

基于 L_2 干扰抑制的压电换能器控制

屈百达, 胥文涛

(江南大学 轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 为了降低压电元件运行中的干扰对超声波发声系统的影响。首先通过类比压电振动模型与压电等效电路模型, 得到了可反映压电振动状态的压电等效电路微分方程, 基于线性分式变换(LFT)构建了考虑元件干扰的压电换能器状态模型。然后分析整合状态空间模型, 将系统各个干扰整合视为系统扰动, 得到含有系统扰动的线性状态空间模型; 最后基于 L_2 干扰抑制理论设计系统的反馈控制律。结果表明, 仿真系统在存在符合白噪声分布的干扰的情况下, 控制律使系统运行状态良好。

关键词: 压电换能器; 状态空间模型; 微分方程; 线性分式变换(LFT); L_2 干扰抑制

中图分类号: TN304.9; TM283; TP368.1

文献标识码: A

Control of Piezoelectric Transducer Based on the L_2 Interference Restrained

QU Baida, XU Wentao

(Key Lab. of Advanced Process Control for Light Industry Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: In order to reduce the impact of the uncertainty of the piezoelectric plant in ultrasonic sound system, first, by analogy to the piezoelectric vibration model with piezoelectric equivalent circuit model, the differential equation of the piezoelectric equivalent circuit is obtained, which can reflect the piezoelectric vibration, the piezoelectric state space control model is established based on the linear fractional transformation(LFT). Then the state space model is analyzed, a linear state space model containing the system disturbances is obtained by treating each uncertainty of the system general integration as the disturbance of the system. Finally, based on the L_2 interference restrain theory to design the feedback control law. The simulation system under conditions of uncertainty accord with the white noise distribution, the control law makes the system run in a good condition.

Key words: piezoelectric transducer; state space model; differential equation; linear fractional transformation (LFT); L_2 interference restrain

0 引言

智能材料压电材料中应用最广泛, 研究最深入。由于压电材料自身的正逆压电效应, 不仅可用作机敏传感元件, 也可用作智能致动或驱动元件, 用途广泛。但在应用过程中, 内、外部干扰将使压电系统失稳, 从而降低整个系统的运行功能, 缩短系统结构的使用寿命, 甚至导致不可预测的破坏, 因此, 必须对这类压电系统结构进行有效的控制。压电元件控制研究过程中, 2006年, 王岳宇等^[7]以压电陶瓷的迟滞和蠕变模型为控制对象, 采用逆控制算法补偿

压电陶瓷的迟滞和蠕变; 2007年, 胡新伟^[4]从非线性振动理论出发, 建立了压电换能器的弹簧模型; 2007年, 贾宏光等^[8]根据压电元件的实验数据建立电压——伸长量的数学模型, 并基于此模型提出一种压电元件前馈符合控制算法; 2011年, 李大鹏等^[9]采用预测函数模型对压电悬臂梁结构进行振动控制; 2013年, 李鹏志等^[10]基于动态模糊系统模型对压电驱动器的前馈+PI控制方法进行了研究。

鉴于压电结构研究的内涵丰富性和控制问题的复杂性, 本文着重研究超声波发声系统中压电结构的状态空间模型构建和相应的控制策略。通过压电

收稿日期: 2014-05-11

基金项目: 高等学校学科创新引智计划基金资助项目(B12018); 江苏高校优势学科建设工程基金资助项目(PADA); 江苏省产学研联合创新资金基金资助项目(120767); 国家自然科学基金资助项目(61174021)

作者简介: 屈百达(1956-), 男, 辽宁北镇人, 教授, 博士, 主要从事现代控制技术与应用、模式识别与数据处理、运筹与决策的研究。E-mail: qbd518@yahoo.com.cn.

换能器的振动模型和匹配电路模型类比,使压电振动状态可由压电工作电流得到,同时可得控制系统的微分方程模型。考虑系统的各种干扰,根据线性分式变换(LFT)将系统微分方程模型转变为系统状态空间模型。通过得到的状态空间模型整理变形,将系统的各个干扰整合,笼统的视为一项系统扰动,得到含扰动的状态空间模型,因此,采用 L_2 干扰抑制控制策略。最后仿真结果显示系统运行状态好。

1 控制模型建立

1.1 物理模型建立

压电换能器是超声波发声系统中的核心部件,为了保证换能器工作的模态纯度,减少输入损耗,采用串加电感等电抗性元件去除谐波分量,如图1所示。

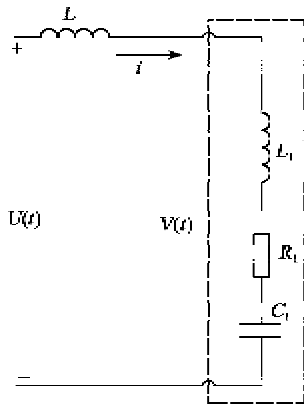


图1 压电换能器匹配电路

图中, L 为匹配电感,虚线框内为压电振子等效电路, L_1 、 R_1 、 C_1 为换能器等效电路中的电感、电阻和电容, $V(t)$ 为压电换能器上的电压, $U(t)$ 为换能器匹配电路的电压, i 为回路电流。根据基尔霍夫定律,匹配电路的回路方程为

$$L \frac{di}{dt} + V(t) = U(t) \quad (1)$$

式中: t 为时间; $U(t)$ 、 $i(t)$ 分别为 U 、 i 关于 t 的函数。

$$L_1 \frac{di}{dt} + R_1 i(t) + \frac{1}{C_1} \int i(t) dt = V(t) \quad (2)$$

由图1压电换能器等效电路部分,逆压电效应使交变电场加到换能器后,换能器会产生各种模态的形变。当电场频率与压电换能器的固有频率一致时,压电换能器就进入了稳定的机械振动状态。

