

# 基于再生核 LS-SVM 的压电智能结构冲击定位分析

谢建宏<sup>1</sup>, 胡兆吉<sup>2</sup>

(1. 江西财经大学 软件与通信工程学院, 江西南昌 330013; 2. 南昌大学 过程装备与测控工程系, 江西南昌 330031)

**摘要:**根据支持向量核函数的构造条件及 Hilbert 空间再生核理论, 构造了一种新型核函数, 并与改进的最小二乘支持向量机 (LS-SVM) 相结合, 从而形成再生核 LS-SVM 学习方法。采用一阶剪切变形理论及有限单元方法, 对压电智能复合材料层板进行低速冲击压电响应数值仿真, 并进行了特征提取。基于各压电传感器响应信号特征, 采用再生核 LS-SVM 方法, 对压电智能复合材料层板进行了冲击定位分析, 并与高斯核函数 (RBF) 的 LS-SVM 法进行对比。结果表明, 在同等条件下, 相比于 RBF 核 LS-SVM, 再生核 LS-SVM 具有更高的冲击损伤定位精度及更强的推广能力, 该仿真方法可为实际结构的冲击损伤位置自诊断提供指导。

**关键词:**再生核最小二乘支持向量机 (LS-SVM); 压电智能结构; 压电响应数值仿真; 冲击定位

**中图分类号:** TM22; TB381; TP39 **文献标识码:** A

## Impact Locating Analysis Using LS-SVM Based on Reproducing Kernel for Piezoelectric Smart Structures

XIE Jianhong<sup>1</sup>, HU Zhaoji<sup>2</sup>

(1. School of Software and Communication Engineering, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330013, China,

2. Dept. of Process Equipment and Measurement & Control Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

**Abstract:** According to the constructional conditions of Support Vector Machine kernel functions and reproducing kernel theory in Hilbert space, a new kernel function is constructed and combined with the improved Least Square Support Vector Machine (LS-SVM), and thus LS-SVM with reproducing kernel is proposed. The numerical simulation of the piezoelectric response of the piezoelectric smart composite laminated plates under the low-velocity impact load is performed by using the first-order shear deformation theory and finite element method, and the features are extracted. Then, based on the features of piezoelectric sensors' responsive signals, LS-SVM with reproducing kernel is applied to detect the impact locations for the piezoelectric smart composite laminated plates, and compared with LS-SVM with RBF kernel. The results show that, LS-SVM with reproducing kernel possesses the higher accuracy of impact locating, and the better generalization ability than LS-SVM with RBF kernel. In addition, the simulation method can give a degree of guidance for the practical structural impact damage locations self-diagnosing.

**Key words:** LS-SVM with reproducing kernel; piezoelectric smart structures; piezoelectric responses' numerical simulation; impact locating

### 0 引言

复合材料作为一种新型材料, 由于其比模量、比强度高优点而在机械、交通、航空、航天等众多领域得到了广泛应用。然而复合材料是一个复杂的多相体系, 其结构损伤机理与普通材料不同, 尤其对冲击荷载极敏感。将压电传感器网络埋入复合材料内部或粘贴于复合材料表面, 并配合适当的现代信号处理技术, 构成压电智能复合材料结构系统, 可实现

对复合材料状态的在线实时主动监测<sup>[1]</sup>。由于压电智能复合材料的主体结构是复合材料层板, 因此目前用于建立压电智能复合材料层板力学模型的理论主要有<sup>[2-3]</sup>经典层板理论 (CLPT)、剪切变形理论 (如一阶 FSDT、三阶 TSDT 等)、叠层层合理理论等。

论文基于一阶剪切变形理论, 采用有限单元法, 对压电智能复合材料层板进行低速冲击压电响应数值仿真。基于各压电传感器响应信号特征, 采用基

收稿日期: 2011-09-15

基金项目: 江西省自然科学基金资助项目 (2010GZS0043); 江西省教育厅科技计划基金资助项目 (GJJ10437)

作者简介: 谢建宏 (1971-), 男, 江西高安人, 副教授, 博士, 主要从事智能结构信息处理与计算机仿真的研究。E-mail: jhxie2006@126.com

于再生核改进的最小二乘支持向量机( LS-SVM)方法,对压电智能复合材料层板进行冲击定位分析,并与基于高斯核函数(RBF)的改进的LS-SVM方法进行对比。

### 1 再生核 LS-SVM

核函数的扩展与选择是构造支持向量机(SVM)的关键,通过研究核函数的扩展与选择原则,分析核函数方法的计算性和泛化性,以扩展核函数的类型及其应用领域,从而为SVM提供更丰富的方法。论文基于支持向量机核函数的构造条件及Hilbert空间再生核理论,构造一种新型核函数,并与改进的LS-SVM相结合,从而形成基于再生核的LS-SVM学习方法。

