

# 半电极压电纤维能量收集动力学建模与仿真

汪小华, 单鑫, 张晓明, 陈池来

(中国科学院合肥智能机械研究所, 安徽合肥 230031)

**摘要:** 半电极含金属芯压电纤维能将环境振动通过弯曲变形转换成电能。运用分析力学方法建立了半电极含金属芯压电纤维能量收集装置的理论模型, 推导了在谐波激励下, 经过 AC-DC 转换后的归一化能量表达形式, 分析了能量收集效率受金属芯与压电层的半径比、柔度系数比、压电材料的机电耦合系数及外界激励方向的影响, 分析结果表明, 当半径比达到 2.4, 材料机电耦合系数达到 0.4, 能量收集效率会接近相对最大值。本研究结果适用于压电纤维能量收集装置的分析与优化设计。

**关键词:** 半电极; 金属芯; 压电纤维; 能量收集

**中图分类号:** TN384

**文献标识码:** A

## Modeling and Simulation of Power Harvesting by Half Coated Metal Core Piezoelectric Fiber

WANG Xiaohua, SHAN Xin, ZHANG Xiaoming, CHEN Chilai

(Institute of Intelligent Machines, CAS, Hefei 230031, China)

**Abstract:** Half coated metal core piezoelectric fiber can harvest environment vibration energy through bending displacement. The electromechanical coupling dynamics model of half coated metal core piezoelectric fiber is established by analytical mechanics method. The analytical expressions of normalized harvest power after AC-DC transfer excited by harmonic force is derived. The power harvest efficiency affected by radius ratio, flexibility coefficient ratio of metal and piezoelectric material, electromechanical coupling coefficient and direction of excited force is investigated. The results shows while radius ratio reach 2.4 or material electromechanical coupling coefficient reach 0.4, the power harvest efficiency is near the optimized value. The results can be used to design and optimize the piezoelectric fiber for power harvesting.

**Key words:** half coated; metal core; piezoelectric fiber; power harvesting

### 0 引言

从环境中收集振动能量, 可为低功耗的嵌入式电子元器件提供长期无更换的能量供给。压电是将机械能转换成电能的一种重要形式, 具有能量密度大, 无污染和结构简单等优点<sup>[1]</sup>。微型压电振动收集装置大多采用矩形截面的悬臂梁结构, 为了提高能量转换效率, 一般还会在末端增加一个较大的质量块以增大惯性力<sup>[2-3]</sup>。为适应特殊应用的需要, 各种特殊形状的压电器件也得到了广泛的研究, 如表面全覆盖电极的含金属芯的压电纤维<sup>[4]</sup>等。在气流驱动、弯曲振动等情况下, 只有一半表面含电极的含金属芯的压电纤维能发挥重要的作用。裘进浩等<sup>[5-6]</sup>研制了半电极含金属芯压电纤维, 并研究了其静态本构关系和驱动性能。能量收集装置的动力学

模型是环境能量收集器优化的设计基础, 国内外对悬臂梁能量收集器的理论模型已开展了相关的研究<sup>[7]</sup>。Erturk 等<sup>[8]</sup>在忽略末端质量块的几何尺寸的基础上建立了悬臂梁能量收集装置的连续性模型。贺学锋等<sup>[9]</sup>则考虑了质量块几何尺寸的差异, 建立了能量收集装置的离散模型和连续性模型, 提高了模型的精度。但半电极含金属芯压电纤维在能量收集中的动力学研究目前还未见报道。本文运用分析力学的方法, 建立了半电极含金属芯压电纤维的动力学机电耦合方程, 分析了在外界谐波激励条件下的能量收集效率与材料、几何常数间关系。

### 1 理论模型

图 1 为半电极纤维能量采集示意图。对长度 ( $L$ ), 金属芯半径为 ( $R_m$ ), 纤维半径为 ( $R_p$ ) 的半电极

收稿日期: 2014-04-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51005224)

