

用改进的 Kirchhoff 方法重构非均匀介质中缺陷形状

郑钢丰¹, 吴斌², 何存富²

(1. 安徽理工大学 材料科学与工程学院, 安徽 淮南 232001; 2. 北京工业大学 机械电子与工程技术学院, 北京 100022)

摘 要:首先导出了非均匀介质中散射体散射截面的表达式, 对含不相关散射体及含相关散射体的非均匀介质中的克拉茂-克朗尼希(Kramers-Kronig)关系的相值进行量化; 并以变化的频率为桥梁, 引入相速度构造非均匀介质中的二维 Kirchhoff 近似公式; 最后通过实验的方法获取数据。应用此公式对非均匀介质中的缺陷形状进行重构, 重构的结果反映了理论公式的可行性。

关键词:形状重构; Kirchhoff 近似; 克拉茂-克朗尼希(Kramers-Kronig); 无损检测

中图分类号:O347 **文献标识码:**A

Shape Reconstruction of Flaws Using Modified Kirchhoff Approximation in Inhomogeneous Medium

ZHENG Gangfeng¹, WU Bin², HE Cunfu²

(1. College of Materials Science and Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 2. College of Mechanical Engineering & Applied Electronics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

Abstract: The mathematic expression for scattering cross section in inhomogeneous material is deduced in this paper. Then, the quantization of Kramers-Kronig relation in inhomogeneous medium containing scatterers and non-chatterers is given. Based on the frequency change, the phase velocity due to the inhomogeneous material is introduced into two-dimensional Kirchhoff approximation formula. Finally, the flaw shapes in inhomogeneous medium is reconstructed by using backscattered ultrasound through experimental method. The results verify the feasibility of flaw scattering theory.

Key words: shape reconstruction; Kirchhoff approximation; Kramers-Kronig; NDE

0 引言

近年来, 国内外学者对均匀介质中的无损探伤进行了广泛研究^[1-3]。众所周知, 材料介质的特性对在其中传播的超声波产生较大影响。然而, 在非均匀介质中由于夹杂、包裹体的存在使超声波在其中传播时产生散射和绕射现象, 致使超声波在传播过程中会发生衰减, 衰减系数随其频率变化且依赖于夹杂、包裹体的尺寸和所占的体积比。与此同时, 衰减还与其在介质中传播的相速度有关。在理论计算时若考虑相速度对频散的依赖时, 则非均匀介质中的缺陷形状及尺寸就能被较准确的重构出来。

在研究中, 提出了一种在含有夹杂体的非均匀介质结构中重构有限尺寸缺陷的方法——以变化的频率为桥梁, 引入相速度构造二维 Kirchhoff 近似方法。这种方法同时考虑到了缺陷与夹杂体的尺寸比例关系。建立在二维 Kirchhoff 近似基础上, 且

由于缺陷的存在而产生背散射波的线性逆散射方法^[4]被应用到缺陷形状的重构中。

1 基本方程

1.1 散射截面面积 $P(\omega)$ 表达式的导出

在弹性区域 R 内, 散射波场的位移方程为

$$u_i = u_i^0 + u_i^s \quad (1)$$

式中: $i=1, 2, 3$, 为笛卡尔直角坐标系 x, y, z 方向上的分量; s 为散射场; u_i 为总声场位移; u_i^0 为入射声场位移; u_i^s 为散射声场位移。

相应的应力场为

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}^s \quad (2)$$

式中: σ_{ij} 为总声场应力; σ_{ij}^0 为入射声场应力; σ_{ij}^s 为散射声场应力。

于是在超声波波场中强度矢量为

$$I_i = \sigma_{ij} \dot{u}_j \quad (3)$$

式中 u_j 为速度场。

收稿日期: 2011-03-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10872001); 安徽省优秀青年科技基金资助项目(10040606Y26); 教育部科学技术研究重点基金资助项目(No. 211076); 淮南市科技计划基金资助项目(2010A03117)

作者简介: 郑钢丰(1972-), 男, 安徽淮南人, 副教授, 硕士生导师, 博士, 主要从事无损检测新技术的研究。

波在传播方向上单位面积法方向的能量传播率

$$I = I_i n_i \quad (4)$$

式中 n_i 为传播方向上的单位法向量。假定入射波沿 z 方向传播, 则

$$I_3 = \sigma_{ij}^0 \dot{u}_j^0 \quad (5)$$

能量流或通过平面 A 的单位法矢量方向上的能量率为

$$P = \int_A I_i n_i dA = \int_A n_i \sigma_{ij} \dot{u}_j dA \quad (6)$$

那么, 整个截面的面积 $P(\omega)$ 是向各个方向散射的平均能量流与入射场的平均强度的比率, 即

$$dP(\omega) = \langle \hat{r}_i \sigma_{ij}^0 \dot{u}_j^0 \rangle dA \langle I^0 \rangle^{-1} \quad (7)$$

