计了UKF组合导航算法,进行仿真和跑车试验,该方法能有效改善组合导航系统在劣等路面跑车试验效果。

**关键词:**UKF;误差补偿;惯性测量单元(IMU);GPS;滤波

**中图分类号:**V241.5

**文献标识码:**A

## Optimized Arithmetic of INS/GPS Multi-sensor Integrated Navigation System Used in Vehicle

LI Baolin, LI Yongjian, LIU Yong, LI Xinghai

(26th Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Chongqing 400060, China)

**Abstract:** Sensing principle of fiber optic gyroscope and quartz flexibility(Q-flex) accelerometer is analyzed theoretically. Error model which is made up of the scale-factor nonlinearity model, bias model, cross-coupling error model and temperature model of IMU in the integrated navigation system is established. The error of the IMU is compensated and digital filter for the signal of IMU sensors is schemed in order to improve the applicability of the integrated navigation system in vehicle. GPS, barometer and rotary encoder are used in the integrated navigation system for resolving the problem of non-convergence caused by the long term navigation. The integrated navigation arithmetic using unscented kalman filter is schemed in order to solve the problem of nonlinearity errors in navigation system. The result of simulation and dynamic test of UKF in execrable road is exciting. The above-mentioned methods enhance the overall navigation performance.

**Key words:** UKF; error compensation; IMU; GPS; filter

### 0 引言

惯性导航、GPS导航、罗盘导航等各种导航方法各有其优点和特色,但也存在固有的不足。因此,结合各种导航方法的优点,研究多传感器融合的组合导航系统具有重要的理论意义和实际应用价值。组合导航系统信息处理的核心是导航滤波器,目前应用最广泛的是Kalman滤波器<sup>[1]</sup>,其在系统为线性系统且噪声统计特性已知的情況下,精度较高;但当系统时变或具有非线性且噪声统计特性未知时,其效果会变得很差,甚至发散。UKF<sup>[1-2]</sup>滤波算法直接使用系统的非线性模型,不需对非线性系统线性化。同时,为了提高系统精度,还针对惯性测量单

元(IMU)中的光纤陀螺和石英挠性加速度计建立了误差模型,进行了误差补偿,并设计了车载环境下的IMU信号数字滤波器。

### 1 IMU传感器数据预处理

INS/GPS多传感器车载组合导航系统中的IMU采用光纤陀螺仪和石英挠性加速度计组成。经过误差补偿、温度补偿和数字滤波后,光纤陀螺的随机漂移约 $0.05(^{\circ})/h$ ,加速度计随机漂移大约 $3 \times 10^{-5}g$ 。

#### 1.1 光纤陀螺误差补偿模型

光纤陀螺通过速率试验标定其标度因数和陀螺安装误差<sup>[3-5]</sup>,初始位置分别为北-西-天、北-天-东、

收稿日期:2011-04-05

作者简介:李宝林(1979-),男,河北唐山人,硕士,主要从事惯性技术的研究。

天-东-北,绕3个位置的天向和地向做速率试验,3个位置IMU所敏感的角速率方程依次为

$$\begin{bmatrix} \omega_{x1} \\ \omega_{y1} \\ \omega_{z1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & \sin \omega t & 0 \\ -\sin \omega t & \cos \omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \cos \varphi \\ 0 \\ \omega + \omega_x \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{x2} \\ \omega_{y2} \\ \omega_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega t & 0 & -\sin \omega t \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega t & 0 & \cos \omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \cos \varphi \\ \omega + \omega_x \sin \varphi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{x3} \\ \omega_{y3} \\ \omega_{z3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega t & \sin \omega t \\ 0 & -\sin \omega t & \cos \omega t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega + \omega_x \sin \varphi \\ 0 \\ \omega_x \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (3)$$

将绕天向转动的方程与绕地向转动的方程进行相关运算得

$$N_{gx}/K_{gx} = \omega_x + E_{gtx}\omega_y + E_{gty}\omega_z + D_{x0} \quad (4)$$

$$N_{gy}/K_{gy} = \omega_y + E_{gyx}\omega_x + E_{gyz}\omega_z + D_{y0} \quad (5)$$

$$N_{gz}/K_{gz} = \omega_z + E_{gzy}\omega_x + E_{gzx}\omega_y + D_{z0} \quad (6)$$

