

基于优化 SVD 和平稳小波的复合降噪方法

黄建招, 谢 建, 李 锋, 李 良

(第二炮兵工程大学 兵器发射理论与技术国家重点学科实验室, 陕西 西安 710025)

摘 要:通过分析奇异值分解(SVD)和小波阈值两种降噪方法的特点,提出了基于优化奇异值分解和平稳小波的复合降噪方法。方法采用统计学习理论的结构风险最小化原则优化确定矩阵有效秩,解决奇异值分解降噪特征值选取困难的问题。针对传统二进离散小波忽略尺度噪声且在奇异点存在振荡效应的不足,运用改进的平稳小波降噪方法对奇异值分解降噪后的信号进行精细处理。通过在不同信噪比条件下与传统离散二进小波进行降噪对比试验,证明了方法的有效性和优越性。

关键词:奇异值分解; 结构风险最小化; 离散平稳小波变换; 阈值降噪

中图分类号:TP274 **文献标识码:**A

Compound De-noising Method Based on Discrete Stationary Wavelet Transform and Optimized SVD

HUANG Jianzhao, XIE Jian, LI Feng, LI Liang

(State Key Subject Lab. of Weapon Launching Theory and Technology, The Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: According to the analysis of characteristics of the SVD and wavelet threshold de-noising methods, the compound de-noising method based on discrete stationary wavelet transform and optimized SVD was put forward. The effective rank of the matrix is optimized by the structural risk minimization principal of the statistical learning theory, solving the problem of choosing SVD de-noising eigenvalue. Aiming to the shortage of the oscillation effects of traditional discrete binary wavelet transform in singularity and ignoring the noise influence of the approximation coefficients, the improved discrete stationary wavelet transform method was used to do threshold de-noising after the SVD de-noising. At last, the de-noising experiments are carried out compared with the traditional discrete binary wavelet transform under different conditions. The validity and superiority of the method are proved by the experiment.

Key words: singular value decomposition; structural risk minimization; discrete stationary wavelet transform; threshold de-noising

0 引言

在信号消噪处理方法中,基于奇异值分解(SVD)的信号降噪法作为一种有效的降噪处理方法^[1-3],在实际中得到广泛应用,但如何取舍矩阵的特征值,是基于奇异值分解降噪法中一个较难的问题。基于小波变换(WT)的降噪方法^[4-6],常用的是离散二进小波变换阈值降噪法。常用的离散二进小波变换采用下采样处理方法,从而导致信号的信息随着分解层数的增加不断减少,奇异点易产生振荡效应,为了克服上述问题,在正交小波变换的基础上提出了离散平稳小波变换。同时,经分析 Matlab 小

波消噪处理命令自身算法,发现其在理想条件下考虑设计,算法只对细节信号作用阈值,忽略了近似部分信号噪声的影响。

由于奇异值分解降噪法直接将较小的奇异值置零,从而去除信号噪声,故此法可视为是一种较“粗糙”的降噪法,而小波变换以其良好的时频分析能力被称为信号处理的“显微镜”。鉴于此,本文将奇异值分解降噪与小波降噪^[7]两种方法有机结合,提出一种基于优化 SVD 和平稳小波的复合降噪法。首先利用基于结构风险最小化的原则优化确定奇异值矩阵分解的特征值,利用奇异值分解降噪法进行粗

收稿日期:2012-06-15

作者简介:黄建招(1984-),男,河北霸州人,博士生,主要从事故障诊断、多传感器信息融合技术的研究。E-mail: huangjianzhao2008@163.com

滤;然后利用离散平稳小波对粗滤后信号进行小波变换,根据各层信噪比的特点,通过估计噪声强度自适应确定各层系数降噪阈值,对近似信号和细节信号进行细滤;最后进行小波重构得到降噪信号。

1 奇异值分解降噪理论

设观察到的信号

$$x(n) = s(n) + u(n) \quad n=0,1,\dots,N-1 \quad (1)$$

式中: $s(n)$ 为有用信号; $u(n)$ 为噪声信号。用 $x(n)$ 可构造 $m \times n$ 的矩阵。

$$D = \begin{bmatrix} x(0) & x(1) & \cdots & x(n) \\ x(1) & x(2) & \cdots & x(n+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(m-1) & x(m) & \cdots & x(m+n-1) \end{bmatrix} \quad (2)$$