式中 $\hat{r}_i$ 为 r 方向上的单位矢量。而在距离坐标中心 r 处有

$$dA = r^2 d\Omega \quad (8)$$

式中 $d\Omega$ 为立体角的微元。

对式(7)、(8)作除法得

$$\frac{dP(\omega)}{d\Omega} = \frac{\langle r^2 \hat{r}_i \sigma_{ij}^0 \dot{u}_j^0 \rangle}{\langle I^0 \rangle} \quad (9)$$

对式(9)的右端取极限得

$$\frac{dP(\omega)}{d\Omega} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\langle r^2 \hat{r}_i \sigma_{ij}^0 \dot{u}_j^0 \rangle}{\langle I^0 \rangle} \quad (10)$$

取极限的过程非常必要, 因为一般情况下 r 是远离坐标中心的位移矢量。

在 Ω 上对式(10)两端取积分, 即可得到一个散射体的 $P(\omega)$, 其表达式为^[5]

$$P(\omega) = \frac{4\pi}{k_L} \text{Im} \tilde{A}_z(0) \quad (11)$$

式中: k_L 为纵波波数; $\tilde{A}_z(0)$ 为纵波散射幅值在方位角方向上的平均值。

1.2 Kramers-Kronig 关系式

在非均匀介质中, 相速度与角频率间的关系可由克拉茂-克朗尼希(Kramers-Kronig)表示。根据 Kramers-Kronig 关系, 非均匀介质中的相速度

$$c_L(\omega) = c_L^0 \left[1 + \frac{2\omega^2 c_L^0}{\pi} p \nu \cdot \int_0^\infty \frac{\alpha(\omega')}{\omega'^2 (\omega'^2 - \omega^2)} d\omega' \right]^{-1} \quad (12)$$

其中

$$\alpha(\omega') = \frac{1}{2} NP(\omega') \quad (13)$$

式中: $c_L^0(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow 0} c_L(\omega)$; N 为单位体积内所含散射体颗粒的数量, 式(12)的积分满足积分哥西准则。

积分哥西准则: 广义积分 $\int_a^\infty f(x) dx$ 收敛 $\Leftrightarrow$

$$\forall \epsilon > 0, \exists B > 0, \text{当 } A' > B, A'' > B \text{ 时, 有} \left| \int_{A'}^{A''} f(x) dx \right| < \epsilon \quad (14)$$

综上所述, 介质中的相速度可用 Kramers-Kronig 关系表示。

1.3 非均匀介质中的相速度表达式

根据 Kramers-Kronig 关系, 非均匀介质中的相速度可统一为

$$C_L(\omega) = C_L^0 \left[1 + \frac{2\omega^2 C_L^0}{\pi} \cdot \int_0^\infty \frac{\alpha(\omega')}{\omega'^2 (\omega'^2 - \omega^2)} d\omega' \right]^{-1} \quad (15)$$

式中 $C_L^0 = \lim_{\omega \rightarrow 0} C(\omega)$ 为相速度静态时的极限值。

对相速度的统一形式积分后表达式中仅含变量 ω , 而 $\omega = 2\pi f$, 即相速度最终可用波在介质中传播的频率来表示。

2 非均匀介质中的二维 Kirchhoff 近似法

定义 $\gamma_H(x)$ 为非均匀介质结构中缺陷 D^c 处的特征函数, 在缺陷的内部时其值为单位 1 (见图 1)。图中, S 为缺陷边界, S_M 为非均匀介质结构边界, D/D^c 为缺陷以外的区域, u^0 为入射波振幅, y 为单位矢量指向入射波方向。关于均匀、各向同性介质中的二维平面型 Kirchhoff 近似公式^[6]为

$$\gamma_H(x) = -\frac{2}{\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{\hat{y}_m}{u^0 k_L} \cdot A_m(k_L, y) e^{2ik_L \cdot x} k_L dk_L d\hat{y} \quad (16)$$

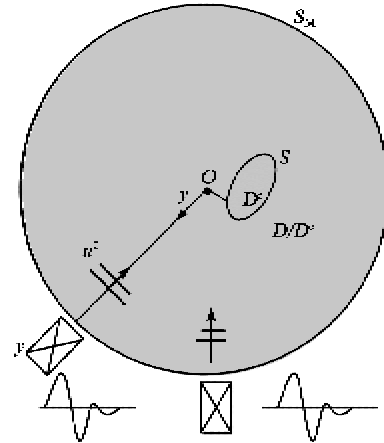


图 1 后向散射数据的脉冲回波示意

方程 $\gamma_H(x)$ 重构了二维弹性平面内缺陷的形状。研究中将非均匀介质中的相速度 $(C_L(f))$ 引入到式(16)中, 则式(16)中相关变量的具体表达式为

$$k_L = \frac{2\pi f}{C_L(f)} \quad (17)$$

$$dk_L = 2\pi \frac{C_L(f) - f C'_L(f)}{C_L^2(f)} df \quad (18)$$

$$C'_L(f) = dC_L(f)/df \quad (19)$$

将式(17)~(19)代入式(16)中得到非均匀介质中缺陷形状的重构公式:

$$\gamma_E(x) = -\frac{4}{\pi} \oint_0^\infty \frac{\varphi_\pi A_\pi(f, \varphi)}{i u^2 C_L(f)} (1 - \frac{f}{C_L(f)} C'_L(f)) \exp(i \frac{4\pi f}{C_L(f)} \varphi \cdot x) df d\Omega(\varphi) \quad (20)$$

