

含气泡液体内的声学参数研究

姚文苇¹, 鲜晓军^{2,3}

(1. 陕西学前师范学院 物理与电子技术系, 陕西 西安 710100;

2. 中国电子科技集团公司第26研究所, 重庆 400600; 3. 陕西师范大学 应用声学研究所, 陕西 西安 710062)

摘要:基于声压与质点振动速度的边界条件,在考虑粘滞阻力、表面张力的情况下,研究了含有气泡液体内声波的传播。利用球贝塞尔及汉克尔函数,对声传播的相关参数进行了理论研究,并对声波的传播速度及衰减系数进行数值求解。结果表明,声速随气泡体积分数的增大而减小,衰减系数却增大,气泡半径对其影响较小;当声波的频率较低时,气泡的存在对声波传播的速度影响较大;而频率较高时,能量更易损失。

关键词:声传播;声压;声速;衰减系数;气泡

中图分类号:TN912.16;TB52+5 **文献标识码:**A

Study on Acoustic Parameter in Bubble-Liquid Medium

YAO Wenwei¹, XIAN Xiaojun^{2,3}

(1. Dept. of Physics and Electronic Technology, Shaanxi Xueqian Normal University, Xi'an 710100, China;

2. 26th Institute of China Electronic Technology Group Corporation, Chongqing 400060, China;

3. Institute of Applied Acoustics, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China)

Abstract: Taking about viscous resistance and surface tension, acoustic propagation in bubble-liquid medium are studied based on pressure and radial vibration velocity in bubble wall. By using Spheric Bessel and Hankel function, the acoustic parameters are investigated; the numerical results of acoustic velocity and coefficient of attenuation are obtained. The results show that acoustic velocity will decrease and coefficient of attenuation increase following the changes of bubble volume fraction. The influence of bubble on acoustic velocity is obvious in the condition of low frequency; but energy loss is obvious in the condition of high frequency.

Key words: propagation of acoustic; acoustic pressure; acoustic velocity; coefficient of attenuation; bubble

0 引言

声波在介质中传播时,由于介质的粘滞、热传导和复杂的弛豫过程,把一部分能量转变成介质的热能和内能;另一方面则是由于声波在不均匀介质中的声散射把能量散射到其他方向,而使原来传播方向上的声波能量减弱^[1]。气泡的存在改变液体内的压力分布^[2],从而使其声学特性发生改变。含气泡水具有强的声衰减和声色散等特性,国际上一直在研究利用这些性质对海洋进行实时监控,可实现远距离气象预测^[3];水声领域已开始研究声参量阵的发射效率,工程中也用它来检测气泡是否存在和气泡大小^[4]。近年来,利用气泡对声波有强的散射作用这一特性作为物理基础,将气泡构成的超声造影剂注入人体循环系统中,可提高超声波图像的清晰度与对比度;空化现象的出现,使国内外对含气泡水的声学特性研究^[3,5-8]再度成为一个令人瞩目的热

点。国际上有研究者探讨火山内的地震声学,开始了高粘度两相介质内声传播的研究^[9-10]。

与声波其他物质(如生物组织)中的传播一样,含气泡液体内的声传播也是一个复杂过程,它不仅受液体和气泡的共同影响,容器的形状也会影响声场的分布^[11];通常气泡分布无规律,且气泡的位置和大小也不断变化。这使声传播具有强烈的非线性特征,给定量研究两相介质内声传播的影响带来困难,因而在研究过程中需要忽略次要因素。王成会等对液体中的声波动方程进行线性化处理,忽略二阶小量,结合单个气泡动力学方程探讨了空化对声传播的影响;王勇^[12]等通过单个气泡振动方程的线性化处理,考虑气泡间的相互作用,在声波频率与气泡半径乘积比声速远小于1的基础上,研究气泡、频率及气泡间的相互作用对声波线性传播的影响;本

收稿日期:2013-11-27

基金项目:陕西学前师范学院科研基金资助项目(2013KJ012);国际科技合作计划基金资助项目(2010DFR10690)