#### 1.1 再生核函数的构造

定义1:设 Hilbert 函数空间  $H$ ,其元素是某集合  $D$  上的复值函数,并用内积  $\langle u, v \rangle = \langle u(\cdot), v(\cdot) \rangle, u, v \in H$  来表示。

若对任何  $r \in D$ ,存在一个关于  $t$  的函数  $K(t, r)$ ,且  $K(t, r)$  是  $H$  中的元素,则对任何  $u \in H$ ,有  $u(s) = \langle u(t), K(t, r) \rangle$ ,式中称  $K(t, r)$  是 Hilbert 函数空间  $H$  的再生核,称  $H$  是再生核空间<sup>[4]</sup>。

定义2:Sobolev Hilbert空间在  $(-\infty, +\infty)$  上是由所有绝对连续的复值函数  $u(x)$  构成,并具有有限的范数

$$\left[ \int_{-\infty}^{\infty} (a^2 |u'(x)|^2 + c^2 |u(x)|^2) dx \right]^{1/2} < \infty \quad (1)$$

式中  $a, c > 0$ 。则

$$V_{a,c}(x, x') = \frac{1}{ac} e^{-\frac{c}{a}|x-x'|} \quad (2)$$

式(2)是 Sobolev Hilbert 空间的再生核<sup>[5]</sup>。

由上述再生核生成的平移不变核函数为

$$K(x, x') = K(x - x') = \prod_{i=1}^m V_{a,c}(x_i, x'_i) = \prod_{i=1}^m V_{a,c}(x_i - x'_i) \quad (3)$$

由式(2)的傅里叶变换可以证明

$$\hat{V}_{a,c}(\omega) \geq 0 \quad (4)$$

同样,由式(3)可以证明

$$\hat{K}(\omega) = (2\pi)^{-\frac{m}{2}} \int_{R^m} \exp(-j\omega x) K(x) dx \geq 0 \quad (5)$$

式(4),(5)综合表明,式(3)平移不变核函数满足支持向量机核函数的 Mercer 条件,是一种支持向

量机核函数。

#### 1.2 改进的 LS-SVM

LS-SVM 是由 Suykens 等人<sup>[6]</sup>提出的一种新型支持向量机,由于其计算的复杂性得到了简化,因而广泛应用于模式识别及非线性回归。基于再生核的LS-SVM,则是通过预先选择的再生核函数将输入空间映射到一个高维特征空间,并在这个特征空间中进行数据分析。用于非线性回归的LS-SVM算法如下:

设回归样本数据为  $\{(X, Y), X \in R^{n \times m}, Y \in R\}$ ,其中输入样本矩阵  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ ,元素  $x_i$  是  $m$  维的,输出样本向量  $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ 。

为将非线性回归转化为线性回归问题,采用一非线性映射  $\varphi(\cdot)$  将样本从原空间  $R^n$  映射到高维特征空间  $R^m$ ,并在这个高维特征空间中构造如下线性回归模型:

$$y(x) = \omega^T \varphi(x) + b \quad (6)$$

上述回归模型的优化问题为

$$\begin{cases} \min \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + \gamma \frac{1}{2} \|\xi\|^2 \\ s. t. \varphi(X)\omega + eb + \xi = Y \end{cases} \quad (7)$$

式中  $\gamma > 0$ 。

为求解上述优化模型,构造如下 Lagrange 函数:

$$L(\omega, b, \xi; \alpha) = \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + \gamma \frac{1}{2} \|\xi\|^2 - \alpha^T (\varphi(X)\omega + eb + \xi - Y) \quad (8)$$

式中  $\alpha$  为 Lagrange 因子。将式(8)分别对  $\omega, b, \xi$  和  $\alpha$  求偏导并令其等于 0,则上述优化问题变为对如下 Karush-Kuhn-Tucher (KKT) 线性方程组的求解:

$$\begin{bmatrix} 0 & e^T \\ e & K + I/\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中:  $I \in R^{n \times n}$  为单位阵;  $e = [1, 1, \dots, 1]^T \in R^l$ ;  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]^T$ ;  $K = \varphi(X)\varphi(X)^T = K(X, X)$  是核函数。

