

任意失准角下初始对准系统的建模和仿真

许建国, 张志利, 周召发

(第二炮兵工程大学 兵器发射理论与技术国家重点学科实验室, 陕西 西安 710025)

摘要: 初始对准是捷联惯导系统中关键技术之一。传统对准模型的建立, 通过在理想的导航方程中, 增加状态向量的扰动来实现, 但只局限于小失准角的模型建立中, 对大失准角情况下的模型建立并不适用。在综合其他非线性模型建立的基础上, 充分考虑了各种影响因素, 推导了初始偏差角为任意失准角时的非线性模型, 并分析该模型在任意失准角非线性模型和小失准角线性模型之间的关系; 随后针对静态小失准角条件下, 对其简化对准模型进行了推导, 并采用 Kalman 滤波方法对模型进行了状态估计, 计算结果表明能较好地实现状态收敛; 最后对其非线性情况下的对准进行了初步探讨。

关键词: 初始对准; 捷联惯导; 非线性模型; Kalman 滤波

中图分类号: U666.1 **文献标识码:** A

Modeling and Simulation of Initial Alignment System Based on Arbitrary Misalignment Angles

XU Jianguo, ZHANG Zhili, ZHOU Zhaofa

(National Key Lab. of Armament Launch Theory&Technology, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: The initial alignment is one of the key technologies in Strapdown Inertial Navigation System(SINS). The conventional alignment model was established by adding the disturbance of state vector in the ideal navigation equation. It is only used in the case of small misalignment angles and can't be applied to large misalignment angles. Based on the foundation of other nonlinear models and taking every influencing factor into account, the nonlinear model has been established when the initial warp angles are arbitrary misalignment angles and the relationship between the arbitrary misalignment angles nonlinear models and the small misalignment angles linear models has been analyzed. Then under the condition of static small misalignment angles, the simplified alignment models have been derived and a state evaluation to the models has been assessed by using Kalman filtering method. The calculating result indicates that the good state constringency can be realized. At the last part, other initial alignment of nonlinear condition is also discussed.

Key words: initial alignment; strapdown inertial navigation system(SINS); nonlinear models; Kalman filtering

0 引言

初始对准是捷联式惯导系统关键技术之一, 对准精度直接影响捷联式惯导系统的工作精度, 初始对准时间也是反映武器系统快速反应能力的重要战术指标。系统模型的精确建立和滤波方法是影响对准精度的重要因素^[1]。

在大失准角条件下, 传统的初始对准方法是利用静基座下重力加速度和地球自转角速率信息先完成粗对准^[2], 再进行精对准。传统的对准模型的建

立, 通过在理想的导航方程中, 增加状态向量的扰动来实现^[3]; 但此类方法主要局限于小角度失准角的建模中, 对大失准角情况下的建模并不适用。近年来随着非线性理论的发展, 人们转而考虑直接针对大失准角条件下的非线性误差模型进行滤波处理^[4-6], 以解决某些条件下无法采用解析式对准的问题, 但在实际应用中, 这些方法仍存在某些约束。

本文推导了初始姿态误差角为任意失准角时的非线性模型, 并分析该模型在大失准角非线性模型和小失准角线性模型之间的关系; 随后针对静态小

收稿日期: 2011-11-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41147162)

作者简介: 许建国(1985-), 男, 山东菏泽人, 博士生, 主要从事车辆自主定位定向的研究。E-mail: xujianguo850806@163.com

失准角条件下,对任意失准角时的非线性模型进行简化,得到了静态初始对准的线性模型。捷联惯导系统初始对准的主要目的是确定姿态矩阵的初始值,通过建立初始对准状态空间模型,利用卡尔曼滤波将初始失准角状态估计出来并用以校正姿态矩阵^[7]。