作者简介: 汪小华 (1975-), 男, 湖南临湘人, 副研究员, 博士, 主要从事微声电子材料技术和能量收集相关研究。

含金属芯压电纤维,其压电功能层和金属芯的机电耦合本构关系为

$$S_1^p = s_{11}^p T_1^p + d_{31} E_3 \quad (1)$$

$$D_3^p = d_{31} T_1^p + \epsilon_{33}^p E_3 \quad (2)$$

$$S_1^m = s_{11}^m T_1^m \quad (3)$$

式中:上标 p, m 分别为压电和金属芯;  $S_1^p, T_1^p$  分别为沿纤维长度方向的应变和应力;  $D_3^p, E_3$  分别为沿径向的电感应强度和电场强度;  $d_{31}$  为压电系数;  $s_{11}^p$  为柔度系数;  $\epsilon_{33}^p$  为介电常数。

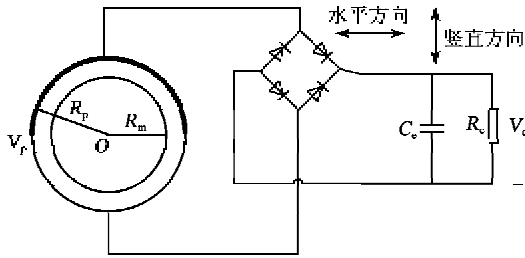


图 1 半电极纤维能量采集示意图  
压电功能层和金属芯的内能密度为

$$u^p = \frac{1}{2} S_1^p T_1^p + \frac{1}{2} D_3^p E_3 \quad (4)$$

$$u^m = \frac{1}{2} s_{11}^m (T_1^m)^2 \quad (5)$$

由于外电极很薄,忽略外电极的弹性能,则整根纤维的内能为

$$U = U^m + U^p = \iiint u^m d\Omega + \iiint u^p d\Omega \quad (6)$$

若纤维的变形满足中性层假设,假设振动方向为竖直方向(见图 1),则纤维的应变为

$$S_1 = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} r \sin \theta \quad (7)$$

式中  $w$  为纤维的挠度。

由于外电极只覆盖一半,根据圆柱形电容器的电场公式,忽略电场的边界效应,电场强度为

$$E_3 = \frac{V_p}{r \ln(R_p/R_m)} \quad (8)$$

将式(8)代入拉格朗日函数  $L = T - U + W$ , 其中纤维的内能:

$$U = \int_0^L \left\{ \left[ \frac{1}{8s_{11}^p} (R_p^4 - R_m^4) + \frac{1}{8s_{11}^m} R_m^4 \right] \pi \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{1}{2} \pi \left( \epsilon_{33}^p - \frac{1}{s_{11}^p} d_{31}^2 \right) \cdot \frac{V_p^2}{\ln(R_p/R_m)} \right\} dx \quad (9)$$

纤维的动能:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L [\rho^p (R_p^2 - R_m^2) + \rho^m R_m^2] \pi \dot{w}^2 dx \quad (10)$$

外力功:

$$W = \int_0^L p w dx + \int_0^L \int_0^\pi V_p D_3^p R_p d\theta dx \quad (11)$$

将挠度在完备函数基  $\Phi_i$  上展开且只保留一项:

$$w(x, t) = u(t) \Phi(x) \quad (12)$$

将式(12)代入拉格朗日方程  $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{u}} - \frac{\partial L}{\partial u} = 0$ , 并