求解式(9)得到的LS-SVM回归模型如下:

$$y(x) = K(X, x)\alpha + b \quad (10)$$

然而,在上述LS-SVM中,KKT方程组是  $n+1$  维的,且其系数矩阵是非正定的。因此,上述KKT方程组不能通过共轭梯度法(CG)直接求解。为了增强凸性,对上述LS-SVM进行改进,改进的LS-SVM中KKT方程组是  $n$  维的,且其系数矩阵是对称正定的。对于回归问题,通过在目标函数中添加

$b^2$  项,则得改进的 LS-SVM 模型的优化问题为

$$\begin{cases} \min \frac{1}{2}(\omega^T \omega + b^2) + \gamma \frac{1}{2} \|\xi\|^2 \\ \text{s. t. } \varphi(\mathbf{X})\omega + eb + \xi = \mathbf{Y} \end{cases} \quad (11)$$

构造的相应 Lagrange 函数为

$$L(\omega, b, \xi; \alpha) = \frac{1}{2}(\omega^T \omega + b^2) + \gamma \frac{1}{2} \|\xi\|^2 - \alpha^T (\varphi(\mathbf{X})\omega + eb + \xi - \mathbf{Y}) \quad (12)$$

根据 KKT 条件,令  $L$  分别对  $\omega, b, \xi$  和  $\alpha$  求偏导等于 0,并消除变量  $\omega, b$  和  $\xi$ ,则上述优化问题变为

$$\varphi(\mathbf{X})\varphi(\mathbf{X})^T \alpha + ee^T \alpha + \alpha/\gamma = \mathbf{Y} \quad (13)$$

令核函数  $K = \varphi(\mathbf{X})\varphi(\mathbf{X})^T = K(\mathbf{X}, \mathbf{X})$ , 则式(13)变为

$$(K + E + \gamma^{-1}I)\alpha = \mathbf{Y} \quad (14)$$

求解上述方程组(14),得如下改进的 LS-SVM 回归模型:

$$y(x) = (K(\mathbf{X}, x) + e)^T \alpha \quad (15)$$

式中  $K(\mathbf{X}, x)$  即为式(3)所示的再生核函数。

与式(9)相比,式(14)是  $n$  维的,且式(14)只含有一个变量  $\alpha$  需求解,而式(9)有 2 个变量  $\alpha$  和  $b$  需求解。由于在改进的 LS-SVM 中系数矩阵是正定的,因此共轭梯度法在求解改进 LS-SVM 模型时只应用了一次,而在传统 LS-SVM 中需应用两次。因此,从理论上讲,上述改进的 LS-SVM 相比于传统 LS-SM 能减少 50% 的计算量。

## 2 压电智能结构冲击压电响应数值仿真

压电智能复合材料及其结构的力学问题涉及到机、电、热等特性的耦合问题。除这些耦合外,还得考虑几何及材料的非线性等问题。由于涉及的因素很多,问题复杂,对上述耦合问题的分析很难或不可能用解析法求解,而需采用数值法求解。有限单元法是一种实用,且应用很广的数值解法。论文采用有限单元法,对压电智能复合材料层板进行低速冲击压电响应数值仿真。

仿真实例采用正交各向异性的复合材料层板,层板材料为碳纤维/环氧树脂(Gr70%-Epoxy30%),层板的几何尺寸为 400 mm × 320 mm × 2 mm,层板有 4 层,每层的厚均为 0.5 mm,层板的铺层形式为(0/90)<sub>s</sub>。层板四边简支,且层板表面粘贴有 9 块用作传感器的压电片,压电片的尺寸为 25 mm × 20 mm × 0.25 mm。层板的几何尺寸及其压电片的布置如图 1 所示。

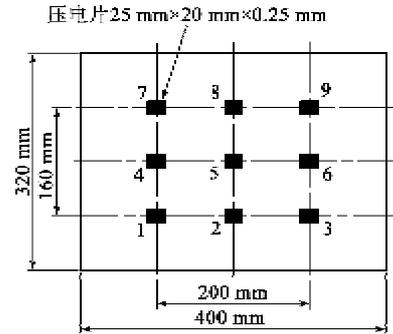


图 1 层板几何尺寸及其压电片的布置

层板材料的性能参数为  $E_{11} = 108 \text{ GPa}$ ,  $E_{22} = E_{33} = 10.3 \text{ GPa}$ ,  $\mu = 0.28$ ,  $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 7.17 \text{ GPa}$ ,  $\rho = 1389.2 \text{ kg/m}^3$ 。

