

模糊自适应滤波在捷联惯导初始对准中的应用

王跃钢, 蔚 跃, 雷堰龙, 陈苏邑

(第二炮兵工程大学 自动化系, 陕西 西安 710025)

摘 要:传统卡尔曼滤波应用于捷联惯导初始对准中由于模型参数、噪声的统计特性不确定,影响估计效果。而模糊自适应卡尔曼滤波能按照模糊推理原理逐步校正系统的观测噪声协方差阵,具体实现是通过观察残差的理论值是否接近于其实际值,系统调整观测噪声协方差的加权以达到修正观测噪声协方差阵的目的,进而提高系统的对准效率。在噪声统计特性未知时,比较了常规卡尔曼滤波与模糊自适应卡尔曼滤波在初始对准中的应用效果。仿真结果表明,这种算法能有效提高系统的滤波效果,是一种较理想的初始对准滤波方法。

关键词:捷联惯导;初始对准;模糊自适应滤波

中图分类号:TN967.2 **文献标识码:**A

Application of Fuzzy Adaptive Filtering to Initial Alignment of SINS

WANG Yuegang, YU Yue, LEI Yanlong, CHEN Suyi

(Dept. of Automation, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: The application of conventional Kalman filtering to initial alignment of strap-down inertial navigation system (SINS) may influence the estimation effect due to the uncertainty of statistic characteristics of the model parameters and noise. The fuzzy adaptive Kalman filtering algorithm can modify the measurement noise covariance matrix gradually through Fuzzy Inference System (FIS). The detailed method is that the weighting of the observing noise covariance is adjusted by the system to correct the measurement noise covariance by observing whether or not the theoretic value of the residual closes to the real measurement covariance, and then the alignment efficiency of the navigation system can be improved. When the noise statistic characteristics are unknown, the initial alignment effects of the conventional Kalman filtering and the fuzzy adaptive Kalman filtering have been compared. The simulation results show that the proposed algorithm can improve the filtering performance of the navigation system effectively, and it is an ideal navigation filtering method of initial alignment.

Key words: SINS; initial alignment; fuzzy adaptive filter

0 引言

捷联惯导系统的初始对准是指提供捷联惯导导航解算所需的初值,其主要任务是确定载体坐标系和真实导航坐标系之间的初始方向余弦矩阵。初始对准中对准时间与对准精度相互矛盾,解决这一矛盾也成为当前惯性领域研究的热点^[1]。卡尔曼滤波是实现惯导系统自对准的一种有效方法,但在很多实际系统中,系统过程噪声方差阵和观测噪声方差阵是未知的,有时状态转移阵或观测矩阵也不是确切已知的,滤波时可能引起滤波发散。

自适应滤波是一种具有抑制滤波器发散的滤波方法。目前针对不同的应用环境构造出了相关法、

贝叶斯法、极大似然法、协方差匹配法^[2]、Sage-Husa 自适应滤波^[3]及遗传算法自适应滤波^[4]等多种自适应滤波方法。本文提出了模糊自适应卡尔曼滤波算法,仿真结果表明,该方法能抑制常规滤波方法的发散问题,在保持精度的前提下有效地缩短了对准时间。

1 捷联惯导初始对准误差模型

1.1 状态方程

建立在东北天坐标系下的经典捷联惯导误差模型^[5-6]为

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A}$ 为状态转移矩阵; $\mathbf{X}$ 为状态量,且

收稿日期:2012-03-23

作者简介:王跃钢(1958-),男,四川内江人,博士生导师,博士生,主要从事惯性导航与制导的研究。

$$\mathbf{X} = [\delta v_E \quad \delta v_N \quad \delta \phi_E \quad \delta \phi_N \quad \delta \phi_U \quad \nabla_E \quad \nabla_N \quad \varepsilon_E \quad \varepsilon_N \quad \varepsilon_U]^T \quad (2)$$