考虑到阻尼的作用,可得到动力学方程:

$$M \ddot{u} + \gamma \dot{u} + K u + \Theta V = \Gamma \quad (13)$$

其中

$$M = \pi [\rho^p (R_p^2 - R_m^2) + \rho^m R_m^2] \int_0^L \Phi^2 dx \quad (14)$$

$$K = \pi \left[ \frac{1}{4s_{11}^p} (R_p^4 - R_m^4) + \frac{1}{4s_{11}^m} R_m^4 \right] \int_0^L \Phi''^2 dx \quad (15)$$

$$\Theta = \frac{2d_{31} R_p^2}{s_{11}^p} \int_0^L \Phi'' dx \quad (16)$$

$$\Gamma = \int_0^L p \Phi dx \quad (17)$$

根据电流  $-I = \frac{d}{dt} \int_0^L \int_0^\pi D_3^p R_p d\theta dx$  可得

$$-I = -\Theta \dot{u} + C_p \dot{V}_p \quad (18)$$

其中

$$C_p = \frac{\pi L}{\ln(R_p/R_m)} \left( \epsilon_{33}^p - \frac{d_{31}^2}{s_{11}^p} \right) \quad (19)$$

当外界激励为谐波时,即  $\Gamma = F_0 \sin \omega t$ , 根据 Y. C. Shu<sup>[10]</sup> 的分析方法,可求出归一化后的转换能量:

$$\bar{P} = \frac{1}{(r\Omega + \pi/2)^2} (k_e^2 \Omega^2 \bar{r}) / \left\{ \left[ 2\zeta + \frac{2k_e^2 \bar{r}}{(r\Omega + \pi/2)^2} \right]^2 \Omega^2 + (1 - \Omega^2 + \frac{\Omega k_e^2 \bar{r}}{r\Omega + \pi/2})^2 \right\} \quad (20)$$

其中

$$\omega_n = \sqrt{K/M} \quad (21)$$

$$k_a^2 = \frac{\Theta^2}{KC_p} \quad (22)$$

$$\zeta = \frac{\eta}{2\sqrt{KM}} \quad (23)$$

$$\Omega = \omega/\omega_n \quad (24)$$

$$\bar{r} = C_p \omega_n R_e \quad (25)$$

$$k_e^2 = \frac{16k_{31}^2 R^4 \ln R}{\pi^2 (R^4 - 1 + s)(1 - k_{31}^2)} \frac{\left(\int_0^L \Phi'' dx\right)^2}{L \int_0^L \Phi^2 dx} \quad (26)$$

$$R = R_p / R_m \quad (27)$$

$$s = s_{11}^E / s_{11}^m \quad (28)$$

$$k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2}{\epsilon_{33}^T s_{11}^E} \quad (29)$$

选取悬臂梁的一阶振型作为基函数:

$$\Phi = \cos(\lambda x/L) - \cosh(\lambda x/L) - \frac{\cos \lambda + \cosh \lambda}{\sin \lambda + \sinh \lambda} [\sin(\lambda x/L) - \sinh(\lambda x/L)] \quad (30)$$

式中  $\lambda = 1.875$ 。

设纤维的振动方向与竖直方向存在夹角  $\psi$ , 可求出结构的机电耦合系数

$$k_e^2 = \frac{2.4524 [\cos \psi - \cos(\psi + \pi)]^2 k_{31}^2 R^4 \ln R}{\pi^2 (R^4 - 1 + s)(1 - k_{31}^2)} \quad (31)$$

## 2 仿真实验与分析

综上所述可知, 纤维的能量收集效率受半径比、柔度系数比、材料的机电耦合系数、激励方向和外接负载阻抗的影响。先假设纤维的振动方向为竖直方向, 分析结构机电耦合系数受几何和材料参数的影响。根据式(31), 结构的机电耦合系数随材料机电耦合系数的增大而增大。当选定材料后, 计算结构的机电耦合系数与纤维半径比的曲线如图 2 所示, 由图可知, 结构的机电耦合系数随半径比的增大而增大, 随柔度系数比的增大而减小。但当半径比大于 2.4 后, 结构的机电耦合系数受柔度系数比的影响很小。

