

多模态下压电振动能量收集器的等效电路仿真

王宏金, 孟庆丰

(西安交通大学 机械工程学院, 陕西 西安 710049)

摘 要:结合有限元分析法和电子电路分析法建立了多模态下压电振动能量收集器与交流-直流(AC-DC)非线性负载电路相连接的等效电路仿真模型。利用有限元分析软件 ANSYS 确定了压电能量收集器的等效电路参数,根据这些等效电路参数,在 PSPICE 软件中建立了非线性负载电路条件下压电振动能量收集器的等效电路仿真模型,并实现了其输出电压和功率的快速仿真。仿真结果表明,等效电路仿真模型可得非线性负载电路条件下压电振动能量收集器的输出电压和功率,而这是单独使用 ANSYS 软件完全不能解决的。这为多模态下压电振动能量收集器的电能预测提供了一种简便而有效的分析方法,更为解决任意复杂非线性负载电路条件下压电振动能量收集器的输出电能预测打下了基础。

关键词:多模态;压电;能量收集;有限元;机电类比;等效电路

中图分类号: TM619; TM282; TN710 **文献标识码:** A

Equivalent Circuit Simulation of Vibration-based Piezoelectric Energy Harvester Under Multiple Modes

WANG Hongjin, MENG Qingfeng

(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: The equivalent simulation circuit model of multi-mode piezoelectric vibration energy harvester connected with an AC-DC nonlinear load circuit is established by combining the methods of finite element analysis and electronic circuit analysis. The equivalent circuit parameters of the piezoelectric energy harvester are determined by using finite element analysis software ANSYS. Based on these parameters, the equivalent simulation circuit model of piezoelectric vibration energy harvester under a nonlinear load circuit is established and the fast simulation of the output voltage and power of piezoelectric energy harvester is realized using PSPICE software. The simulation results show that the output voltage and power of the piezoelectric vibration energy harvester connected with nonlinear load circuit can be easily obtained by this equivalent simulation circuit model, which can not be solved only by the finite element analysis software ANSYS own. This equivalent simulation circuit model not only provides a convenient and effective method for predicting the electric energy of vibration-based piezoelectric energy harvester with multiple modes, but also lays a foundation for solving the output power prediction of piezoelectric vibration energy harvester connected with any complicated nonlinear load circuit.

Key words: multiple modes; piezoelectric; energy harvesting; finite element; electro-mechanical analogy; equivalent circuit

0 引言

基于压电材料的振动能量收集器以其结构简单,能量密度高和易于微型化等特点引起了国内、外专家学者的广泛关注^[1]。对振动式压电能量收集器输出电能预测模型的建立不仅可预测其在给定振动环境下的输出电压和功率,且可有效地评估其机械能-电能的转换效率,从而为压电能量收集器的结构

优化起到一定的导向作用。虽然现有的有限元分析软件 ANSYS 可很好的求解压电耦合场问题,但其求解范围仅限于压电振动能量收集器与线性负载电路相连接的情形,而对于复杂的非线性负载电路却不能直接求解^[2]。采用理论方法能建立非线性负载电路条件下压电振动能量收集器的电能预测解析模型^[3],然而其推导过程复杂,且这种理论解析模型不能很好地推广到处理多模态下压电能量收集器输出

收稿日期:2013-01-10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50875196, 51275380)

作者简介:王宏金(1984-),男,陕西富平人,博士生,主要从事压电振动能量收集技术及其在无线传感器网络中的应用研究。

电能预测的问题上。

本文首先利用有限元法和电子电路分析法,建立压电振动能量收集器等效电路模型的基本原理和过程,再利用有限元分析软件 ANSYS,结合电路分析软件 PSPICE 求解了双压电层振动能量收集器和由整流桥和滤波电容组成的非线性负载电路相连接的振动能量收集系统的多模态电压和功率响应,进而说明了这种等效电路模型对分析在复杂机械边界条件和非线性负载电路条件下的压电振动能量收集系统多模态电能响应的优越性。