式中: δv 为速度误差; $\delta \phi$ 为失准角; ∇ 为加速度计误差; ε 为陀螺漂移; 下标 E, N, U 为地理坐标系的分量。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{F} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0}_{5 \times 5} & \mathbf{0}_{5 \times 5} \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{0}_{5 \times 5}$ 为指定维数的零矩阵。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 2\omega_U & 0 & -g & 0 \\ -2\omega_U & 0 & g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_U & -\omega_N \\ 0 & 0 & -\omega_U & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_U & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_N & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ 0 & 0 & C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ 0 & 0 & C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: ω 为地球自转角速度; C_{ij} 为载体系 b 到地理系 n 的转换矩阵 C^n_b 的元素。

当模型误差看作白噪声时, 建立系统的卡尔曼滤波模型:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{W}(t) \quad (6)$$

式中 $\mathbf{W}(t)$ 为系统噪声矢量, 由加速度计白噪声和陀螺白噪声构成。

1.2 观测方程

选取水平速度误差 $\delta v_E, \delta v_N$ 为系统的观测量, 观测方程为

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \boldsymbol{\zeta}(t) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{H} = [\mathbf{I}_{2 \times 2} \quad \mathbf{0}_{2 \times 8}]$ 为观测矩阵; $\boldsymbol{\zeta}(t)$ 为观测噪声矢量。文献[7]指出, 2个水平加速度计的随机常值偏置 ∇_E, ∇_N 及东向陀螺漂移 ε_E 是不可观测的变量。

式(6)、(7)表示连续系统的模型, 在计算机进行仿真时需对其进行离散化处理。

2 模糊自适应卡尔曼滤波算法

自适应卡尔曼滤波是一种具有抑制滤波器发散作用的滤波方法, 对未知的或不确切知道的系统模型参数和噪声统计参数进行估计或修正[2]。它能估计出系统的过程噪声和观测噪声, 实时跟踪其变化

以修正滤波参数, 提高滤波效果。

将系统线性离散化后的数学模型方程为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \boldsymbol{\Phi}_{k/k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \boldsymbol{\Gamma}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{X}_k$ 为状态向量; $\boldsymbol{\Phi}_{k/k-1}$ 为转移矩阵; $\mathbf{W}_{k-1}$ 为系统噪声; $\mathbf{Z}_k$ 为观测向量; $\mathbf{H}_k$ 为观测矩阵; $\mathbf{V}_k$ 为观测噪声。 $\{\mathbf{W}_{k-1}\}$ 与 $\{\mathbf{V}_k\}$ 为零均值的白噪声序列且互不相关, $E\{\mathbf{W}_{k-1}\} = \mathbf{Q}_k \delta_{kj}$, $E\{\mathbf{V}_k\} = \mathbf{R}_k \delta_{kj}$ 。

$\mathbf{Q}_k$ 和 $\mathbf{R}_k$ 分别为系统噪声和观测噪声的方差矩阵。在理想状况下, $\mathbf{R}_k$ 均值应为 0, 方差的实测值应与卡尔曼滤波后的理论值相同; 如果两者长时间不一致, 则可断定观测噪声水平已变化, 需利用测量值的方差信息, 使用模糊推理方法, 实时改变 $\mathbf{R}_k$ 值, 使理论值和实际值一致, 这样可有效提高系统的稳定性和估计结果的精确性, 所以设计的模糊自适应滤波器算法[18]如下:

1) 定义卡尔曼滤波新息序列为

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} \quad (9)$$

2) 时间更新方程

$$\hat{\mathbf{X}}(k/k-1) = \boldsymbol{\Phi}(k/k-1) \mathbf{X}(k-1/k-1) \quad (10)$$

$$\mathbf{P}(k/k-1) = \mathbf{G}(k-1) \mathbf{Q} \mathbf{G}^T(k-1) + \boldsymbol{\Phi}(k/k-1) \mathbf{X}(k-1/k-1) \boldsymbol{\Phi}^T(k/k-1) \quad (11)$$

3) 量测更新方程

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k/k-1) \mathbf{H}^T(k) [\mathbf{H}(k) \mathbf{P}(k/k-1) \cdot \mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1} \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k/k) = \hat{\mathbf{X}}(k/k-1) + \mathbf{K}(k) [\mathbf{Z}(k) - \mathbf{H}(k) \cdot \hat{\mathbf{X}}(k/k-1)] \quad (13)$$

$$\mathbf{P}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}(k)] \mathbf{P}(k/k-1) \quad (14)$$