1 任意失准角下对准模型的建立

1.1 速度误差模型的建立

忽略器件的刻度系数误差与安装误差,理想导航方程^[3]可表达为

$$\dot{v}^n = C_b^n f^b - (2w_{ie}^n + w_{en}^n) \times v^n + g^n \quad (1)$$

式中: n 系为理想地理坐标系; w_{en}^n 为导航坐标系相对地球的角速度在导航坐标系上的分量; g 为重力加速度在导航坐标系上的分量。

实际计算过程中真实的导航方程为

$$\dot{v}^{n'} = \tilde{C}_b^{n'} \tilde{f}^b - (2w_{ie}^{n'} + w_{en}^{n'}) \times v^{n'} + g^{n'} \quad (2)$$

式中: n' 系为计算地理坐标系; $v^{n'} = v^n + \delta v^n$; $w_{ie}^{n'} = w_{ie}^n + \delta w_{ie}^n$; $w_{en}^{n'} = w_{en}^n + \delta w_{en}^n$; $g^{n'} = g^n + \delta g$; $\tilde{C}_b^{n'} = C_b^{n'} \times C_b^n$ 。

式(2)减去式(1),省略其中2阶小量,经推导可得

$$\delta \dot{v}^n = (C_b^{n'} - I) f^n + \delta v^n \times (2w_{ie}^n + w_{en}^n) + v^n \times (2\delta w_{ie}^n + \delta w_{en}^n) + C_b^{n'} \nabla^b \quad (3)$$

式中: $w_{ie}^n = w_{ie}^x + w_{ie}^y$; $\delta w_{ie}^n = \delta w_{ie}^x + \delta w_{ie}^y$;

$$w_{ie}^z = \begin{bmatrix} 0 \\ w_{ie} \cos L \\ w_{ie} \sin L \end{bmatrix}; \delta w_{ie}^z = \begin{bmatrix} 0 \\ -\delta L w_{ie} \sin L \\ \delta L w_{ie} \cos L \end{bmatrix};$$

$$w_{en}^n = \begin{bmatrix} -\frac{v_N}{R_M+h} \\ \frac{v_E}{R_N+h} \\ \frac{v_E}{R_N+h} \tan L \end{bmatrix};$$

$$\delta w_{en}^n = \begin{bmatrix} -\frac{\delta v_N}{R_M+h} + \delta h \frac{v_N}{(R_M+h)^2} \\ \frac{\delta v_E}{R_N+h} - \delta h \frac{v_E}{(R_N+h)^2} \\ \frac{(\delta v_E) \tan L}{R_N+h} + \frac{\delta L v_E \sec^2 L}{R_N+h} - \delta h \frac{v_E \tan L}{(R_N+h)^2} \end{bmatrix}。$$

式(3)即为非线性初始对准速度误差模型。

1.2 姿态误差模型的建立^[8]

根据

$$\dot{C}_b^{n'} = C_b^{n'} (w_{ib}^b \times) - (w_{in}^{n'} \times) C_b^{n'} \quad (4)$$

可得

$$w_{in}^{n'} = w_{in}^{n'} - C_b^{n'} w_{in}^n \quad (5)$$

式中 $w_{in}^{n'} = w_{in}^n + \delta w_{in}^n + C_b^{n'} \boldsymbol{\varepsilon}^b$,代入式(5)可变换为

$$w_{in}^{n'} = w_{in}^n + \delta w_{in}^n + C_b^{n'} \boldsymbol{\varepsilon}^b - C_b^{n'} w_{in}^n = (I - C_b^{n'}) w_{in}^n + \delta w_{in}^n + C_b^{n'} \boldsymbol{\varepsilon}^b \quad (6)$$

根据 $w_{in}^{n'} \approx \dot{\phi}$,式(6)可变换为

$$\dot{\phi} = (I - C_b^{n'}) (w_{in}^n + w_{en}^n) + \delta w_{in}^n + C_b^{n'} \boldsymbol{\varepsilon}^b \quad (7)$$