1 等效电路分析法的基本原理

根据哈密顿原理,悬臂梁式双压电层振动能量收集器在基础位移激励下的机电耦合动力学微分方程^[3]可写为

$$\ddot{\eta}_r(t) + \hat{C}_r^v \dot{\eta}_r(t) + \omega_r^2 \eta_r(t) + \hat{K}_r^v V(t) = -\hat{Q}_r \ddot{b}(t) \quad (1)$$

$$\sum_{r=1}^N \hat{K}_r^v \dot{\eta}_r(t) + \hat{C}^v V(t) - \dot{q}(t) = 0 \quad (2)$$

式中: $\eta_r(t)$ 和 ω_r 分别为压电悬臂梁的第 r 阶模态位移和第 r 阶固有角频率; $V(t)$ 和 $q(t)$ 分别为压电悬臂梁的输出电压及压电层电极表面的感应电荷; $\hat{C}_r^v$ 、 $\hat{K}_r^v$ 、 $\hat{Q}_r$ 和 $\hat{C}^v$ 都是与压电悬臂梁的材料属性和几何尺寸有关的系数; $b(t) = Be^{j\omega t}$ 为基础位移激励。

根据 Tilmans^[4]对压电换能器等效电路参数的总结并结合机电类比原理,可将悬臂梁式压电振动能量收集器的机电耦合动力学微分方程(式(1)、(2))中的机械量类比到电学领域,如表1所示。由表可看出,悬臂梁式压电振动能量收集器可看成由无限个电感、电容、电阻、理想电压源和理想变压器组成的并联支路共同构成的电路网络,其中每一个并联支路代表着压电振动能量收集器的每一阶振动模态,这样,就可将机械领域的问题成功地转换到电学领域进行分析。

表1 机电参数的类比关系

电学量	机械量
电荷 $q_r(t)$	模态位移 $\eta_r(t)$
电流 $I_r(t)$	模态速度 $\dot{\eta}_r(t)$
电压源 $V_r(t)$	外部力 $-\hat{Q}_r \ddot{b}(t)$
电感 L_r	质量系数 1
电阻 R_r	阻尼系数 $\hat{C}_r^v$
电容 C_r	柔顺系数 $1/\omega_r^2$
电容 C_0	系数 $-\hat{C}^v$
理想变压比 N_r	机电耦合系数 $\hat{K}_r^v$

为定量的获得等效电路模型中的各个参数,需让压电振动能量收集器工作于制动模式,进而通

过导纳分析来确定。令式(1)中的外部激励为0,即 $-\hat{Q}_r \ddot{b}(t) = 0$,并以 $-\dot{q}_1(t)$ 替换式(2)中的 $\dot{q}_1(t)$,这里的负号表示电流是流入而不是流出压电振动能量收集器。此时,给压电振动能量收集器的压电层施加一个简谐的单位电压激励,则这个能量收集器将工作于制动器模式。那么给替换后的式(1)、(2)两边分别取拉普拉斯变换并通过代换 $s = j\omega$ 将其变换到频域中,可得到压电振动能量收集器的导纳为

$$Y = \frac{j\omega q}{V} = j\omega \left(\sum_{r=1}^{\infty} \frac{(K_r^v)^2}{\omega_r^2 - \omega^2 + j\omega \hat{C}_r^v} - \hat{C}^v \right) \quad (3)$$

根据表1中机电参数的类比关系,可将式(3)进一步写成

$$Y = j\omega \left(\sum_{r=1}^{\infty} \frac{N_r^2}{1/C_r - L_r \omega^2 + j\omega R_r} + C_0 \right) \quad (4)$$

其中其短路共振频率可计算为 $\omega_r = 1/\sqrt{L_r C_r}$ 。

考虑下面3种情况下导纳的表达形式:

1) 当 $\omega \rightarrow 0$ 时,有

$$Y_0 \rightarrow j\omega \left(\sum_{r=1}^{\infty} C_r N_r^2 + C_0 \right) \quad (5)$$