最后得到光纤陀螺的误差补偿方程为

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & E_{gtx} & E_{gty} \\ E_{gyx} & 1 & E_{gyz} \\ E_{gzy} & E_{gzx} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{N_{gx}}{K_{gx}} - D_{x0} \\ \frac{N_{gy}}{K_{gy}} - D_{y0} \\ \frac{N_{gz}}{K_{gz}} - D_{z0} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: $K_{gx}$ 、 $K_{gy}$ 、 $K_{gz}$ 分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴光纤陀螺标度因数; $D_{x0}$ 、 $D_{y0}$ 、 $D_{z0}$ 分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴光纤陀螺零位; $\omega_x$ 、 $\omega_y$ 、 $\omega_z$ 分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴光纤陀螺敏感的角速度; $N_{gx}$ 、 $N_{gy}$ 、 $N_{gz}$ 分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴光纤陀螺输出值; $E_{gtx}$ 、 $E_{gty}$ 分别为 $y$ 、 $z$ 轴光纤陀螺的安装误差角; $E_{gyx}$ 、 $E_{gyz}$ 分别为 $x$ 、 $z$ 轴光纤陀螺的安装误差角; $E_{gzy}$ 、 $E_{gzx}$ 分别为 $x$ 、 $y$ 轴光纤陀螺的安装误差角。

## 1.2 加速度计误差补偿模型

加速度计的标度因数、零位误差、安装误差、二次耦合项误差、二次非线性误差通过位置试验确定<sup>[3-5]</sup>。

经过简化的加速度计误差补偿模型:

$$\begin{cases} N_{ax}/K_{ax} = D_{ax0} + A_x + A_2 A_y + A_3 A_z + A_4 A_x^2 \\ N_{ay}/K_{ay} = D_{ay0} + B_1 A_x + A_y + B_3 A_z + B_4 A_y^2 \\ N_{az}/K_{az} = D_{az0} + C_1 A_x + C_2 A_y + A_z + C_4 A_z^2 \end{cases} \quad (8)$$

得到,加速度计误差补偿方程为

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & 1 & B_3 \\ C_1 & C_2 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} N_{ax}/K_{ax} - D_{ax0} - A_4 (A'_x)^2 \\ N_{ay}/K_{ay} - D_{ay0} - B_4 (A'_y)^2 \\ N_{az}/K_{az} - D_{az0} - C_4 (A'_z)^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: $N_{ax}$ 、 $N_{ay}$ 、 $N_{az}$ 分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴加速度计输出值; $K_{ax}$ 、 $K_{ay}$ 、 $K_{az}$ 分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴加速度计标度因数; $D_{ax0}$ 、 $D_{ay0}$ 、 $D_{az0}$ 分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴加速度计零偏; $A_4$ 、 $B_4$ 、 $C_4$ 分别为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴加速度计二次项系数; $A_2$ 、 $A_3$ 分别为 $y$ 、 $z$ 轴加速度计的安装误差角; $B_1$ 、 $B_3$ 分别为 $x$ 、 $z$ 轴加速度计的安装误差角; $C_1$ 、 $C_2$ 分别为 $x$ 、 $y$ 轴加速度计的安装误差角。