式(7)即为非线性初始对准姿态误差模型。

1.3 误差向量的构建

假定初始对准模型中惯性导航系统经过标定,常值漂移已经进行了补偿,并考虑初始对准时间较短,将加速度计误差模型和陀螺误差模型近似为随机常值加白噪声^[9]。

$$\nabla^b = \begin{bmatrix} \nabla_X \\ \nabla_Y \\ \nabla_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_{aX} \\ W_{aY} \\ W_{aZ} \end{bmatrix} = \nabla + W_a \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^b = \begin{bmatrix} \varepsilon_X \\ \varepsilon_Y \\ \varepsilon_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_{gX} \\ W_{gY} \\ W_{gZ} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\varepsilon} + W_g \quad (9)$$

且有

$$\dot{\nabla} = [\dot{\nabla}_X \quad \dot{\nabla}_Y \quad \dot{\nabla}_Z]^T = 0 \quad (10)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = [\dot{\varepsilon}_X \quad \dot{\varepsilon}_Y \quad \dot{\varepsilon}_Z]^T = 0 \quad (11)$$

综合式(3)、(7)~(11),将加速度计和陀螺误差模型代入速度和姿态误差模型的表达式,即可得到任意失准角时初始对准的系统误差模型。

2 小失准角晃动基座下对准模型的简化

2.1 非线性误差模型向线性模型的转化

当失准角较大时, n 系至 n' 系的方向余弦矩阵不能表达为失准角的线性形式,此模型适用于大动态范围的初始对准模型,可实现对静态对准、动态对准和大失准角等各种情况下的建模仿真研究。在此模型的基础上,可根据不同环境下,通过对不同参数的定义和需求,简化模型,得到某些传统的对准模型。

当3个姿态偏差角均为小失准角时,有

$$C_b^{n'} = I - \phi \times = \begin{bmatrix} 1 & \phi_U & -\phi_N \\ -\phi_U & 1 & \phi_E \\ \phi_N & -\phi_E & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

将式(12)代入式(3)、(7),则可得到小失准角下线性对准误差模型:

$$\begin{cases} \dot{\delta v}^n = -\phi \times f^n + \delta v^n \times (2w_x^n + w_m^n) + \\ \nu^n \times (2\delta w_x^n + \delta w_m^n) + C_b^n \nabla^b \\ \dot{\phi} = \phi \times (w_m^n) + \delta w_m^n + C_b^n \epsilon^b \end{cases} \quad (13)$$

2.2 小失准角下模型的简化

在自主式初始对准中,运载体无移动,假设此时的偏差角为小失准角^[10],则可得

$$v_E = v_N = v_U = 0 \quad (14)$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2w_x \sin L & -2w_x \cos L & 0 & -g & 0 \\ -2w_x \sin L & 0 & 0 & g & 0 & 0 \\ 2w_x \cos L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_M+h} & 0 & 0 & w_x \sin L & -w_x \cos L \\ \frac{1}{R_N+h} & 0 & 0 & -w_x \sin L & 0 & 0 \\ \frac{\tan L}{R_N+h} & 0 & 0 & w_x \cos L & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ 0 & 0 & 0 & C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ 0 & 0 & 0 & C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}^{\circ}$$

$$X = [\delta v_E \quad \delta v_N \quad \delta v_U \quad \phi_E \quad \phi_N \quad \phi_U \quad \nabla_X \quad \nabla_Y \quad \nabla_Z \quad \epsilon_X \quad \epsilon_Y \quad \epsilon_Z]^T \quad (18)$$

式中:下标 x, y, z 为载体坐标系 3 个轴向上的分量; E, N, U 分别为地理坐标系的 3 个轴上的分量。

对准过程中以系统的速度输出作为量测量,在非移动基座条件下的速度输出即为速度误差,故测量方程^[3]为

$$Z = HX + v = [I_{3 \times 3} \quad 0_{3 \times 9}]X + v \quad (19)$$

3 系统模型仿真和分析

3.1 卡尔曼滤波方程的建立

根据式(17)、(19),对系统方程进行离散化处理,建立如下的卡尔曼滤波方程^[12]:

$$\hat{X}_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} \quad (20)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k/k-1} + K_k (Z_k - H_k \hat{X}_{k/k-1}) \quad (21)$$

