

轴向压缩悬臂梁压电双晶片动静特性研究

胡凯明,文立华,王荔豪

(西北工业大学 航天学院,陕西 西安 710072)

摘要:研究施加轴向压缩力于悬臂梁压电双晶片端部以增大端部输出位移和力的问题,对其进行了有限元分析,并推导了弹性力学解析解及模态方程,得到了符合程度较好的结果。研究表明,在 120 V 电压及 5.5 N 轴向力作用下,端部阻塞力达 0.25 N,输出位移较原来增大 3 倍以上(达 5 mm),而一阶特征频率随轴向力增大而加速减小。当轴向力达到一阶临界屈曲时,一阶特征频率趋于 0,但当轴向力取一阶屈曲力的 70% 时,其 1 阶固有频率仍有 45 Hz,相较于普通伺服舵机有较大的优势,可有效提高微小型飞行器的操稳性。

关键词:压电驱动器;悬臂梁;有限元分析;解析模型;伺服舵机;微小型飞行器

中图分类号:TB381;TM282

文献标识码:A

Static and Dynamic Study on Static and Dynamic Characteristics of Axial Compressed Cantilever Piezoelectric Bimorph

HU Kaiming, WEN Lihua, WANG Lihao

(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: The method of increasing the end output displacement and force by applying axial compressive force to the cantilever piezoelectric bimorph end was studied in this paper. The FEM analysis was carried out, the elastic analytical solution and the modal equations were deduced, demonstrating a good coincidence between them. The result shows that under 120 V and 5.5 N axial forces, a 0.25 N ending block force and a 5 mm ending free displacement which is 3 times bigger than the original bimorph are obtained. However, the first nature frequency displays accelerated decreasing as the axial force increasing. When the axial force reaching the first-order buckling load, the first nature frequency tends to be 0, and when it is 70% of the first-order buckling force, the nature frequency still can be 45 Hz, which is a great advantage over the conventional servo actuator. Therefore, this actuator can improve the stability and controllability of micro air vehicle (MAV) effectively.

Key words: piezoelectric actuators; cantilever beam; FEM analysis; analytical model; servo-actuator; MAV

0 引言

压电驱动器具有控制带宽高,功率消耗相对较小的优点。1998年,NASA 兰利中心的 Wlezien 就提出压电材料是变形体飞行器驱动器的最佳选择,但前提是必须克服压电元件变形量小的缺陷^[1]。针对这个问题 1997 年 Lesieutre 等^[2-3]发现了低净刚度原理(LNPS),即对压电双晶片施加轴向力可减小横向刚度,增大了驱动器的机电耦合系数,当轴向力达到屈曲临界载荷时,理论上机电耦合系数可达 1,该原理推翻了此前一般认为的组件耦合系数小于其中任何零件耦合系数的传统思想,较传统压电驱动器增大了设计空间。因此,在 2005 年,Ron. M.

Barrett 领导的团队将轴向预压缩(PBP)两端铰支的压电双晶片应用于某小型旋翼飞行器的栅格翼的驱动^[4-5]。与无轴向预压缩的压电双晶片相比,该驱动器输出力和位移同时增大 3 倍以上,该驱动器具有功率消耗小,控制带宽宽,驱动部件减少,增大飞行器有效载荷等优点,可应用于固定翼变形小型无人机^[6]、小型导弹^[7]及制导子弹^[8]等微小型飞行器,具有很大的应用前景。然而,国内的相关研究尚未展开,本文通过仿真研究,探索该方法在微小型飞行器舵面驱动中的应用。由于悬臂梁式压电双晶片驱动器能直接嵌入飞行器翼面驱动翼面偏转,相较于两端铰支边界条件的压电双晶片驱动器节省了飞行

收稿日期:2013-08-26

作者简介:胡凯明(1985-),男,浙江省杭州人,博士生,主要从事飞行器智能材料驱动控制技术研究。

器内部空间,方便了内部部位安排。因此,本文针对悬臂梁式压电双晶片驱动器进行计算分析,得到其变形量和驱动力的关系曲线及一阶固有频率和轴向预压缩力的关系,验证了在轴向预压缩方法的作用下悬臂梁压电双晶片驱动器应用于微小型飞行器的可行性,为之后悬臂梁压电双晶片驱动器的设计和实验提供理论依据。

1 轴向预压缩压电双晶片有限元模型

压电双晶片由上、下两层 PZT-5X 通过环氧胶层和中间的金属层粘接组成,如图 1 所示。考虑到胶层很薄约为 0.01 mm,因此,胶层对于上、下压电层变形传递的损失可忽略,故不考虑胶层厚度,认为压电材料和金属层理想粘接。