## 1.3 光纤陀螺和加速度计温度补偿模型

光纤陀螺和加速度计的标度因数、零偏等参数均是温度或温度变化量的函数,只有经过温度补偿后才能使光纤陀螺和加速度计的各项主要参数在全温范围内达到系统使用要求。

光纤陀螺在 $t_0$ 和 $t_1$ 时的误差模型包含了标度因数和零偏两个模型<sup>[3-5]</sup>,对光纤陀螺的标度因数和零偏分别进行温度补偿。

温度为 $t_i$ 时,陀螺输出

$$N_{ii} = K_0(t_i) + K_1(t_i)\omega_{ii} \quad (10)$$

$$K_0(t_i) = K_0(t_0) + n^* \delta t + m^* \delta t^2 + \dots +$$

$$s^* \delta t^n = K_0(t_0) + \delta K_0(t_i) \quad (11)$$

$$K_1(t_i) = K_1(t_0) + p^* \delta t + q^* \delta t^2 + \dots +$$

$$r^* \delta t^n = K_1(t_0) + \delta K_1(t_i) \quad (12)$$

$$N_{ii} = K_0(t_i) + K_1(t_i)\omega_{ii} = (K_0(t_0) +$$

$$\delta K_0(t_i)) + (K_1(t_0) + \delta K_1(t_i))\omega_{ii} =$$

$$K_0(t_0) + \delta K_0(t_i) + K_1(t_0)\omega_{ii} +$$

$$\delta K_1(t_i)\omega_{ii} \quad (13)$$

温度为 $t_0$ 时,陀螺输出

$$N_{i0} = K_0(t_0) + K_1(t_0)\omega_{i0} \quad (14)$$

$$N_{ii} = N_{i0} - K_0(t_0) + K_1(t_0)\omega_{i0} =$$

$$\delta K_0(t_i) + \delta K_1(t_i)\omega_{i0} \quad (15)$$

式中: $K_0(t_i)$ 、 $K_1(t_i)$ 为光纤陀螺在温度 $t_i$ 的零偏和标度因数; $N_{i0}$ 为光纤陀螺在温度 $t_0$ 时的输出; $N_{ii}$ 为光纤陀螺在温度时的输出; $N_{ii}$ 为光纤陀螺在温度时的补偿量; $\delta t = t_i - t_0$ 为光纤陀螺温度梯度。

加速度计的温度补偿模型同光纤陀螺温度补偿模型。

经过温度补偿后传感器标度因数对比如图1所示,零偏变化对比如图2所示。

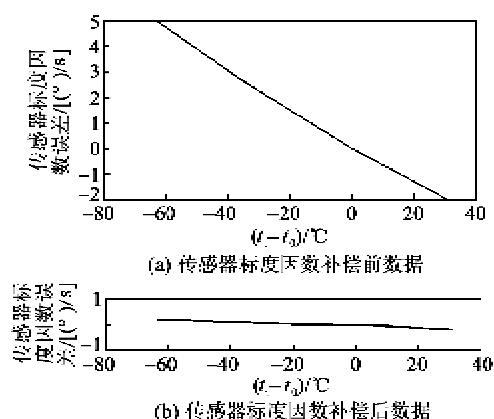


图 1 经过温度补偿后传感器标度因数误差变化图

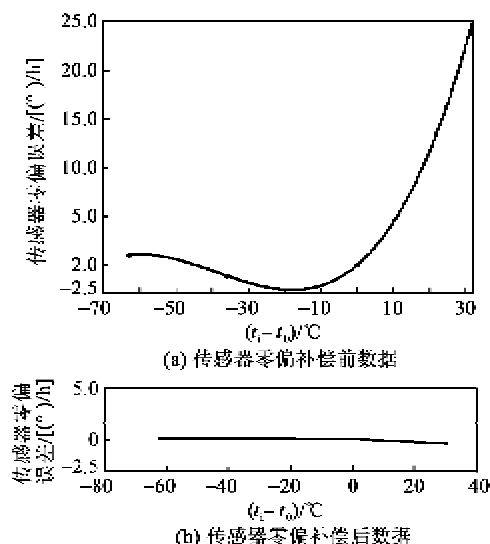


图 2 经过温度补偿后传感器零偏误差变化图

#### 1.4 车载环境下传感器信号数字滤波器设计

对 IMU 传感器随机误差研究的最终目的是尽可能消除随机噪声对 IMU 传感器的影响,即 IMU 传感器随机误差的滤波技术,对 IMU 传感器输出数据采用快速傅里叶变化(FFT)分析其频谱特性,选择合适的数字滤波器,计算滤波器系数,然后再对 IMU 传感器输出数据进行滤波处理,以尽可能消除随机噪声对 IMU 传感器的影响。由于车载环境下 IMU 传感器的输出数据主要集中在低频段,故设计相应的低通滤波器对 IMU 传感器的输出数据进行低通滤波处理,根据实际使用效果选用切比雪夫 II 型低通滤波器。切比雪夫 II 型数字低通滤波器传递函数的 Z 变换为

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b(1) + b(2)z^{-1} + \dots + b(n+1)z^{-n}}{1 + a(2)z^{-1} + \dots + a(n+1)z^{-n}} \quad (16)$$