作者简介:姚文苇(1981-),女,山东临沂人,讲师,硕士,主要从事功率超声的研究。

文作者也在满足波数与区域半径乘积远小于 1 的条件下,研究了气泡的存在对声速的影响。本文将两相介质的分界面处声压与质点振动速度为边界条件,考虑液体粘滞阻力、表面张力等作用,进一步研究在液体中含气泡时声波的传播。

1 含气泡液体内的声场

设一列自由行进的平面声波在液体中沿 z 方向传播, ω 为声波的圆频率, k 为波数, p_0 为声压振幅。又因 $z=r\cos\theta$ (其中 r 为半径, θ 为极角), 其声压用球函数的叠加形式来表示, 以勒让德多项式展开声压可得

$$p_1 = p_0 e^{i(\omega t - kr \cos \theta)} = p_0 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-i)^l P_l(\cos \theta) j_l(kr) e^{i\omega t} \quad (1)$$

式中: $j_l(kr)$ 为球贝塞尔函数; P_l 为勒让德多项式。

散射波对入射波则变成了次级声源, 所以介质中存在气泡时的实际声场, 可看成是初级声源和次级声源辐射声场的叠加, 因此液体内的总声压及质点振动速度为

$$p_t = p_1 + p_2 = p_0 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-i)^l P_l(\cos \theta) e^{i\omega t} [j_l(kr) + A_l h_l(kr)] \quad (2)$$

$$v_t = v_1 + v_2 = \frac{i p_0}{\rho c} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-i)^l P_l(\cos \theta) e^{i\omega t} [j'_l(kr) + A_l h'_l(kr)] \quad (3)$$

式中: A_l 为待定常数, 表示气泡散射声波的声压振幅与入射波声压振幅的比值; ρ 为液体的密度; c 为液体中的声速; $j'_l(kr)$ 为函数 $j_l(kr)$ 对 kr 求一次导数。

对于气泡的物理模型, 假设气泡保持球形, 泡内气体是理想气体, 泡内的压强空间分布均匀, 气泡的中心不动。考虑液体的黏滞作用和气液界面的表面张力, 忽略气泡的形成、破裂与合并等。在此假设条件下, 可把气泡看成一个流体的弹性球, 其内部含有气体或水蒸汽。流体弹性球内的声场满足球诺依

$$A_l = \frac{\rho_b c_b j_l(k_b a) j'_l(k_b a) - \rho c j_l(ka) j'_l(k_b a) + \frac{2\sigma}{\omega a^2} j'_l(k_b a) j'_l(ka) + ik \eta j'_l(k_b a) j''_l(ka)}{\rho c h_l(ka) j'_l(k_b a) - \rho_b c_b j_l(k_b a) h'_l(ka) - \frac{2\sigma}{\omega a^2} j'_l(k_b a) h'_l(ka) - ik \eta j'_l(k_b a) h''_l(ka)} \quad (10)$$

$$A_l^m = \frac{\rho_m c_m j_l(k_m R) j'_l(kR) - \rho c j_l(kR) j'_l(k_m R)}{\rho c h_l(kR) j'_l(k_m R) - \rho_m c_m j_l(k_m R) h'_l(kR)} \quad (11)$$

3 含气泡液体内声学参数求解

由文献[12]知气泡间的相互作用对声传播的影

曼在球中心发散的自然条件, 使声场中径向坐标的解仅需保留球贝塞尔函数, 其声压和质点振动的径向速度为可表示为

$$p_b = p_0 B_l \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-i)^l P_l(\cos \theta) B_l j_l(k_b r) e^{i\omega t} \quad (4)$$

$$v_b = \frac{i p_0}{\rho_b c_b} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-i)^l P_l(\cos \theta) e^{i\omega t} B_l j'_l(k_b r) \quad (5)$$