式中 $\Omega(\hat{y})$ 为在单位圆上积分。

3 实验研究结果

直径 $\varnothing 110$ mm 由沙子和水泥按 1:5 的体积比制成的试件如图 2 所示。试件包含圆柱通孔缺陷和截面是平行四边形的四棱柱通孔缺陷。实验系统装置如图 3 所示。缺陷的散射波形由纵波-纵波脉冲发射/接收的方法测得。测量中一个直径 $\varnothing 12.7$ mm 的接触式传感器在三维笛卡尔直角坐标系的 z 方向, 即 x_3 为某一值时, 沿圆柱的某一横截面 x_1-x_2 , 每隔 10° 测量 1 次。实验中选择具有粘性的蜂浆作为耦合剂, 它具有很好的超声耦合与固定传感器的作用。传感器由脉冲发射/接收仪产生 300 V 的方波信号激励, 数字示波器和 PC 机用来对数字信号的处理和缺陷形状的重构。传感器的中心频率为 1 MHz。

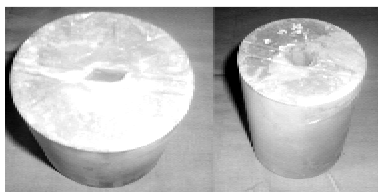


图 2 实验试件



图 3 实验系统

实验测量得到的信号经处理^[7]后, 重构出的缺陷形状如图 4、5 所示。由于实验中是沿 x_1-x_2 平面每隔 10° 测量 1 次, 因而共获取 36 次缺陷散射回波的幅值用来重构缺陷的形状。由图 4、5 可知, 截面圆形缺陷孔和截面平行四边形缺陷孔的实验重构结果。重构中频率范围为 0.200~1.875 MHz。用引进相速度后的二维 Kirchhoff 近似方法重构出的缺陷图形基本能反应缺陷的基本特征。

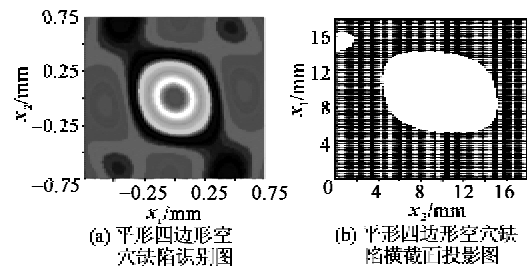


图 4 平行四边形空缺陷截面重构图

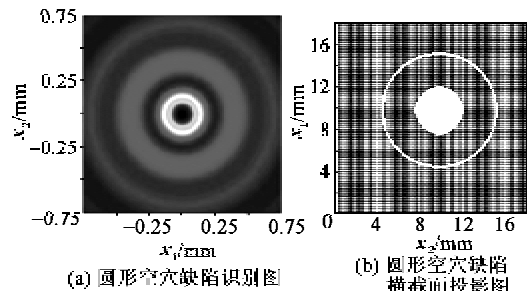


图 5 圆形空缺陷截面重构图

4 结束语

本文把超声波在非均匀介质中传播时的相速度引入到均匀介质中的二维 Kirchhoff 近似公式中, 并用实验的方法重构了非均匀介质中缺陷的截面形状。重构结果充分说明引入相速度后的二维 Kirchhoff 近似公式对重构非均匀介质中的缺陷形状的有效性。

参考文献:

- [1] ALESSANDRINI G, BILOTTA A, FORMICA G, et al. Numerical size estimates of inclusions in elastic bodies[J]. Inverse Problems, 2005, 21(1): 133-151.
- [2] MICHAELS J E, MICHAELS T E. Guided wave signal processing and image fusion for in situ damage localization in plates[J]. Wave Motion, 2007, 44(6): 482-492.
- [3] KITAHARA M, NAKAHATA K, HIROSE S. Elastodynamic inversion for shape reconstruction and type classification of flaws[J]. Wave Motion, 2002, 36(4): 443-455.
- [4] ROSE J L. Ultrasonic waves in solid media[M]. England: Cambridge University Press, 1999.
- [5] KITAHARA M, TAKAHASHI T. Calculation and measurement of ultrasonic attenuation for distributed cracks in a solid[J]. Review of Quantitative Nondestructive Evaluation, 2003, 22(6): 1156-1163.
- [6] 郑钢丰. 结构中的逆散射理论与缺陷成像[D]. 北京: 北京工业大学, 2008.
- [7] ZHENG Gangfeng, WU Bin, HE Cunfu. Shape reconstruction of three dimensional flaw from backscattering data[J]. Measurement, 2007, 40(9/10): 854-859.