2) 当 $\omega \rightarrow \infty$ 时,有

$$Y_{\infty} \rightarrow j\omega C_0 \quad (6)$$

3) 当 $\omega \rightarrow \omega_r$ 时,有

$$Y_{nr} \approx Y_{dr} + Y_{motr} \quad (7)$$

式中: Y_{dr} 和 Y_{motr} 分别称为第 r 阶阻尼导纳和第 r 阶运动导纳,由机械夹持边界条件决定,由压电材料本身确定,在这里我们主要关注后者。根据文献[5],可将第 r 阶的运动导纳进一步写成

$$Y_{motr} = \frac{j\omega N_r^2}{1/C_r - L_r \omega^2 + j\omega R_r} = \frac{\omega^2 R_r N_r^2 + j\omega N_r^2 (1/C_r - L_r \omega^2)}{(1/C_r - L_r \omega^2)^2 + \omega^2 R_r^2} = \frac{\text{Re}(Y_{motr}) + j\text{Im}(Y_{motr})}{\quad} \quad (8)$$

从式(8)可得出,运动导纳的运动轨迹是在复平面内的一个圆,这个圆的大小和位置由下式决定

$$\left[\text{Re}(Y_{motr}) - \frac{N_r^2}{2R_r} \right]^2 + [\text{Im}(Y_{motr})]^2 = \left(\frac{N_r^2}{2R_r} \right)^2 \quad (9)$$

那么,根据运动导纳圆的轨迹,就可确定压电振动能量收集器在第 r 阶振动模态下的等效电路参数 L_r 、 R_r 、 C_r 和 N_r ,且

$$\begin{cases} L_r = 1 \\ R_r = (\omega_{hp2r} - \omega_{hp1r}) L_r \\ C_r = 1/(L_r \omega_r^2) \\ N_r = \sqrt{R_r \{\max[\text{Re}(Y_{motr})]\}} \end{cases} \quad (10)$$

式中 ω_{hp1r} 和 ω_{hp2r} 分别为第 r 阶谐振电路的 2 个半功率频率点。

等效电路参数 $V_r(t)$ 还需确定。压电振动能量收集器在单位简谐基础加速度激励下, 电压响应 $V_r(t)$ 的幅值可视为 Q_r^{vp} 。那么根据式(1)、(2)可得, 在第 r 阶短路共振频率下压电振动能量收集器的电荷响应为

$$q_r(j\omega_r) = \hat{K}_r^{vp} \eta_r(j\omega_r) = \left[\frac{\hat{K}_r^{vp} \hat{Q}_r^{vp}}{j\omega_r^2 - \omega^2 + j\omega \hat{C}_r^{vp}} \right] \bigg|_{\omega = \omega_r} = \frac{\hat{K}_r^{vp} \hat{Q}_r^{vp}}{j\omega_r \hat{C}_r^{vp}} = \frac{N_r V_r^{amp}}{j\omega_r R_r} \quad (11)$$

式中: V_r^{amp} 为第 r 阶模态振动下压电振动能量收集器感应电压 $V_r(t)$ 的幅值。那么根据式(11)可得

$$V_r^{amp} = \frac{j\omega_r R_r q(j\omega_r)}{N_r} \quad (12)$$

当所有的等效电路参数都确定后, 就可运用电子电路分析软件 PSPICE 建立压电振动能量收集器的等效电路模型, 并对其电能输出性能进行评估分析。

2 实例分析

如图 1 所示, 以悬臂梁式双压电层振动能量收集器与整流桥和滤波电容组成的交流-直流(AC-DC)非线性负载电路相连接的压电能量收集系统为例, 来说明等效电路模型在分析和预测非线性负载电路条件下压电振动能量收集器输出电能问题时的简便性和有效性。

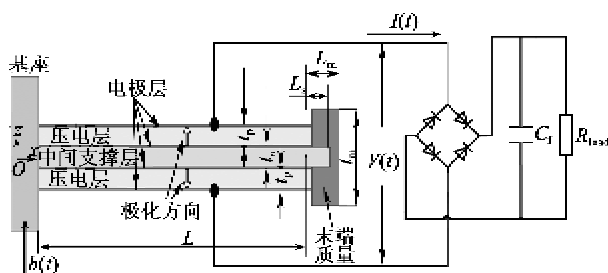


图 1 压电振动能量收集器与非线性负载电路相连接

建立图 1 所示非线性负载电路条件下压电振动能量收集器等效电路模型的关键在于利用 ANSYS 软件确定等效电路参数值。根据表 2 所示的材料属性和几何尺寸, 可利用 ANSYS 软件中的 SOLID5 和 SOLID45 单元建立压电振动能量收集器的有限元仿真模型, 模型建立过程中取瑞利阻尼系数为 0.02, 中间层和末端质量的泊松比分别取为 0.35 和 0.3。