令

$$\mathbf{R}(k) = t(k) \mathbf{R}(k-1) \quad (15)$$

式中: $\mathbf{I}$ 为单位矩阵; $t(k)$ 为根据模糊推理原理得到的。新息所测得方差比理论方差即为模糊规则(FIS)的输入, 算法关键就是如何构造 FIS。

设新息的理论方差

$$\begin{aligned} D_r(k) &= \mathbf{H}(k) [\boldsymbol{\Phi}(k/k-1) \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\Phi}^T(k/k-1) + \mathbf{G}(k) \mathbf{Q} \mathbf{G}^T(k-1)] \mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k-1) \\ &= \mathbf{H}(k) \mathbf{P}(k/k-1) \mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k-1) \end{aligned} \quad (16)$$

残差所测得的方差为 C_r , 即

$$C_r = \frac{1}{M} \sum_{i=i_0}^k r_i r_i^T \quad (17)$$

估计窗一般根据经验选取,其主要是起到平滑作用。

令残差方差的实测值与理论值比值

$$ROR(k) = \frac{T_r(C_r(k))}{T_r(D_r(k))} \quad (18)$$

式中 $T_r(\blacksquare)$ 为对矩阵求迹。从式(18)可知, $C_r(k)$ 随着观测噪声增大而增大,导致 $ROR(k)$ 增大。为了使 $ROR(k)$ 回到初始值 1 附近,就必须增大 $R(k)$; 相反随着观测噪声减小而减小。 $R(k)$ 的变化由 $t(k) = FIS(ROR(k))$ 确定。

定义 $t(k)$ 的 FIS 规则如下:

- 1) if $ROR(k)$ is equal1, then $t(k)$ is equal1.
- 2) if $ROR(k)$ is less1, then $t(k)$ is less1.
- 3) if $ROR(k)$ is more1, then $t(k)$ is more1.

其中模糊子集 equal1, more1, less1 分别表示在 1 附近,大于 1,小于 1。

图 1,2 分别为 $ROR(k)$ 与 $t(k)$ 的隶属度函数图。

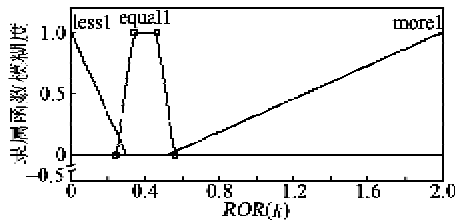


图 1 $ROR(k)$ 的隶属度函数

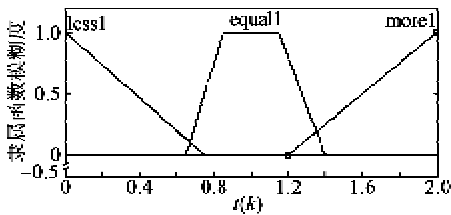


图 2 $t(k)$ 的隶属度函数

按照此模糊规则,得到新的 $t(k)$,通过 $t(k)$ 对 $R(k)$ 进行自适应调整。

3 方位失准角的快速估计方法

文献[9-10]提到一种快速估计方位失准角的方法。其推导过程是先将误差模型的前 5 个方程写出:

$$\delta \dot{v}_E = -2\omega_U \delta v_N - g \delta \phi_N + \nabla_E \quad (19)$$

$$\delta \dot{v}_N = -2\omega_U \delta v_E + g \delta \phi_E + \nabla_N \quad (20)$$

$$\delta \dot{\phi}_E = \omega_U \delta \phi_N - \omega_N \delta \phi_U + \epsilon_E \quad (21)$$

$$\delta \dot{\phi}_N = -\omega_U \delta \phi_E + \epsilon_N \quad (22)$$

$$\delta \dot{\phi}_U = \omega_N \delta \phi_E + \epsilon_U \quad (23)$$

由(19)~(21)可得

$$\delta \phi_E = (\delta \dot{v}_N + 2\omega_U \delta v_E - \nabla_N) / g \quad (24)$$

$$\delta \phi_N = (2\omega_U \delta v_N - \delta \dot{v}_E + \nabla_E) / g \quad (25)$$

$$\delta \phi_U = (\omega_U \delta \phi_N - \delta \dot{\phi}_E + \epsilon_E) / \omega_N \quad (26)$$