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (22)$$

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1} \quad (23)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_{k/k-1} \quad (24)$$

为使滤波器稳定,通过设计模型的先验协方差比正常值大来实现。一般取初始速度误差和水平失准角误差比实际值大 1 个数量级^[13],设初始速度为

$$f^n = [0 \quad 0 \quad g]^T \quad (15)$$

式(3)、(7)可简化成如下形式:

$$\dot{X}_1 = F_1 X_1 + G_1 W_1 \quad (16)$$

式中: $X_1 = [\delta v_E \quad \delta v_N \quad \delta v_U \quad \phi_E \quad \phi_N \quad \phi_U]^T$; $W_1 = [\nabla_X^b \quad \nabla_Y^b \quad \nabla_Z^b \quad \epsilon_X^b \quad \epsilon_Y^b \quad \epsilon_Z^b]^T$;

将加速度计随机常值和陀螺随机常值扩充为系统状态,得到惯性导航系统的静基座初始对准状态方程^[11]:

$$\dot{X} = FX + GW = \begin{bmatrix} F_1 & G_1 \\ 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} G_1 \\ 0_{6 \times 6} \end{bmatrix} W \quad (17)$$

系统状态向量

0.1 m/s,3 个初始误差角均取 1°;3 个激光陀螺的常值漂移均取 0.1 (°)/h,随机漂移为 0.05 (°)/h;3 个加速度计的常值偏置取为 100 μ g,随机偏置为 50 μ g,外观测量的测量精度取为 0.01 m/s,捷联惯导系统所处位置纬度为 45°。卡尔曼滤波器的初始值选择如下:

$$P_1(0) = \text{diag}\{(0.1 \text{ m/s})^2, (0.1 \text{ m/s})^2, (0.1 \text{ m/s})^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (100 \mu\text{g})^2, (100 \mu\text{g})^2, (0.1 (\text{°})/\text{h})^2, (0.1 (\text{°})/\text{h})^2, (0.1 (\text{°})/\text{h})^2\}, Q = \text{diag}\{(50 \mu\text{g})^2, (50 \mu\text{g})^2, (50 \mu\text{g})^2, (0.05 (\text{°})/\text{h})^2, (0.05 (\text{°})/\text{h})^2, (0.05 (\text{°})/\text{h})^2\}, R = \text{diag}\{(0.01 \text{ m/s})^2, (0.01 \text{ m/s})^2, (0.01 \text{ m/s})^2\}.$$

3.2 仿真和分析

根据卡尔曼滤波原理,已知系统初始状态 X_0 及其方差阵 $P(0)$,根据每一步的测量值 $Z(k)$,可推导出当前系统状态 \hat{X}_k 。利用 3.1 节中设定初始值,对静态初始对准进行仿真,3 个失准角偏差仿真结果如图 1 所示。