表 2 材料属性和几何参数

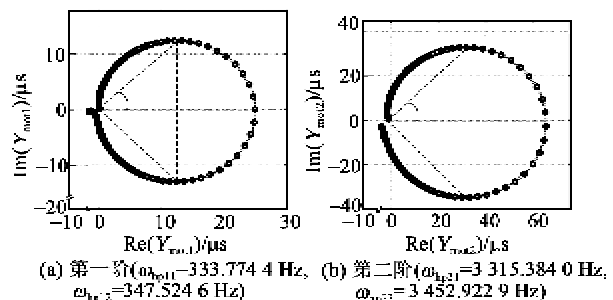
材料和几何属性	属性值
压电层弹性模量/GPa	60 ^a
中间层弹性模量/GPa	100
末端质量弹性模量/GPa	200
压电层密度/(kg/m ³)	7 250
中间层密度/(kg/m ³)	7 222
末端质量密度/(kg/m ³)	7 821
压电层介电常数/(nF/m)	15.9372 ^b
压电层压电常数/(pC/N)	-190 ^c
梁长($L+L_s$)/mm	61+8
末端质量长/mm	14
梁宽/mm	20
压电层厚度/mm	0.5
中间层厚度/mm	0.5
末端质量厚度/mm	10

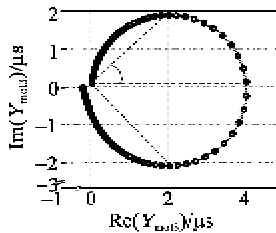
注: 表中 a 表示 ANSYS 材料属性输入时, 所需其他方向的刚度系数 $C_{12}^E = 7.95$ GPa, $C_{13}^E = 8.14$ GPa, $C_{33}^E = 50$ GPa, $C_{44}^E = 2.3$ GPa。b 表示其他 2 个方向的介电常数都取 8.854 pF/m。c 表示 ANSYS 材料属性输入时, 所需另外 2 个压电常数 $d_{31} = 300$ pC/N, $d_{15} = 500$ pC/N。

给所建立的悬臂梁式压电振动能量收集器有限元模型的上压电层的上表面电极和下压电层的下表面电极各施加 1 V 的直流电压, 静态求解后, 可得到激励频率为 0 时压电层的表面感应电荷为 53.4937 nC, 结合式(5)可得

$$\sum_{r=1}^{\infty} C_r N_r^2 + C_0 = 53.4937 \text{ (nC)} \quad (13)$$

考虑压电振动能量收集器的前三阶固有振动, 因而取 3 段频率扫描范围分别为 10~199 Hz, 200~1 100 Hz 和 1 200~1 600 Hz, 扫描步长分别取为 0.1 Hz, 1 Hz 和 2.5 Hz。经谱响应分析后可获得压电感应电荷, 将其转换成导纳后, 以导纳的实部、虚部为轴可画出压电能量收集器的前三阶固有振动的导纳圆图, 如图 2 所示。根据图 2 并结合式(10)、(12)和(13)可得等效电路参数 L_r , C_r , R_r , N_r , C_0 及 ω_{nr} , 如表 3 所示。





(c) 第三阶 ($\omega_{r31}=8\,399.753\,2\text{ Hz}$,
 $\omega_{r32}=8\,727.971\,1\text{ Hz}$)

图 2 前三阶导纳圆图

表 3 等效电路参数值

r	L_r	C_r/nF	R_r/Ω	N_r
1	1	$8.617\,6 \times 10^3$	13.750 2	0.018 5
2	1	87.317 2	137.538 9	0.094 6
3	1	13.610 3	328.217 9	0.036 1

r	C_0/nF	V_r^{amp}	ω_{hr}
1		0.087 1	340.648 8
2	49.740 2	0.020 9	3 384.153 9
3		0.029 8	8 571.684 0

给压电悬臂梁有限元模型的固定端施加一个基础单位加速度激励,通过谐响应分析可分别获得在具有前三阶固有频率的激励下压电振动能量收集器的电荷响应,分别是 343.994 0 nC, 42.435 9 nC 和 0.3819 7 nC,根据式(12)可计算出压电振动能量收集器的等效电压源幅值(见表 3)。