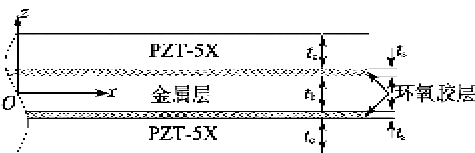


图1 压电双晶片组成结构

压电双晶片一端固支,在自由端受不超过一阶屈曲载荷轴向压缩力作用;固定端与飞行操纵面铰接,压电双晶片上、下表面施加反向电压载荷,在自由端加一根测力弹簧,边界条件及工作形式如图2所示。

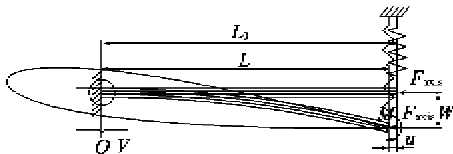


图2 悬臂梁压电双晶片受载及工作形式示意图

本文研究的压电双晶片压电层厚 $t_e = 0.2$ mm, 金属层厚 $t_m = 0.2$ mm, 总厚 $t = 0.6$ mm, 宽 $b = 10$ mm, 长 $L_0 = 60$ mm。利用 ANSYS 对其进行有限元建模,如图3所示。上、下两层 PZT-5X 压电层选用 solid5 耦合场单元,中间金属层选用 solid45 结构单元,测力弹簧选用 combine14 单元。

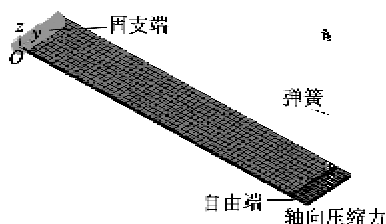


图3 压电双晶片有限元实体模型

假设 PZT-5X 压电层为各向同性材料,材料参

数如表1所示

表1 压电双晶片材料参数

	驱动层	中间层
材料	PZT-5X	金属层
介电常数 $\epsilon_{33}^T / \epsilon_0$	4 400	
压电常数 $d_{33}, d_{31} / (\text{pC/N})$	700, -322	
弹性系数 E / GPa	6.1	11.0
密度 $\rho / (\text{kg/m}^3)$	7 600	7 800

压电应力矩阵 e 及压电介电矩阵 ϵ 为

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -19.642 \\ 0 & 0 & -19.642 \\ 0 & 0 & 42.7 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 15 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C/m}^2) \quad (1)$$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} 38.94 & & \\ & 38.94 & \\ & & 38.94 \end{bmatrix} \times 10^{-9} (\text{F/m}) \quad (2)$$

对于静力学大变形问题,打开静力模式下大变形选项和 solid5 单元的大变形选项,加载力和电压,两者随着时间增加同时增大,不断迭代,最终得到静态大变形解。对于动力学问题,需在静力模式下加载轴向压缩力后得到其预应力,然后进行模态分析,得到不同轴向力作用下的一阶固有频率曲线。

2 轴向预压缩压电双晶片悬臂梁解析解

2.1 静力学解析模型

在此假设压电梁变形的形函数为

$$W = A \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{2L} \cdot x \right) \right] \quad (3)$$

假设悬臂梁压电双晶片受到如图2所示载荷,只产生横向弯曲 W ,总长度 L_0 不发生变化, u 为压电双晶片在轴向力作用后产生的沿 x 方向的变形,则

$$L_0 = L + u = \int_0^L \sqrt{1 + (W'(x))^2} dx \approx \int_0^L \{1 + 0.5[W'(x)]^2\} dx \quad (4)$$

式中: L 为压电双晶片变形后在轴向方向的长度; W' 为形函数的一阶导数亦即转角,将其代入式(4)可得

$$L + \frac{A^2 \pi^2}{16L} = L_0 \quad (5)$$

$$u=L_0-L=\frac{A^2\pi^2}{16L} \quad (6)$$

$$W_{(x=L)}=A \quad (7)$$

$$A=\frac{4}{\pi}\sqrt{L(L-L_0)} \quad (8)$$

式中 $W_{(x=L)}$ 为压电双晶片自由端的位移值。

悬臂梁压电双晶片的总势能为

$$J=M\cdot\theta+F_{\text{axis}}\cdot u-\int_0^L\frac{EI}{2}\cdot\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right)^2 dx-\frac{1}{2}KW^2 \quad (9)$$

式中: θ 为压电双晶片力矩所经过的悬臂梁自由端转角; EI 为压电双晶片梁的弯曲刚度; K 为弹簧刚度系数; M 为电压作用于压电双晶片产生的力矩, 且

$$M=b\int_{-h/2}^{h/2}\Lambda E_0 z dz=E_c b\Lambda\left(\int_{t_b/2}^{t_b/2+t_c} z dz-\int_{-(t_b/2+t_c)}^{-t_b/2} z dz\right)=E_c b\Lambda\left[(t_b/2+t_c)^2-t_b^2/4\right] \quad (10)$$