式中: B_l 为待定常数; k_b, ρ_b 分别为气泡内声波的波数和密度。若将球贝塞尔函数及球汉克尔函数应用于气-液混合的一个区域。假定含气泡的两相混合区域为球形, 半径为 R , 其内部含有大量的小气泡。设球形域内的等效声压为 p'_s , 球形域外散射波的总声压为 p'_s , A_l^m 为待定常数, 则

$$p'_s = p_0 A_l^m \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(-i)^l P_l(\cos \theta) h_l(kr) e^{i\omega t} \quad (6)$$

2 利用边界条件求解待定系数

对于半径为 $r=a$ (a 为气泡的静态半径) 的气泡, 在球面上, 即气泡壁 $r=a$ 处, 应有如下边界条件

$$v_t = v_b \quad (7)$$

$$P_0 + p_t - \eta \frac{\partial v_t}{\partial r} = P_e - \frac{2\sigma}{a_i} + p_b \quad (8)$$

式中: η, σ 分别为液体的粘滞系数和表面张力; P_0, P_e 分别为液体和气泡内的静态压; $a_i = a + da$ 为声波作用时气泡任意时刻的半径。

当驱动声场处于线性小振幅状态, 可认为声波在介质中作线性传播, 所以对于气泡来说, 将在周期性扰动下作小振幅扰动, 即 $da \ll a$, 忽略二级小量, 有

$$\frac{2\sigma}{a_i} = \frac{2\sigma}{a+da} \approx \frac{2\sigma}{a} - \frac{2\sigma}{a^2} da \quad (9)$$

联立式(7)、(8)及(9)可得

响较小, 可忽略。采用与文献同样的假设, 气泡半径大小相等, 且在单位质量的混合物中有相同的气泡

个数, 则有 $A_l^m = \sum_{n=1}^N A_l = N A_l$, N 为所取球形域内

气泡的总个数。

3.1 当波数与区域半径乘积满足时

3.1.1 声速与衰减系数求解

对于液体内存在的气泡,对应一定的谐振频率 ω_0 ,那么当声波作用于含气泡的液体时,设有 $\omega <$

$$K_m = \frac{K(3K_b - \rho\omega^2 a^2 - \frac{2\sigma}{a} + 2i\omega\eta) + \rho\omega^2 R^2 \phi(K - K_b + \frac{2\sigma}{3a} + \frac{i\omega\eta}{3})}{3K_b - \rho\omega^2 a^2 - \frac{2\sigma}{a} + 2i\omega\eta + 3\phi(K - K_b + \frac{2\sigma}{3a} + \frac{i\omega\eta}{3})} \quad (12)$$

$$\rho_m = \rho \frac{(\rho + 2\rho_b + \frac{4\sigma}{\omega^2 a^3} - \frac{6i\eta}{\omega a^2}) - \phi(\rho - \rho_b - \frac{2\sigma}{\omega^2 a^3} + \frac{3i\omega\eta\rho}{5K})}{\rho + 2\rho_b + \frac{4\sigma}{\omega^2 a^3} - \frac{6i\eta}{\omega a^2} + 2\phi(\rho - \rho_b - \frac{2\sigma}{\omega^2 a^3} + \frac{3i\omega\eta\rho}{5K})} \quad (13)$$

由于气泡在液体中的出现,改变了声波的波数,其等效值可表示为

$$k_m^2 = \frac{\omega^2 \rho_m}{K_m} = \left(\frac{\omega}{c_m} - i\alpha \right)^2 \quad (14)$$

式中 K_m, ρ_m 均为复数,以 R_k 为 K_m 的实部; I_k 为 K_m 的虚部; R_p 表示 ρ_m 的实部; I_p 为 ρ_m 的虚部; $|K_m|$ 为 K_m 的模; $|\rho_m|$ 为 ρ_m 的模,联立式(12)~(14)可得,气-液两相介质内的声速与衰减系数为

$$c_m = \left(\frac{2|K_m|^2}{|\rho_m| |K_m| + R_k R_p + I_p I_k} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

$$\alpha = \omega \left(\frac{|\rho_m| |K_m| - R_k R_p - I_p I_k}{2|K_m|^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

实际上可得4组解,而只有这组声速与衰减系数均为正实数的才是有物理意义的。由式(15)、(16)可看出,声速及衰减系数与气泡体积分、气泡半径及声波的频率等变量有关。