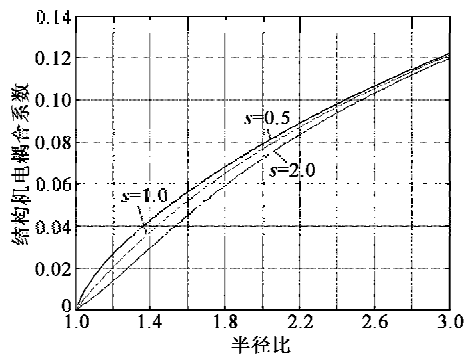


图 2  $k_{31}^2 = 0.1$  时结构的机电耦合系数与纤维半径比的关系

取  $\Omega = 1$ , 计算归一化后的转换能量与阻抗间的关系, 如图 3 所示。由图可知, 随着纤维半径比的增大, 转换能量整体增加, 与结构的机电耦合系数的变

化趋势相吻合。

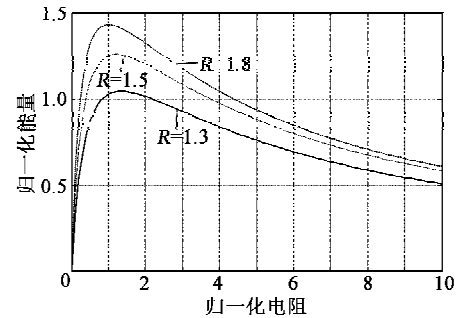


图 3  $k_{31}^2 = 0.1, s = 0.5$  时归一化收集能量与归一化阻抗的关系

进一步分析最大转换能量与材料、几何参数之间的关系(见图 4~6), 由图 4~6 可知, 转换能量随着纤维半径比的增大而增大; 转换能量随柔度系数比的增大而减小, 但当半径比大于 2.4 后, 转换能量基本不随柔度系数变化; 转换能量随材料机电耦合

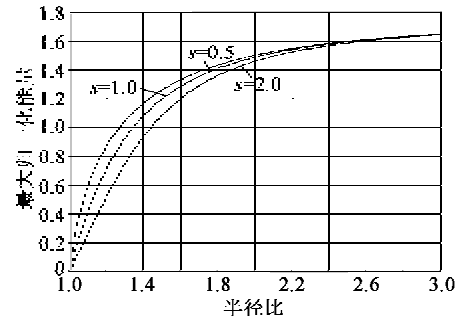


图 4  $k_{31}^2 = 0.1$  时最大收集能量与纤维半径比的关系

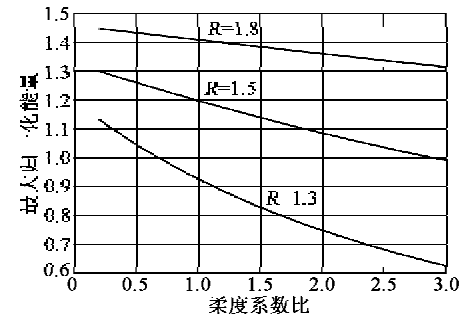


图 5  $k_{31}^2 = 0.1$  时最大收集能量与纤维柔度系数比的关系

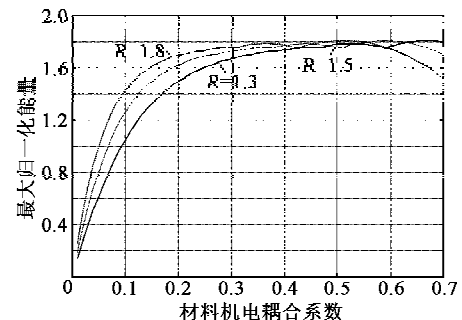


图 6  $s = 0.5$  时最大收集能量与材料机电耦合系数的关系

系数的增大而增大,但当材料机电耦合系数大于0.4后,转换能量开始出现小幅振荡但受半径比的影响会急剧变小。

最后,计算不同振动方向上的转换能量曲线,如图7所示。当纤维振动方向为图1所示的竖直方向时,转换的能量最大,随着振动方向角度的增大,转换能量会变小,到振动方向为沿图1的水平方向时,转换能量为0。表明纤维转换的能量的效率具有方向性,在使用时需调整方向才有较好的效果。