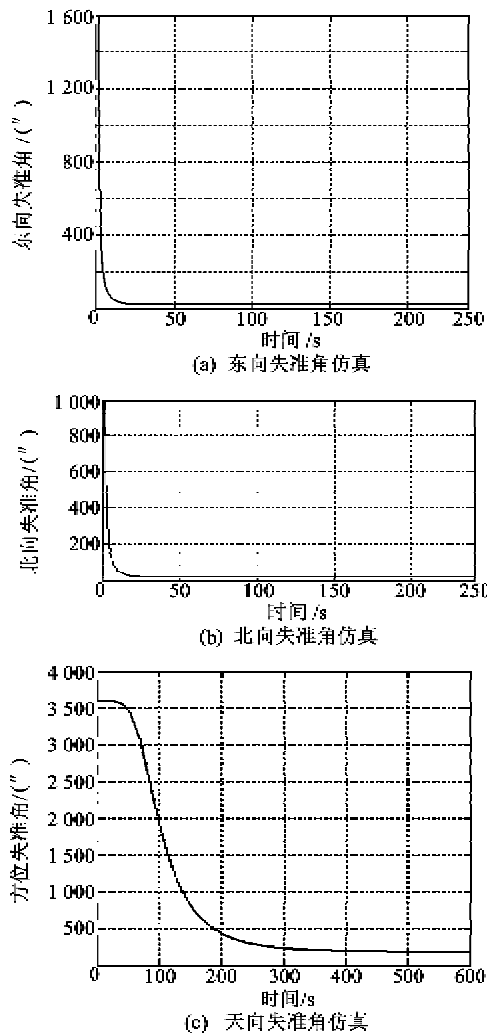


图1 失准角偏差仿真图

根据图1可知,东向和北向失准偏差角收敛速度较快,大约在精对准25 s后,可实现稳定。方位偏差角收敛速度较慢,在约300 s时可稳定。由于标准Kalman滤波构建的系统模型属于不完全可观测系统^[9],对系统状态向量的估计滤波有较大的影响。为了提高系统的可观测性,提出了多位置旋转、增加观测量、状态降阶等方法^[14],可有效提高初始对准的精度和速度。

当对准偏差角为大失准角时,对准模型变为非线性方程,对此如何有效进行状态估计是非线性滤波问题。对于非线性系统来说,得到精确的最优滤波解很困难,对此,人们提出了大量次优的近似非线性滤波方法,主要包括基于解析近似法的扩展Kalman滤波、基于确定性采样的UKF法和基于仿真的滤波方法^[15]等。其中应用广泛的就是扩展Kalman滤波,它是函数近似非线性滤波的典型代表。

4 结束语

本文通过对理想导航坐标系和计算地理坐标系下导航方程的推导和比较,建立了适用于任意失准角情况下的初始对准模型,可实现对静态对准、动态对准和大失准角等各种情况下的建模仿真研究。在此模型的基础上,可根据不同环境下对不同参数的定义和需求,能简化模型,得到传统的对准模型。

本文以静态初始对准为例,对系统模型进行了简化,得到了静态初始对准的模型,并采用Kalman滤波对此模型进行了仿真分析,仿真达到了较理想的结果。最后对大失准角情况下的非线性系统的建模和仿真进行了初步的探讨。

参考文献:

- [1] 刘建业, 曾庆化, 赵伟, 等. 导航系统理论与应用[M]. 西安: 西安工业大学出版社, 2009.
- [2] TITTERTON D H, WESTON J L. Strapdown inertial navigation technology[M]. 张天光, 王秀萍, 王丽霞, 等译. 北京: 国防工业出版社, 2007.
- [3] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [4] 李涛. 非线性滤波方法在导航系统中的应用研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2003.
- [5] 谭红利, 黄新生, 岳冬雪. 捷联惯导大失准角误差模型在快速传递对准中的应用[J]. 国防科技大学学报, 2008, 30(6): 19-23.
TAN Hongli, HUANG Xinsheng, YUE Dongxue. Rapid transfer alignment based on large misalignment SINS error model[J]. Journal of National University Defense Technology, 2008, 30(6): 19-23.
- [6] 杨鹏翔, 秦永元, 严恭敏. 捷联惯导系统简化非线性对准研究[J]. 系统仿真学报, 2010, 33(12): 2817-2820.
YANG Pengxiang, QIN Yongyuan, YAN Gongmin. Simplified strapdown INS nonlinear alignment research [J]. Journal of System Simulation, 2010, 33(12): 2817-2820.
- [7] SASIADEK J Z, WANG Q. Fuzzy adaptive Kalman filtering for INS/GPS data fusion[J]. American Institute of Aeronautics and Astronautics or Published with Permission of Authors and Authors' Sponsoring Organization, 1999, A99-36769: 1911-1918.
- [8] 徐清雷, 邓正隆, 张传斌. 捷联惯导系统快速初始对准方法仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(6): 1228-1230.
XU Qinglei, DENG Zhenglong, ZHANG Chuanbin. The simulation study on the SINS rapid alignment technology[J]. Journal of System Simulation, 2004, 16(6): 1228-1230.

(下转第852页)