式中  $z$  为 Z 的变换算子。

切比雪夫 II 型数字低通滤波器的传递函数和滤波效果如图 3 所示。

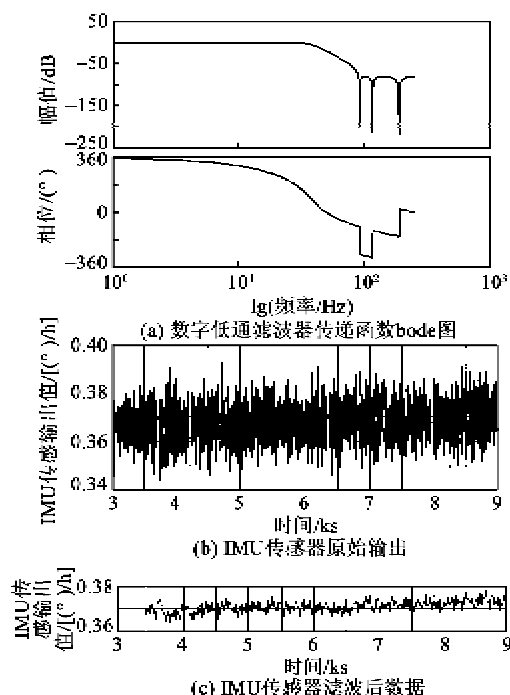


图 3 切比雪夫 II 型数字低通滤波器的传递函数 bode 图和滤波效果图

## 2 Unscented 卡尔曼滤波器设计

由于 INS 系统利用光纤陀螺和加速度计信息,采用积分的解算方法,误差会随着时间不断积累,因此,利用 GPS 信息、高度计、里程计等多传感器信息和 INS 信息进行信息融合,用 UKF 滤波进行参数的最优估计,从而提高组合导航系统的精度。INS/GPS 多传感器车载组合导航系统算法原理<sup>[6-8]</sup>框图如图 4 所示。

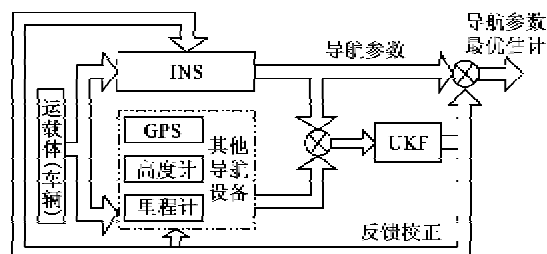


图 4 INS/GPS 多传感器车载组合系统算法原理框图

组合导航系统状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{W}(t) \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{X}(t) = [\delta V_E \ \delta V_N \ \delta V_U \ \delta L \ \delta \lambda \ \delta h \ \delta \phi_E \ \delta \phi_N \ \delta \phi_U \ \epsilon_x \ \epsilon_y \ \epsilon_z \ \nabla_x \ \nabla_y \ \nabla_z]^T$  为状态向量;  $\delta V_E, \delta V_N, \delta V_U$  为 3 轴速度误差;  $\delta L, \delta \lambda, \delta h$

为三维位置误差;  $\delta \phi_E, \delta \phi_N, \delta \phi_U$  为 3 个平台失准角;  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$  为 3 轴光纤陀螺一阶马尔可夫漂移;  $\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z$  为 3 轴加速度计一阶马尔可夫偏置;  $F(t)$  为  $15 \times 15$  阶系统状态转移矩阵。

UKF 是基于 unscented 变换<sup>[7]</sup> 的滤波方法, unscented 变换是计算经过非线性变化的随机变量统计量的一种方法, 其原理是取一组均值和方差均符合高斯分布的点集, 经非线性传播得到相应的一组点集, 再求取变换后的均值和方差。unscented 变换原理框图如图 5 所示。

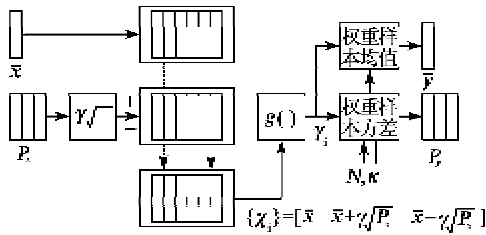


图 5 UKF 滤波的 unscented 变换原理框图

选取 UKF 方法的状态变量  $\mathbf{x}_k^a = [\mathbf{x}_k^T \quad \mathbf{w}_k^T \quad \mathbf{v}_k^T]^T$ , 则  $\mathbf{x}_k^a$  的状态协方差为

$$\mathbf{P}_k^a = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_k & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_k & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R}_k \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{P}_k, \mathbf{Q}_k$  和  $\mathbf{R}_k$  分别为随机变量  $\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k$  和  $\mathbf{v}_k$  的方差;  $\mathbf{x}_k$  为原始状态变量;  $\mathbf{w}_k$  为过程噪声;  $\mathbf{v}_k$  为测量噪声。

离散化后的 UKF 的系统模型和观测模型为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_k, \mathbf{w}_k) \quad (19)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (20)$$

UKF 计算步骤如下:

### 1) 初始化

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = E[\mathbf{x}_0] \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_0 = E[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T] \quad (22)$$

$$\mathbf{x}_0^a = E[\mathbf{x}^a] = [\hat{\mathbf{x}}_0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_0^a = \text{diag}(\mathbf{P}_0 \quad \mathbf{Q} \quad \mathbf{R}) \quad (24)$$

### 2) 计算 sigma-points

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k-1}^a &= [\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a \quad \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a + \gamma \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}^a} \\ &\quad \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^a - \gamma \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}^a}] \end{aligned} \quad (25)$$

式中  $\gamma = \sqrt{N+1}$ 。

### 3) 计算权重系数

$$\mathbf{W}_0^{(m)} = \frac{\lambda}{N+1} \quad (26)$$

$$\mathbf{W}_0^{(\omega)} = \frac{\lambda}{N+1} + (1 - \alpha^2 + \beta) \quad (27)$$

$$\mathbf{W}_i^{(m)} = \mathbf{W}_i^{(\omega)} = \frac{1}{2(N+1)} \quad (28)$$

式中:  $i=1, 2, \dots, 2N$ ;  $\lambda = \alpha^2(N + \kappa) - N$ , 为一个比例因子;  $N$  为状态矢量的维数;  $\alpha$  决定了 sigma-points 的取值范围, 通常取一个很小的正数;  $\kappa=0$ ;  $\beta$  取决于状态矢量的分布, 当  $\mathbf{x}$  服从高斯分布时,  $\beta=2$ 。由此可得

### ① 时间更新方程:

$$\chi_{k/k-1}^x = f(\chi_{k-1}^x, \chi_{k-1}^v, u_{k-1}) \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{W}_i^{(\omega)} \chi_{i,k/k-1}^x \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{W}_i^{(\omega)} [\chi_{i,k/k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}] \cdot [\chi_{i,k/k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}]^T \quad (31)$$

### ② 测量更新方程

$$\mathbf{y}_{k/k-1}^x = h(\chi_{k-1}^x, \mathbf{w}_{k-1}) \quad (32)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{W}_i^{(m)} \mathbf{y}_{i,k/k-1}^x \quad (33)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k} = \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{W}_i^{(\omega)} [\mathbf{y}_{i,k/k-1}^x - \hat{\mathbf{y}}_{k/k-1}] \cdot [\mathbf{y}_{i,k/k-1}^x - \hat{\mathbf{y}}_{k/k-1}]^T \quad (34)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{x}_k \mathbf{y}_k} = \sum_{i=0}^{2N} \mathbf{W}_i^{(\omega)} [\chi_{i,k/k-1}^x - \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1}] \cdot [\mathbf{y}_{i,k/k-1}^x - \hat{\mathbf{y}}_{k/k-1}]^T \quad (35)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{\mathbf{x}_k \mathbf{y}_k} \mathbf{P}_{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k}^{-1} \quad (36)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_{k/k-1}) \quad (37)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k} \mathbf{K}_k^T \quad (38)$$

式中:  $\mathbf{x}^a = [\mathbf{x}^T \quad \mathbf{w}^T \quad \mathbf{v}^T]^T$ ;  $\chi^a = [(\chi^x)^T \quad (\chi^w)^T \quad (\chi^v)^T]^T$ 。

## 3 试验结果

为了综合验证误差补偿模型、数字滤波模型及 unscented KF 滤波模型的实际效果, 设计了相应的跑车试验。跑车试验里程约为 40 km, 其中, 二级公路高级路面 10%, 最大行驶速度为 80 km/h; 三级公路次高级路面 10%, 最大行驶速度为 60 km/h; 四级公路中低级路面(土路)80%, 最大行驶速度为 40 km/h。组合导航系统采用数据未进行预处理的 KF 算法和数据进行预处理的 UKF 算法两种方法解算输出的航向、俯仰、横滚结果分别如图 6~8 所示。试验结果表明, 误差补偿较好的抑制了 IMU 传感器标度因数误差和零偏漂移, 数字滤波较好的降低了 IMU 传感器信号噪声, UKF 滤波对系统的