考虑到 ∇_E, ∇_N 不可观测, $\delta \dot{v}_E, \delta \dot{v}_N, \delta v_E, \delta v_N$ 可观测,且取 ∇_E, ϵ_E 的初值为 0,将式(24),(25)代入式(26)得到 $\delta \phi_U$ 的稳态误差应为

$$\delta \phi_U = \frac{\epsilon_E}{\omega_N} + \frac{\omega_U}{g \omega_N} \quad (27)$$

由于 $\delta \dot{v}_E, \delta \dot{v}_N, \delta v_E, \delta v_N$ 可观测,于是想到是否能用水平失准角稳态估计值来估计方位失准角。由于 ϵ_E 不可观测,假设其初值为 0,则可略去 ϵ_E 。由式(26)可写出由水平失准角的稳定估计值去估计方位失准角 $\delta \phi_U$ 的估计方程:

$$\delta \phi_U = (\omega_U \delta \phi_N - \delta \dot{\phi}_E) / \omega_N \quad (28)$$

4 仿真结果与分析

捷联惯导系统过程噪声特性 Q_k 可通过大量试验得到,因此主要考虑 R_k 未知的情况。仿真初值按如下选取,即

1) 状态变量 X 的初值 X_0 取 0。

2) 采样周期 1 s,采样 400 s。

3) 初始失准角都取 1° 。

4) 陀螺常值漂移取 $0.02 (^\circ)/h$,随机漂移为 $0.01 (^\circ)/h$ 。

5) 加速度计常值漂移为 $1 \times 10^{-4} g$ ($g=9.8 \text{ m/s}^2$),随机漂移 $0.5 \times 10^{-4} g$,纬度取 45° 。

状态估计协方差阵初值 P_0 、系统噪声方差阵初值 Q_0 及量测噪声方差阵初值 R_0 按照(30)~(32)选取:

$$X_0 = [0_{1 \times 10}] \quad (29)$$

$$R_0 = \text{diag}\{(0.05 \text{ m/s})^2, (0.05 \text{ m/s})^2\} \quad (30)$$

$$P_0 = \text{diag}\{(0.05 \text{ m/s})^2, (0.05 \text{ m/s})^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (0.02 (^\circ)/h)^2, (0.02 (^\circ)/h)^2, (0.02 (^\circ)/h)^2, (100 \mu g)^2, (100 \mu g)^2\} \quad (31)$$

$$Q_0 = \text{diag}\{(50 \mu g)^2, (50 \mu g)^2, (0.01 (^\circ)/h)^2, (0.01 (^\circ)/h)^2, (0.01 (^\circ)/h)^2, 0, 0, 0, 0, 0\} \quad (32)$$

在相同初始条件下,利用常规卡尔曼滤波算法

和模糊自适应滤波算法进行仿真,在 $t=30\text{ s}$ 时引入水平失准角的稳态估计值,用式(28)进行 $\delta\phi_U$ 的估计。仿真曲线如图3~5所示。