对矩阵 D 进行奇异值分解,可得

$$D = U \Sigma V^T \quad (3)$$

式中: Σ 为对角阵,存储着矩阵 D 对应的所有特征值($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_i \geq \dots \geq \lambda_k \geq 0$); U 为 m 阶酉矩阵; V 为 n 阶酉矩阵。矩阵 D 是由信号和噪声共同组成的矩阵,矩阵的奇异值反映信号和噪声的能量集中情况,对矩阵的奇异值按从大到小顺序排列,那么前 i 个较大的奇异值主要反映信号,较小的奇异值则主要反映噪声,把反映噪声的奇异值置0,就可去除信号的噪声,再利用奇异值的反变换得到降噪后的信号。

2 SVD和平稳小波复合降噪法

将奇异值分解降噪和小波阈值降噪两种方法有机结合,提出基于优化SVD和平稳小波的复合降噪方法。针对奇异值分解降噪中矩阵有效秩(特征值)的选择问题,从结构风险最小化的角度优化选取特征值;针对小波阈值降噪中阈值的关键性作用,根据小波分解层数的不同对近似信号和细节信号自适应确定降噪阈值。

2.1 结构风险最小化下的矩阵有效秩

运用奇异值分解降噪法需考虑两个问题:矩阵 D 的形成和特征值的选择。矩阵形成方面,对于具有准周期性的信号,采取将信号均匀分段的方法,使 n 尽量等于其周期的长度;而对于非周期性或未知信号没有准确的方法。结合实际经验,应尽量使 m 和 n 的长度相近。矩阵有效秩选取方面,常用的方法有均值法、中值法和突变法,这些方法的理论基础

都不特别完备,应用风险未知,如何有效地选择特征值是一个仍待研究的问题。

选取特征值问题是一个最优化问题,理想状态下要使选择的实际风险最小。统计学习理论从函数集学习性能角度说明了实际风险由两部分组成:经验风险和置信范围。经验风险和实际风险之间至少 $1-\eta$ 的概率满足如下关系^[8-9]:

$$R \leq R_{\text{emp}} + \Phi(l/h) \quad (4)$$

$$\Phi(l/h) = \sqrt{\frac{8 \times \{h[\ln(2l/h)+1] - \ln(\eta/4)\}}{l}} \quad (5)$$

式中: R 为实际风险; R_{emp} 为经验风险; $\Phi(l/h)$ 为置信范围; h 为函数集的学习性能; l 为样本数, $0 < \eta < 1$ 。

将结构风险最小化原则应用到确定奇异值矩阵有效秩时,相关参数的确定方法如下:

1) 将矩阵 D 奇异值分解对应的奇异值按照从大到小的顺序排列,按照元素递增的规则构建函数集: $A_1 = \{\lambda_1\}$, $A_2 = \{\lambda_1, \lambda_2\}$, ..., $A_l = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l\}$ 。

2) 从奇异值分解理论可知,组成函数集的基函数两两正交,因此函数集的学习性能 h 与与其对应 l 之间的关系为 $h = l+1$ 。

3) R_{emp} 经验风险采用信号降噪前后的方差进行计算。

4) $1-\eta$ 与 l 相关, l 越大,概率越大,本文取 $\eta = 1/l$ 。

根据矩阵特征值函数集元素的递增次序,依次计算实际风险,从中寻找最小值对应的函数集,从而确定矩阵的有效秩。图1为含噪信号利用结构风险最小化原则优化选择特征值的曲线。由图可见,经验风险在实际风险中的影响占主导地位,实际风险最小值出现在第110个特征值附近。

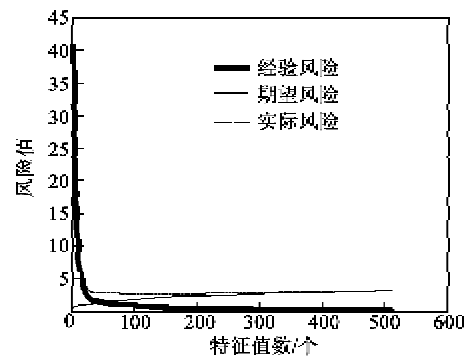


图1 优化特征值选择曲线

2.2 平稳小波降噪阈值确定方法

信号经离散平稳小波分解 N 层后,得到信号的近似部分和多个细节部分,这些信号的长度与原始信号相同。细节部分信号的信噪比(SNR)随着分解层数的不同而不断变化,因此统一运用基于原始信号的阈值进行降噪不合理。针对上述问题,本文提出对近似部分和每个细节部分基于噪声强度不同进行自适应降噪的方法,其步骤为:

- 1) 估计近似部分和细节部分信号的噪声强度。
- 2) 根据噪声强度计算各部分的不同降噪阈值。
- 3) 对各分解部分信号作用分层降噪阈值。

方法采用 penalty 策略由噪声强度确定降噪阈值,阈值函数选用软阈值函数。综上所述,基于优化SVD和平稳小波的复合降噪方法的流程图如图2所示。

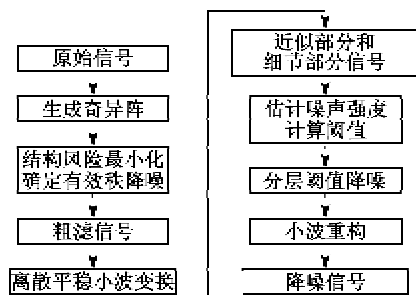


图2 复合降噪方法流程图

3 仿真试验

为验证方法的有效性,利用 Bumps、Doppler 两种典型信号进行仿真试验。试验中的噪声选用常用的加性高斯白噪声,对两种信号通过叠加不同能量的噪声以检验该方法对不同噪声水平的适应能力。同时将该方法与传统离散二进小波阈值降噪法结果相比,仿真过程中不同方法选取相同的小波基和分解层数。

降噪效果从定性和定量两方面进行评价。定性评价是评价消噪信号和目标信号的波形是否接近,消噪信号是否足够平滑,信号的特征波形是否被完好保留。定量评价通过降噪信号的信噪比(SNR)和均方根误差(RMSE)进行评价。图3、4分别为不同信噪比条件下不同方法降噪的效果。对比图3、4可见,复合降噪法在定性和定量两方面都优于传统离散二进小波降噪法。

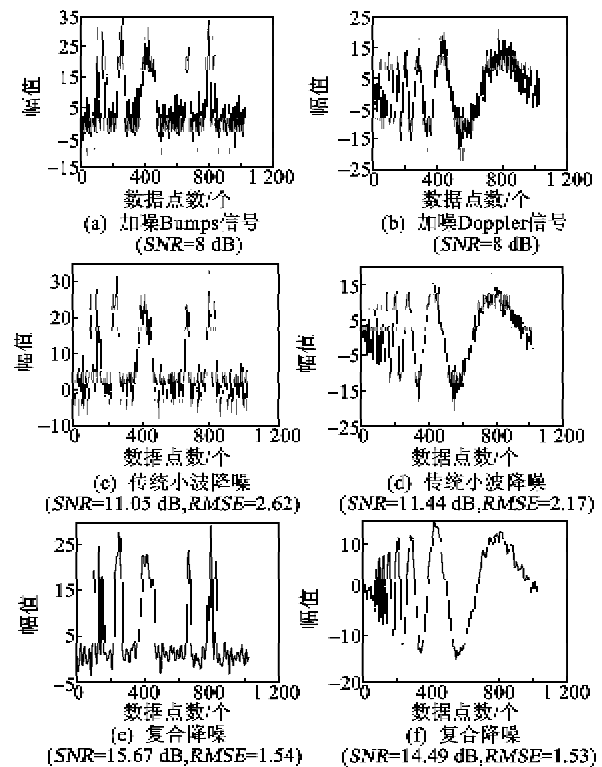


图3 低信噪比降噪对比图

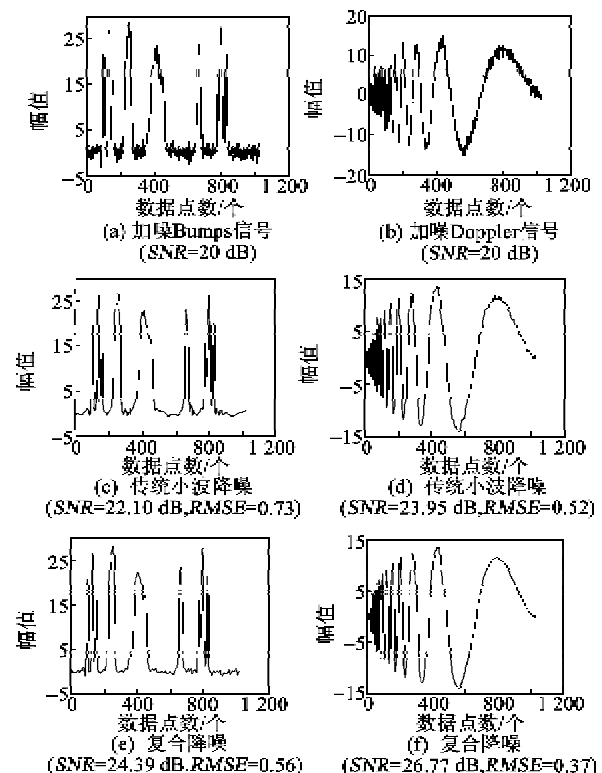


图4 高信噪比降噪对比图

4 结束语

通过分析奇异值分解和小波阈值降噪法的特点,将利用结构风险最小化原则优化的奇异值分解

降噪与改进的平稳小波降噪相结合,运用复合降噪法对信号进行滤波降噪。通过仿真试验进行对比和验证,证明了复合方降噪法在定性和定量指标上都优于传统离散二进小波降噪。

参考文献:

- [1] 梁霖,徐光华,侯成刚. 基于奇异值分解的连续小波消噪方法[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(9): 904-908.
LIANG Lin, XU Guanghua, HOU Chenggang. Continuous wavelet transform denoising method based on singular value decomposition[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2004, 38(9): 904-908.
- [2] HAMID H. A time-frequency approach for noise reduction[J]. Digital Signal Processing, 2008, 18(5): 728-738.
- [3] 苑宇,李宝良,姚世选. 基于吸引子SVD降噪的改进EMD法[J]. 振动、测试与诊断, 2010, 30(3): 325-329.
YUAN Yu, LI Baoliang, YAO Shixuan. Improved empirical mode decomposition denoised by singular value decomposition[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2010, 30(3): 325-329.
- [4] DONOHO D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Trans Inform Theory, 1995, 41(3): 613-627.
- [5] 赵晓燕,李宏男. 一种改进的小波分析消噪方法及其在健康监测中的应用[J]. 振动与冲击, 2007, 26

(10): 137-139.

ZHAO Xiaoyan, LI Hongnan. Noise control for health monitoring signal of a civil structure based on PZT sensors[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007, 26(10): 137-139.

- [6] 何利,刘群. 基于多特征融合和小波去噪的镜头渐变检测方法[J]. 重庆邮电大学学报:自然科学版, 2009, 21(5): 690-694.
HE Li, LIU Qun. Approach of gradual shot-boundary based on multi-feature fusion and wavelet denoising[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications: Natural Science Edition, 2009, 21(5): 690-694.
- [7] 陈江涛,周旻昊,肖峰敏. 流化床颗粒浓度信号的小波降噪分析[J]. 重庆理工大学学报:自然科学版, 2011(2): 29-33.
CHEN Jiangtao, ZHOU Minhao, XIAO Fengmin. Analysis of wavelet reducing noise for grain consistency signal of fluidized bed[J]. Journal of Chongqing University of Technology: Natural Science, 2011(2): 29-33.
- [8] VAPNIK V. The nature of statistical learning theory[M]. New York: Springer, 1995.
- [9] GIORGIO C, MARINO G. VC-dimension and structural risk minimization for the analysis of nonlinear ecological models[J]. Applied Mathematics and Computation, 2006, 176(1): 166-176.

(上接第447页)

参考文献:

- [1] HESNER A. Implementing reconfigurable datapaths in FPGAs for adaptive filter design[J]. 6th International Workshop on Field-Programmable Logic and Applications, 1996: 220-229.
- [2] WOOLFRIES N, LYSAGHT P, MARSHALL S, et al. Fast adaptive image processing in FPGAs using stack filters[J]. 8th International Workshop, 1998: 406-410.
- [3] 李国峰. 数字通信中自适应滤波器的研究[D]. 天津: 南开大学, 2002.
- [4] 代少升,马东鸽. 基于DSP的语音信号自适应滤波系统的设计与实现[J]. 重庆邮电大学学报:自然科学版, 2011, 23(4): 432-436.
- [5] 刘雄飞,高金定,齐海兵. LMS自适应滤波器FPGA实

现的新方法[J]. 压电与声光, 2007, 29(1): 87-89.

LIU Xiongfei, GAO Jinding, QI Haibing. A new way on FPGA implementation of LMS adaptive filter[J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2007, 29(1): 87-89.

- [6] 何宾. FPGA数字信号处理实现原理及方法[M]. 北京:清华大学出版社, 2010.
- [7] 施国勇. 数字信号处理FPGA电路设计[M]. 北京:高等教育出版社, 2010.
- [8] 倪元敏,王军. 基于投影算法的二维自适应滤波器[J]. 重庆工学院学报:自然科学版, 2008(8): 112-118.
NI Yuanmin, WANG Jun. Two-dimensional adaptive filter based on projection algorithm[J]. Journal of Chongqing Institute of Technology: Natural Science, 2008(8): 112-118.
- [9] PARHI. VLSI数字信号处理系统:设计与实现[M]. 陈弘毅,译. 北京:机械工业出版社, 2004.