压电片材料为压电陶瓷 PZT-5,其性能参数为  $E_{11} = E_{22} = 62 \text{ GPa}$ ,  $G_{12} = G_{13} = 23.6 \text{ GPa}$ ,  $\mu = 0.31$ ,  $G_{23} = 18 \text{ GPa}$ ,  $e_{31} = e_{32} = 19.678 \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$ ,  $\rho = 7400 \text{ kg/m}^3$ ,  $\xi_{11}/\xi_0 = \xi_{22}/\xi_0 = \xi_{33}/\xi_0 = 2598$ 。

层板的加载方式采用半正弦低速冲击,即

$$F_t = F_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\tau} \cdot t\right) \quad (16)$$

式中:  $F_0 = 1 \text{ N}$ ;  $\tau = 1 \text{ ms}$ ,  $0 \leq t \leq \tau$ 。

针对图 1 所示的复合材料层板及其压电片的布置,基于一阶剪切变形理论及机电耦合问题,采用 ANSYS 有限元建立其压电智能复合材料层板低速冲击有限元模型。有限元建模及冲击压电响应数值仿真过程参见文献[7]。采用该仿真方法,在复合材料层板不同位置分别进行低速冲击仿真试验,并提取各冲击位置下的各压电传感器仿真响应信号的特征量(最大值与最小值)作为 LS-SVM 网络的输入,而与之对应的冲击位置作为 LS-SVM 网络的输出,从而建立传感器响应与冲击位置间的非线性关系,以实现结构冲击损伤位置的自诊断。

## 3 基于再生核 LS-SVM 的冲击定位

试验分别在复合材料层板 85 个不同的位置进行低速冲击仿真试验,所采集的仿真试验数据 49 组用于 LS-SVM 网络的训练,另 36 组用于 LS-SVM 网络的测试,分别如表 1,2 所示。为评价网络的性能,建立如下冲击损伤位置检测误差(网络测试误差)函数:

$$g(x, y) = \frac{\frac{1}{p_0} \sum_{p=1}^{p_0} |x_p - \bar{x}_p| \cdot \frac{1}{p_0} \sum_{p=1}^{p_0} |y_p - \bar{y}_p|}{A} \quad (17)$$

式中:  $\bar{x}_p, \bar{y}_p$  为网络理想输出;  $x_p, y_p$  为网络实际输

出,测试样本数  $p_0 = 36$ , 复合材料层板面积  $A = 400 \text{ mm} \times 320 \text{ mm}$ 。

表1 网络训练样本

样本 个数 $p$	输入样本						输出 样本	
	传感器 1		...	传感器 9		$\bar{x}_p$	$\bar{y}_p$	
	$s_p(1)$	$s_p(2)$	...	$s_p(17)$	$s_p(18)$			
1	$-7.26 \times 10^{-2}$	$2.75 \times 10^{-1}$	...	$-2.17 \times 10^{-2}$	$1.45 \times 10^{-2}$	50	40	
2	$-3.73 \times 10^{-2}$	$3.37 \times 10^{-1}$	...	$-1.73 \times 10^{-2}$	$6.32 \times 10^{-3}$	100	40	
3	$-5.55 \times 10^{-2}$	$2.00 \times 10^{-1}$	...	$-1.70 \times 10^{-2}$	$2.21 \times 10^{-2}$	150	40	
4	$-6.78 \times 10^{-2}$	$6.59 \times 10^{-3}$	...	$-1.49 \times 10^{-2}$	$4.88 \times 10^{-2}$	200	40	
...	...	...	...	...	...	...	...	
46	$-1.49 \times 10^{-2}$	$4.88 \times 10^{-2}$	...	$-6.78 \times 10^{-2}$	$6.59 \times 10^{-3}$	200	280	
47	$-1.70 \times 10^{-2}$	$2.21 \times 10^{-2}$	...	$-5.55 \times 10^{-2}$	$2.00 \times 10^{-1}$	250	280	
48	$-1.73 \times 10^{-2}$	$6.32 \times 10^{-3}$	...	$-3.73 \times 10^{-2}$	$3.37 \times 10^{-1}$	300	280	
49	$-2.17 \times 10^{-2}$	$1.45 \times 10^{-2}$	...	$-7.26 \times 10^{-2}$	$2.75 \times 10^{-1}$	350	280	