式中: E_c 为压电片的弹性系数; $\Lambda=d_{31}E_3$ 为由 z 方向的电场强度 E_3 在 x 方向上产生的应变, M 做功所经过的转角 $\theta=W'_{(x=L)}$ 。

将式(1)~(8)、(10)代入式(9), 将 J 化为仅与 L 有关的形式:

$$J(L)=\frac{\pi M}{2L}+\frac{F_{\text{axis}}A^2\pi^2}{16L}-\frac{EIA^2\pi^2}{64L^3}-\frac{1}{2}KA^2 \quad (11)$$

根据最小势能原理, J 对 L 求泛函为 0, 即

$$\frac{\partial J}{\partial L}=0 \quad (12)$$

根据式(5)~(8)可用 A 替换, 将式(12)化为仅与 A 有关的等式, 则可得到相应的 A, u 等变形量。

2.2 动力学解析模型

对于本文模型忽略结构阻尼, 将其每个质点的运动可以写成

$$v(x,t)=W(x)z(t) \quad (13)$$

式中: $W(x)$ 为形状函数(见式(3)); $z(t)$ 为与时间有关的振型放大函数。压电双晶片的平均密度为

$$\rho=\frac{2\rho_v t_v+\rho_h t_h}{2t_v+t_h} \quad (14)$$

根据虚功原理可得, T 为压电双晶片动能, U 为变形能, V 为外力做功, V 的第一部分为角频率为 ω 的压电力矩做功, 第二部分为轴向力做功, 其计算式

分别为

$$\begin{cases} T=\frac{1}{2}\int_0^L\rho bt\dot{v}^2 dx \\ U=\frac{1}{2}\int_0^LEI(v'')^2 dx \\ V=\int_0^LM(\omega)v'' dx+\frac{1}{2}\int_0^LF_{\text{axis}}(v')^2 dx \end{cases} \quad (15)$$

根据 Lagrange 方程 $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}}\right)-\frac{\partial T}{\partial z}+\frac{\partial U}{\partial z}=\frac{\partial V}{\partial z}$ 得到悬臂梁压电双晶片的模态方程

$$m\ddot{z}+Kz=G(\omega) \quad (16)$$

$$\begin{cases} m=\rho bt\int_0^L W^2(x) dx \\ K=\int_0^L[EI(W''(x))^2-F_{\text{axis}}(W'(x))^2] dx \\ G(\omega)=M(\omega)\left[\int_0^L W''(x) dx\right] \end{cases} \quad (17)$$

式中: m 为模态质量; K 为模态刚度; G 为周期激励外力。

由式(17)可得在角频率为 ω 的电场下的归一化响应

$$X_{\text{norm}}=\left[1-\omega^2\frac{\rho bt\int_0^L(W(x))^2 dx}{\int_0^L[EI(W''(x))^2-F_{\text{axis}}(W'(x))^2] dx}\right]^{-1} \quad (18)$$

则一阶特征频率 f 为

$$f=\frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{\int_0^L[EI(W''(x))^2-F_{\text{axis}}(W'(x))^2] dx}{\rho bt\int_0^L(W(x))^2 dx}} \quad (19)$$

3 数值结果分析

图 4 为压电双晶片静力学计算结果。图中根据式(12)得到的解析解曲线是通过取一组弹簧刚度 K 值, 每一个 K 可对应得到一个自由端输出位移 A , 从而可得一组自由端输出力 $F=K\times A$ 和自由端输出位移 A 的曲线, 其中电压 $E_3=120$ V; 端部轴向力经 $F_{\text{axis-cr}}=\pi^2 EI/4L^2$ 计算得到压电双晶片的一阶屈曲临界载荷为 7.75 N, 出于安全考虑, 取 5.5 N; $K=0, 5$ N/m, 10 N/m, 20 N/m, 30 N/m,

55 N/m, 80 N/m, 100 N/m, 200 N/m, 500 N/m; 以及取相同电压但不加轴向力的压电双晶片自由端输出力和输出位移的曲线。结果表明, 对悬臂梁压电双晶片施加轴向力可同时增大了阻塞输出力及自由输出位移, 阻塞输出力达0.25 N, 自由输出位移(达5 mm)较原来增大3倍以上, Ansys 计算结果和解析解复合得很好, 表明该解析解函数可很好地模拟模型受载下的变形形状。