3.1.2 数值模拟

声速及衰减系数的解析式较复杂,为直观起见,取液体以水为例,作其变化曲线。为满足 $kR \ll 1$,设气-液球形区域半径 $R = 0.001$ m 时,声波频率 1 000 Hz。图 1、2 分别为声速与衰减系数随气泡体积分数的变化曲线。

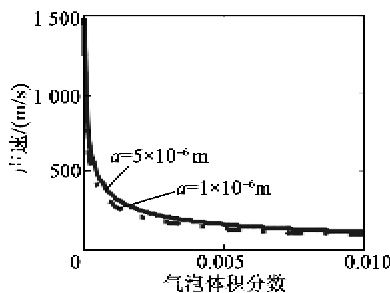


图1 声速随气泡体积分数的变化

ω_0 ,一般情况下可认为满足 $ka \ll 1$ 。对于球形域,如果也满足 $k_m R \ll 1, A_n^*$ 和 A_l 中球贝塞尔函数和汉克尔函数均可取其近似值。取其零阶和一阶可得球形域内的等效弹性系数和等效密度为

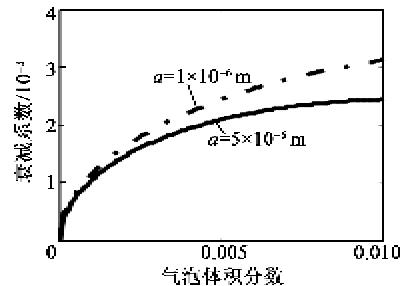


图2 衰减系数随气泡体积分数的变化

由图1可知,声速随气泡体积分增大而快速减小,在一定的声波频率时,气泡的存在对声速的影响很大;而两条曲线基本重合,说明气泡半径的变化对其影响很小。由图2可知,气泡的存在使衰减系数增大;气泡半径的变化对其有一定的影响;在低频的情况下,气泡的含量与大小对声波的衰减不大。声速与衰减系数的变化趋势与王成会的结论基本一致;声速的减小幅度与文献[3]、[12]所得的变化趋势相符,衰减系数在低频时变化情况与文献[3]讨论的结果相吻合。

3.2 当不满足时

3.2.1 声速与衰减系数求解

A_l 中的球贝塞尔函数和汉克尔函数均可取其近似值,取其前两阶则有

$$NA_0 = \phi \frac{(kR)^2}{i} \frac{K - K_b + \frac{2\sigma}{3a} + \frac{i\omega\eta}{3}}{3K_b - \rho\omega^2 a^2 - \frac{2\sigma}{a} + 2i\omega\eta} \quad (17)$$

$$NA_l = -\phi \frac{(kR)^3 \rho - \rho_b - \frac{2\sigma}{\omega^2 a^3} - \frac{3i\omega\eta}{5c^2}}{3i \left(\rho + 2\rho_b + \frac{4\sigma}{\omega^2 a^3} - \frac{6i\eta}{\omega a^2} \right)} \quad (18)$$

式中 $\phi = \frac{4}{3} \int \pi a^3 f(a) da$ 为气泡的体积分,由气泡

的数量和大小共同决定, $f(a)$ 为球形域内气泡的分布函数。当所选区域不太大的情况下, 可设气泡半径相等, 且均匀分布, 有 $\phi = N \frac{a^3}{R^3}$ 。由 $A_l^n = NA_l$ 可得

$$-j_1^2(k_m R)[j_1'(kR) + NA_1 h_1'(kR)][j_0(kR) + NA_0 h_0(kR)] = j_0(k_m R)j_1'(k_m R) \cdot [j_0'(kR) + NA_0 h_0'(kR)][j_1(kR) + NA_1 h_1(kR)] \quad (19)$$