根据表 3 中所得的等效电路参数可进一步在 PSPICE 软件中建立 AC-DC 非线性负载电路条件下压电振动能量收集器的等效电路分析模型,如图 3 所示。图 3 中并联在等效变压器两端的阻值为 1 f Ω 的电阻 R_{01} 、 R_{02} 和 R_{03} 能有效解决在计算过程中的不收敛问题,其本身对计算结果并无影响。

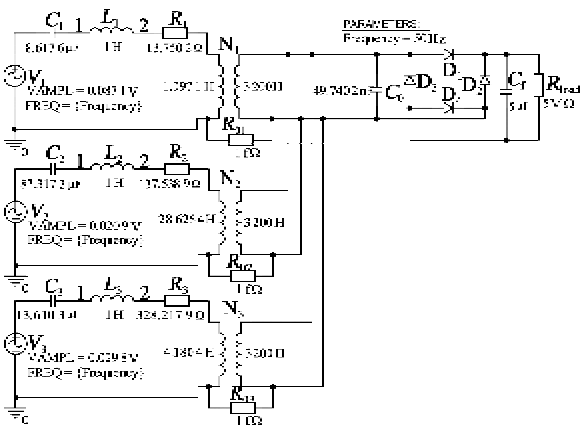


图 3 压电振动能量收集器的等效分析电路

对等效电路仿真模型的电路分析是通过 PSPICE 软件中的时域扫描分析并结合全局参数扫描来实现的。分析过程中,取时域扫描时间为 1 s,

并设等效电压源的频率为全局扫描参数。频率扫描范围为 30~2 500 Hz,最大负载电阻取 5 M Ω ,电感为

$$L_a \geq \frac{10(\text{最大负载电阻})}{2\pi(\text{最大扫描频率})} \quad (14)$$

根据式(14)可取等效变压器的次级电感 $L_{ar} = 3\,200\text{ H}$,再根据 $L_{1r} = L_{ar} N_r^2$ 可得到 3 个等效变压器的初级电感分别为 1.097 0 H、28.626 4 H 和 4.180 4 H。

在对图 3 的等效电路分析过程中,通过改变负载电阻的大小,就能得到不同负载条件下压电振动能量收集器的输出电压和功率与激励频率间的变化关系。

图 4、5 分别为不同负载电阻时等效电路的电压幅值 $|V/(\omega^2 B)|$ 、功率幅值响应 $|P/(\omega^2 B)|$ 与激励频率间的关系。由图 4 可看出,电压幅值响应分别在前三阶固有振动频率附近取得了 3 个极大值,且在第一阶固有振动频率处的电压幅值的极大值大于在其他两阶共振频率处的电压极大值。电压幅值响应随着负载电阻的增大而不断增大,但当负载电阻增大到一定值时,随着负载电阻的增大,电压幅值响应几乎保持不变。由图 5 可知,功率幅值响应也在前三阶固有振动频率附近分别取得了 3 个极大值,同样在第一阶共振频率处的功率幅值响应也最大。

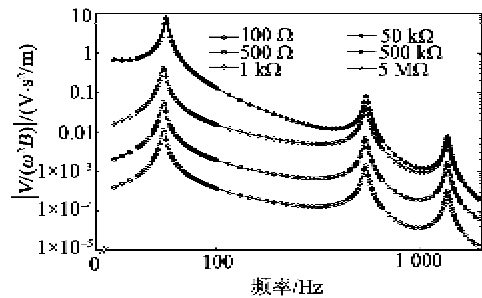


图 4 不同电阻时输出电压的幅值响应与频率的变化关系

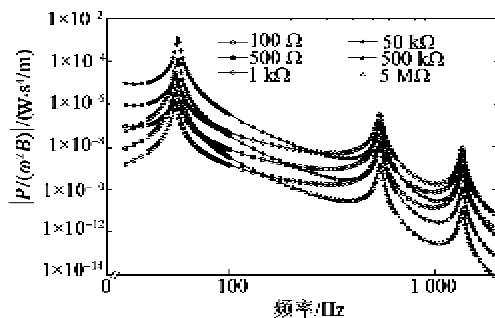


图 5 不同电阻时输出功率的幅值响应与频率的变化关系

(下转第 845 页)