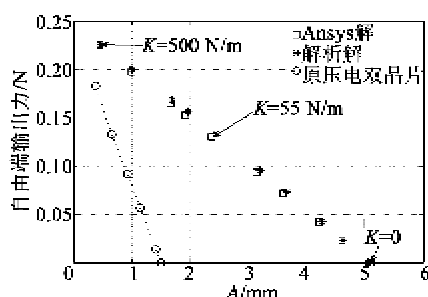


图4 压电双晶片静力学计算结果

图5为根据式(19)得到的压电双晶片一阶特征频率随施加轴向力增大的变化曲线。轴向力 $F_{axis} = 0, 1.1 \text{ N}, 2.2 \text{ N}, 3.3 \text{ N}, 4.4 \text{ N}, 5.5 \text{ N}, 6.6 \text{ N}, 7.7 \text{ N}$, Ansys 不计压电效应解是指在施加轴向力时, 不产生压电效应, 即不产生电压进而再产生应力, 而 Ansys 计压电效应解则要产生压电效应。由图可知, 悬臂梁压电双晶片的一阶特征频率随轴向力的增加而加速减小。由式(19)可知, 当轴向力达到一阶屈曲载荷时, 固有频率将降为0。Ansys 计压电效应有限元解和解析解在整个一阶屈曲载荷范围内有相同的趋势, 但两者的偏差随着轴向力的增大而增大, 而不计压电效应有限元解和解析解在整个一阶屈曲载荷范围内符合较好。另外还可知, 当轴向力达5.5 N时, 压电双晶片的一阶特征频率约为45 Hz, 体现了压电驱动器高控制带宽的特点, 较普通伺服舵机10 Hz以内的工作频率有较大优势。

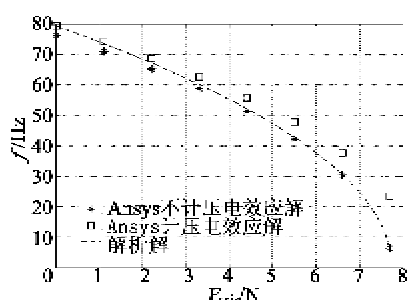


图5 压电双晶片一阶特征频率计算结果

4 结束语

本文对施加轴向力减小横向刚度增大悬臂梁压电双晶片输出位移和力的方法进行了研究, 通过有限元仿真及理论计算, 得到了符合程度较高的结果, 验证了本文推导的解析解的准确性。计算结果表明了施加轴向力的方法可有效增大悬臂梁压电双晶片输出位移和输出力, 而一阶固有频率会随着施加轴向力的增大而降低, 但当轴向力距一阶屈曲力尚有一定量时, 其一阶固有频率相较于普通伺服舵机还是有较大的优势。因此, 该方法可有效运用于微小型飞行器的舵面控制中, 以提高或改善其操稳特性, 在微小型飞行器控制领域具有广阔的应用前景。

参考文献:

- [1] 朱华, 刘卫东, 赵淳生. 变体飞行器及其变形驱动技术[J]. 机械制造与自动化, 2010, 39(2): 8-14.
ZHU Hua, LIU Weidong, ZHAO Chunsheng. Morphing aircraft and its morph-driving techniques[J]. Machine Building and Automation, 2010, 39(2): 8-14.
- [2] LESIEUTRE G, DAVIS C. Can a coupling coefficient of a piezoelectric device be higher than those of its active material? [J]. Journal of Intelligent Material and Syst Struct, 1997, 8(10): 859-867.
- [3] LESIEUTRE G, DAVIS C. Transfer having a coupling coefficient high than its active material. USA, US 6236143B1[P], 2001-05-22.
- [4] BARRETT R, MCMURTRY R, VOS R, et al. Post-buckled pre-compressed (PBP) elements; a new class of light control actuators enhancing high speed autonomous VTOL MAVS[A]. In: EDWARD V W. Smart Structures and Materials 2005: Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies [C]//San Diego, CA, USA; SPIE, 2005 (5762): 111-122.
- [5] BARRETT R. Convertible vertical take-off and landing miniature aerial vehicle; USA, US 6502787B1[P]. 2002-01-07.
- [6] VOS R, DEBREUKER R, BARRETT R, et al. Morphing wing flight control via post-buckled precompressed piezoelectric actuators[J]. Journal of Aircraft, 2007, 44(4): 1060-1058.
- [7] VOS R, BARRETT R. Post-buckled pre-compressed techniques in adaptive zero-structure; an overview [J]. Journal of Mechanical Design, 2010 (132): 031004-1-031004-11.
- [8] BARRETT R, TISO P. Actuator; USA, US7681290B2 [P]. 2005-02-18.