将式(17)、(18)及(14)代入式(19)可得包含声速及衰减系数的复杂表达式。

3.2.2 数值求解

液体仍以水为例, 设气-液球形区域半径 $R = 0.1 \text{ m}$, 在声波频率 $f = 25 \text{ kHz}$ 时, 图 3、4 分别为声速及衰减系数随气泡体积分数的变化。由图可知, 声速随气泡体积分数的增大而不断减小; 衰减系数将随气泡体积分数的增大而不断增大; 气泡的半径大小对声速及衰减系数的影响不大。声速与衰减系数的变化趋势与文献[3]的结论基本一致; 声速的幅度略小一些。

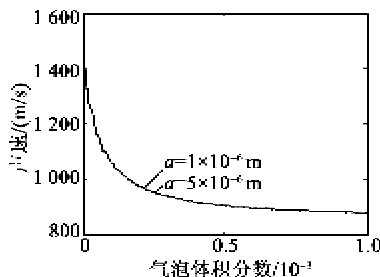


图 3 声速随气泡体积分数的变化

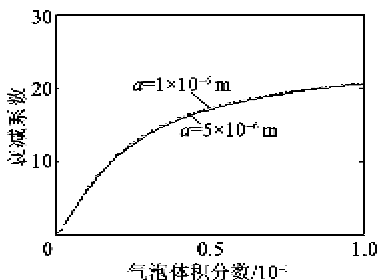


图 4 衰减系数随气泡体积分数的变化

对照以上两种情况可知, 当声波的频率较低时, 气泡的存在对声波传播的速度影响更大; 而频率较高时, 声波在传播的过程中, 能量更易损失。

4 结束语

本文以声压及质点振动速度的边界条件, 研究了含气泡的粘性液体内的声传播; 利用球贝塞尔函

数得到了包含声速及衰减系数的相关方程, 并进行了数值求解。结果表明, 气泡的存在对声波在液体中的传播产生影响, 表现在气泡的含量使声波的传播速度下降, 衰减系数增大; 气泡半径的变化对两者影响都不大; 当声波的频率较低时, 气泡的存在对声波传播的快慢影响较大; 而频率较高时, 声波在传播的过程中, 能量衰减较快。

参考文献:

- [1] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础[M]. 南京: 南京大学出版社, 2001.
- [2] 刘海军, 安宇. 空化单气泡外围压强分布[J]. 物理学报, 2004, 53(5): 1406-1411.
LIU Haijun, AN Yu. Pressure distribution of single cavitation bubble[J]. Acta Phy Sin, 2004, 53(5): 1406-1411.
- [3] 王成会, 林书玉. 空化对液体传声特性的影响[J]. 陕西师范大学学报: 自然科学版, 2008, 36(5): 30-34.
WANG Chenghui, LIN Shuyu. Influence of cavitation on the characteristic of sound propagation in liquids [J]. Journal of Shaanxi Normal University: Natural Science Edition, 2008, 36(5): 30-34.
- [4] 李灿幸, 刘学伟, 杨丽, 等. 气泡半径和含量对含气泡海水声波波速的影响[J]. 现代地质, 2010, 24(3): 528-533.
LI Canping, LIU Xuewei, YANG Li, et al. Study on the bubble radius and content effect on the acoustic velocity of sea water with bubbles [J]. Geoscience, 2010, 24(3): 528-533.
- [5] 姚文苇. 气泡对声传播影响的研究[J]. 陕西教育学院学报, 2008, 24(1): 107-109.
YAO Wenwei. The effect of bubble to propagation of acoustic wave [J]. Journal of Shaanxi Institute of Education, 2008, 24(1): 107-109.
- [6] EGASHIRA R, YANO T, FUJIKAWA S. Linear wave propagation of fast and slow modes in mixtures of liquid and gas bubbles [J]. Fluid Dynamics Research, 2004, 34: 317-334.
- [7] MARCHETTI E, ICHIHARA M, RIPEPE M. Propagation of acoustic waves in viscoelastic two-phase system; influence of gas bubble concentration [J]. Journal of Volcanology and Geothermal Research, 2004, 137: 93-108.
- [8] KREFTING D, METTIN R, LAUTERBORN W. High-speed observation of acoustic cavitation erosion in multibubble systems [J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2004, 11: 119-123.

(下转第 554 页)