表2 网络测试样本及测试结果

样本 个数 $p$	网络输入					再生核 LS-SVM 实际输出		RBF 核 LS-SVM 实际输出		网络 理想输出	
	传感器 1		...	传感器 9		$x_p$	$y_p$	$x_p$	$y_p$	$\bar{x}_p$	$\bar{y}_p$
	$s_p(1)$	$s_p(2)$	...	$s_p(17)$	$s_p(18)$						
1	$-1.17 \times 10^{-2}$	$3.96 \times 10^{-1}$	...	$-1.34 \times 10^{-2}$	$2.75 \times 10^{-3}$	75.9	59.8	76.4	59.7	75	60
2	$-1.17 \times 10^{-2}$	$3.29 \times 10^{-1}$	...	$-6.19 \times 10^{-3}$	$4.27 \times 10^{-3}$	127.1	58.7	129.4	56.9	125	60
3	$-5.09 \times 10^{-2}$	$1.06 \times 10^{-1}$	...	$-7.77 \times 10^{-3}$	$2.19 \times 10^{-2}$	177.2	57.2	180.1	53.3	175	60
4	$-8.98 \times 10^{-2}$	$6.15 \times 10^{-3}$	...	$-4.91 \times 10^{-3}$	$2.46 \times 10^{-2}$	223.6	57.2	219.9	53.3	225	60
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
33	$-4.91 \times 10^{-3}$	$-6.00 \times 10^{-3}$	...	$-8.98 \times 10^{-2}$	$6.15 \times 10^{-3}$	176.7	263.0	180.1	266.7	175	260
34	$-7.77 \times 10^{-3}$	$2.19 \times 10^{-2}$	...	$-5.09 \times 10^{-2}$	$1.06 \times 10^{-1}$	222.9	262.6	219.9	266.7	225	260
35	$-6.19 \times 10^{-3}$	$4.27 \times 10^{-3}$	...	$-1.17 \times 10^{-2}$	$3.96 \times 10^{-1}$	273.4	262.1	270.6	263.1	275	260
36	$-1.34 \times 10^{-2}$	$2.75 \times 10^{-3}$	...	$-1.17 \times 10^{-2}$	$3.96 \times 10^{-1}$	324.0	261.8	323.6	263.3	325	260

将上述冲击损伤位置检测误差函数  $g(x, y)$  的倒数作为遗传算法的适应度函数  $f(x, y)$ , 即  $f(x, y) = 1/g(x, y)$ 。根据该适应度函数  $f(x, y)$ , 运用遗传算法对上述基于再生核的改进 LS-SVM 参数  $(\gamma, a, c)$  进行优化, 得到的最优值为  $(\gamma, a, c) = (5, 1.8, 17.2)$ , 此时的适应度为最大值  $f(x, y) = 3225$ , 其对应的损伤位置检测误差(网络测试误差)为最小值  $g(x, y) = 0.031\%$ ; 在该最优参数下, 基于再生核的改进 LS-SVM 网络的测试结果如表 2 所示。采用基于高斯核函数 (RBF)  $K(\mathbf{X}, x) = \exp(-\|\mathbf{X}-x\|^2/2\sigma^2)$  的改进 LS-SVM 方法同样对上述问题进行冲击定位分析, 其调整参数  $(\gamma, \sigma^2)$  也采用遗传算法进行优化, 得最优值为  $(\gamma, \sigma^2) = (4, 13)$ ; 在该最优参数下, 基于 RBF 核的改进 LS-SVM 网络的测试结果如表 2 所示, 结果误差用式 (17) 计算, 得  $g(x, y) = 0.038\%$ 。以上结果表明, 在同等条件下, 相比于 RBF 核 LS-SVM, 再生核 LS-SVM 具有更高的冲击损伤定位精度及更强的推

广能力, 该仿真方法可为实际结构的冲击损伤位置自诊断提供指导。

4 结束语

复合材料以其比强度、比模量高等优点而在众多领域都得到了应用, 然而复合材料对冲击荷载极敏感。论文基于一阶剪切变形理论, 采用有限单元法, 对压电智能复合材料层板进行了低速冲击压电响应数值仿真。根据支持向量机核函数的构造条件及 Hilbert 空间再生核理论, 构造了一种新型核函数, 并与改进的 LS-SVM 相结合, 从而形成再生核 LS-SVM 学习方法。基于各压电传感器响应信号特征, 采用再生核 LS-SVM 方法, 对压电智能复合材料层板进行了冲击定位分析, 并与 RBF 核 LS-SVM 方法进行了对比。结果表明, 在同等条件下, 相比于 RBF 核 LS-SVM, 再生核 LS-SVM 具有更高的冲击损伤定位精度及更强的推广能力, 该仿真方法可为实际结构的冲击损伤位置自诊断提供指导。

(下转第 663 页)