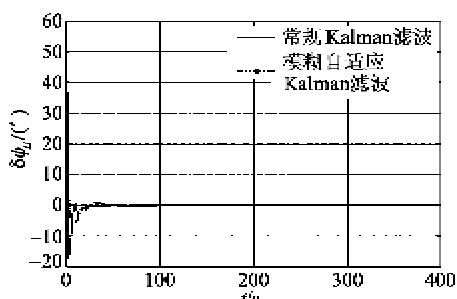


图3 东向误差角 $\delta\phi_E$ 估计值

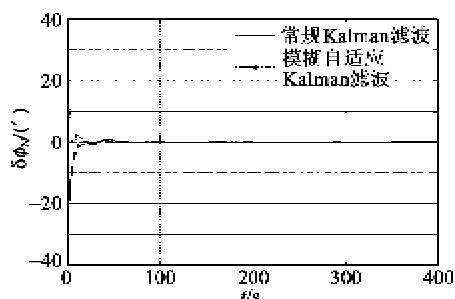


图4 北向误差角 $\delta\phi_N$ 估计值

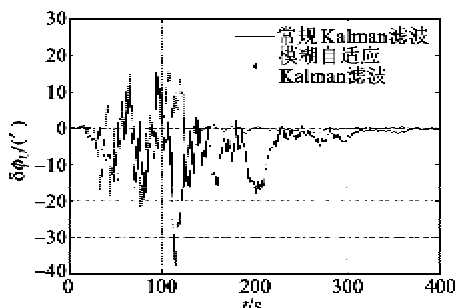


图5 天向误差角 $\delta\phi_U$ 估计值

由图3~5可知,采用模糊自适应算法能较快进入滤波稳定状态,其精度与常规卡尔曼相当。但从天向对准时间来看,由之前的超过300 s减小到了150 s以内,说明该算法优于常规卡尔曼滤波算法。主要原因是模糊自适应卡尔曼滤波能在线估计噪声的统计特性,得到更精确的状态估计,而应用卡尔曼滤波进行估计时需事先得到系统噪声的统计特性,所以模糊自适应卡尔曼滤波具有更好的估计效果。

5 结束语

捷联惯导系统的初始对准中,模糊自适应卡尔曼滤波能按照模糊推理原理逐步修正系统的观测噪声协方差阵,抑制噪声模型对系统精度的影响。在噪声统计特性未知时,与卡尔曼滤波作了比较。仿

真结果表明,该算法相比于卡尔曼滤波有更好的滤波效果。

参考文献:

- [1] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [2] 付梦印, 邓志红, 闫莉萍. Kalman滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [3] 郑佳华, 王宏力, 段小庆, 等. 自适应kalman滤波在SINS静基座初始对准中的应用[J]. 电光与控制, 2008, 15(6): 88-90.
ZHENG Jiahua, WANG Hongli, DUAN Xiaoqing, et al. Application of adaptive Kalman filter in initial alignment of SINS on stationary base[J]. Electronics Optics & Control, 2008, 15(6): 88-90.
- [4] 王涛, 张礼礼, 郝顺义. 自适应遗传算法捷联惯导系统初始对准[J]. 火力与指挥控制, 2009, 34(4): 124-127.
WANG Tao, ZHANG Lili, HAO Shunyi. Study on the adaptive genetic algorithm in the initial alignment of SINS[J]. Fire Control and Command Control, 2009, 34(4): 124-127.
- [5] JIANG Y F, LIN Y P. Error estimation of INS ground alignment through observability analysis [J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic System, 1992, 28(1): 92-97.
- [6] BAR-ITZHACK I Y, BERMAN N. Control theoretic approach to inertial navigation systems[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1988, 11(3): 237-245.
- [7] 高伟熙, 缪玲娟, 倪茂林. 一种引入陀螺角速度信息的快速对准方法[J]. 宇航学报, 2010, 31(6): 1596-1601.
GAO Weixi, MIAO Lingjuan, NI Maolin. A fast initial alignment method with gyro angular rate information [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(6): 1596-1601.
- [8] 徐田来, 游文虎, 崔平远. 基于模糊自适应卡尔曼滤波的INS/GPS组合导航系统算法研究[J]. 宇航学报, 2005, 26(5): 571-575.
XU Tianlai, YOU Wenhui, CUI Pingyuan. Research on GPS/INS integrated navigation system based on fuzzy adaptive Kalman filtering[J]. Journal of Astronautics, 2005, 26(5): 571-575.
- [9] 房建成, 祝世平, 俞文伯. 一种新的惯导系统静基座快速初始对准方法[J]. 北京航空航天大学学报, 1999, 25(6): 728-731.
FANG Jiancheng, ZHU Shiping, YU Wenbo. Fast initial alignment method of inertial navigation system on stationary base[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1999, 25(6): 728-731.
- [10] 王新龙, 王宾. 一种简捷的捷联惯导系统静基座快速对准方法研究[J]. 弹箭与制导学报, 2006, 26(2): 513-516.
WANG Xinlong, WANG Zhen. A Simplified and fast alignment method of inertial navigation system on stationary base[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2006, 26(2): 513-516.