非线性误差抑制明显。

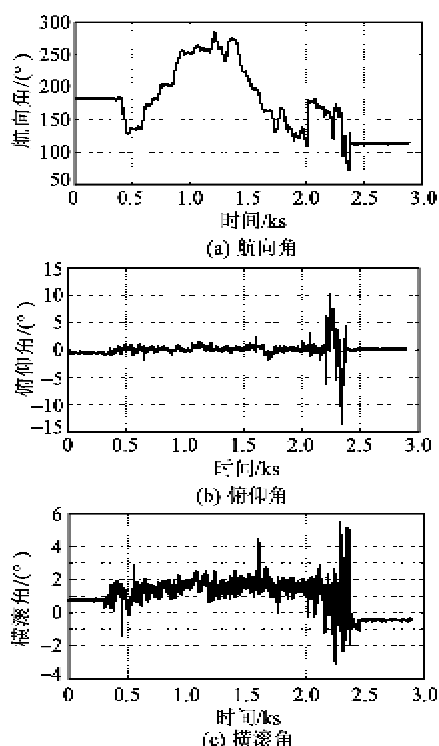


图 6 数据未进行预处理的 KF 算法的跑车试验结果

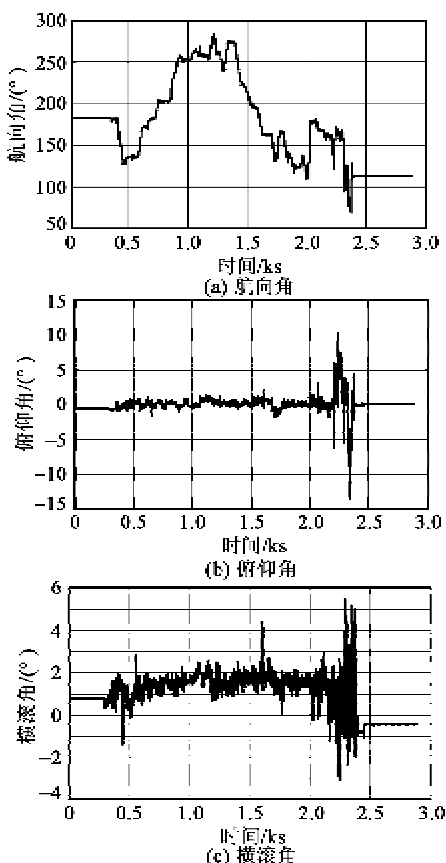


图 7 采用数据预处理的 UKF 算法的跑车试验结果

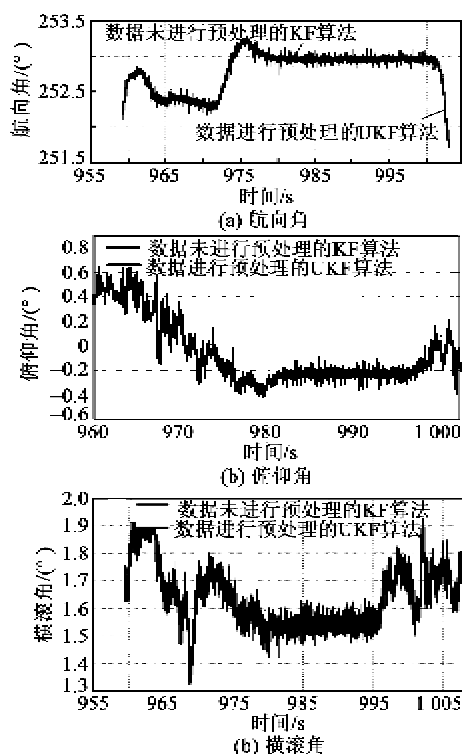


图 8 两种算法跑车试验结果局部对比

#### 4 结束语

本文从理论上分析了光纤陀螺和石英挠性加速度计的传感原理,对组合导航系统中的 IMU 传感器建立了标度因数的非线性模型、零偏的漂移模型、交叉耦合误差模型、标度因数和零偏的温度模型以及 unscented KF 滤波的非线性模型等,并针对 IMU 传感器信号的噪声特性设计了切比雪夫 II 型低通数字滤波器。用本文所述温度补偿模型对传感器的标度因数和零偏补偿取得了良好的效果,数字滤波器对传感器信号噪声进行了有效的抑制。最后进行了跑车试验综合验证,试验结果充分说明上述数学模型的综合效果明显,系统在劣等路面上航向姿态精度较高。

#### 参考文献:

- [1] TITTERTON D H, WESTON J L. Strapdown inertial navigation technology[M]. Second Edition. Herts United Kingdom; The Institution of Electrical Engineers & Reston USA; The American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, 2004.
- [2] ROGERS R M. Applied mathematics in integrated navigation systems[M]. Second Edition. Reston USA; American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, 2003.

(下转第 80 页)