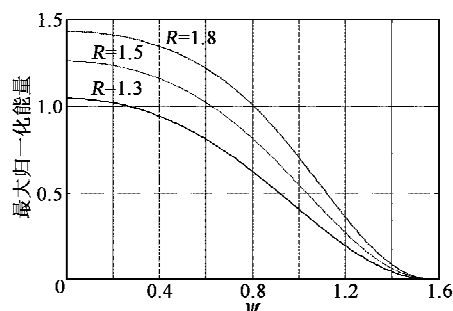


图7  $k_{31}^0=0.1, s=0.5$  时最大收集能量与振动方向变化曲线

### 3 结束语

半电极含金属芯压电纤维在外界激励下弯曲,由于压电效应在电极上产生变化的电压,通过AC-DC转换电路在外接负载上产生电能。本文基于拉格朗日方程,建立半电极含金属芯压电纤维的动力学机电耦合方程,求得了结构的机电耦合系数与压电纤维参数之间的关系,分析了最大获取的能量与压电纤维的材料常数与几何参数之间的变化规律,研究结果表明,半电极压电纤维的半径比和材料机电耦合系数对能量转换效率影响较大,而能量转换效率在半径比较小时,会随柔度系数比的增大而减小,当半径比大于2.4后转换效率基本不受柔度系数比的影响。

本文建立的模型包含了半电极含金属芯压电纤维的几何、材料参数与激励方向等,结果适用于压电纤维能量收集装置的分析与优化设计。

### 参考文献:

- [1] KIM H S, KIM J H, KIM J. A review of piezoelectric energy harvesting based on vibration[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2011, 12(6): 1129-1141.
- [2] KIM H H, YOON S H, AHN C H, et al. Fabrication of a piezoelectric microcantilever array with a large initial deflection and an application to electrical energy harvesting[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2012, 13(9): 1671-1677.
- [3] 潘家伟, 黄卫清, 周凤拯, 等. 基于压电效应的能量收集[J]. 压电与声光, 2009, 31(3): 347-349.  
PAN Jiawei, HUANG Weiqing, ZHOU Fengzheng, et al. Piezoelectric energy harvesting based on the piezoelectric effect[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2009, 31(3): 347-349.
- [4] ERTURK A, INMAN D J. An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations[J]. Smart Materials and Structures, 2009, 18(2): 1-18.
- [5] 贺学锋, 杜志刚, 赵兴强, 等. 悬臂梁式压电振动能量采集器的建模及实验验证[J]. 光学精密工程, 2011, 19(8): 1771-1778.
- [6] SEBALD G, QIU Jinhao, GUYOMAR D. Modeling the lateral resonance mode of piezoelectric fibres with metal core[J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 2005, 38(19): 3733-3740.
- [7] 边义祥, 裘进浩, 王鑫伟, 等. 半电极含金属芯压电纤维的驱动性能[J]. 光学精密工程, 2009, 17(1): 109-117.
- [8] 边义祥, 裘进浩. 半电极含金属芯压电纤维的弯曲振动模型[J]. 光学精密工程, 2011, 19(6): 1298-1305.
- [9] 单小彪, 袁江波, 谢涛, 等. 不对称悬臂梁压电发电装置的实验研究[J]. 压电与声光, 2010, 32(4): 608-610.  
SHAN Xiaobiao, YUAN Jiangbo, XIE Tao, et al. Experimental study on piezoelectric generator with asymmetric cantilever[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2010, 32(4): 608-610.
- [10] SHU Y C, LIEN I C. Analysis of power output for piezoelectric energy harvesting systems[J]. Smart Materials and Structures, 2006, 15(6): 1499-1512.