令压电换能器在厚度方向上振动,则换能器服从受迫振动规律:

$$m \frac{d^2 \zeta}{dt^2} + \xi_m \frac{d\zeta}{dt} + k\zeta = F(t) \quad (3)$$

式中: ζ 为压电换能器在厚度方向的振动位移; m 为压电片的质量; ξ_m 为压电体内摩擦阻尼; k 为压电体的弹性模量; $F(t) = \nabla V(t)$ 为外加驱动力, $\nabla = e_{11} S/d$ 为力-电转换系数, e_{11} 为纵向压电应力常数, S 为晶片受力面积, d 为晶片厚度。

将电荷量 q 代入式(2)得

$$L_1 \frac{d^2 q_1}{dt^2} + R_1 \frac{dq_1}{dt} + \frac{q_1}{C_1} = V(t) \quad (4)$$

1.2 控制模型建立

1.2.1 系统微分方程模型

根据电磁场与其介质相互作用的原理,压电振动状态与压电传导电流的关系为 $i = \frac{dq}{dt} = \nabla \frac{d\zeta^{[4]}}{dt}$, 将式(4)代入式(3),对比式(3)和式(4)可得 $L_1 = m/\nabla^2$, $R_1 = \xi/\nabla^2$, $C_1 = \nabla^2/k$ 。代入式(1),(2)得

$$(L + L_1) \nabla \frac{d^2 \zeta}{dt^2} + R_1 \nabla \frac{d\zeta}{dt} + \frac{\nabla}{C_1} \zeta = U(t) \quad (5)$$

记电路参数为标准值时,电感 $\bar{L} = (L + L_1)$,电阻 $\bar{R} = R_1$,电容 $\bar{C} = C_1$ 。由于换能器在交变电场的持续作用下的介电损耗和机械损耗,换能器温度会上升。在高频、高电场强度下,换能器相关性能指标会发生变化。因此,换能器的固有频率会发生变化,相应的动态电容、电感、电阻的参数值也会发生变化。通过实验观察,电感与电容参数的变化趋势较近似,所以视电感与电容参数存在乘性干扰,电阻参数的变动较复杂,因此视电阻参数存在加性干扰。

记存在干扰的各性能参数为电感 $\tilde{L} = \bar{L}(1 + \sigma_L)$,电阻 $\tilde{R} = \bar{R} + \sigma_R$,电容 $\tilde{C} = \bar{C}(1 + \sigma_C)$ 。同时,为了便于分析,记 $\nabla \frac{d\zeta}{dt} = \dot{x}$, $\nabla \zeta = x$, $U(t) = u(t)$ 则考虑干扰的系统方程为

$$\tilde{L}(1 + \sigma_L) \ddot{x} + (\tilde{R} + \sigma_R) \dot{x} + \frac{1}{\tilde{C}(1 + \sigma_C)} x = u \quad (6)$$

1.2.2 系统状态空间模型

式(6)中, $\frac{1}{\tilde{C}(1 + \sigma_C)}$ 用包含 σ_L 的 LFT 来代替,

即

$$\frac{1}{\tilde{L}(1 + \sigma_L)} = \frac{1}{\bar{L}} - \frac{1}{\bar{L}} \sigma_L (1 + \sigma_L)^{-1} \quad (7)$$

$$\frac{1}{\tilde{L}(1 + \sigma_L)} = F_U(M_L, \sigma_L) \quad (8)$$

其中

$$\mathbf{M}_L = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{L} \\ -1 & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (9)$$

同理,电阻 $\tilde{R} = \bar{R} + \sigma_R$ 可用包含 σ_R 的 LFT 形式表示,即

$$\tilde{R} = F_U(\mathbf{M}_R, \sigma_R) \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{M}_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \bar{R} \end{bmatrix} \quad (11)$$

同上,电容 $\tilde{C} = \bar{C}(1 + \sigma_C)$ 可用包含 σ_C 的 LFT 形式表示,即

$$\tilde{C} = F_U(\mathbf{M}_C, \sigma_C) \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{M}_C = \begin{bmatrix} -1 & \frac{1}{\bar{C}} \\ -1 & \frac{1}{\bar{C}} \end{bmatrix} \quad (13)$$

考虑了系统干扰的 LFT 模型如图 2 所示。图中 w_L, w_C, w_R 为系统 LFT 模块的控制输入, y_L, y_C, y_R 为系统 LFT 模块的控制输出。

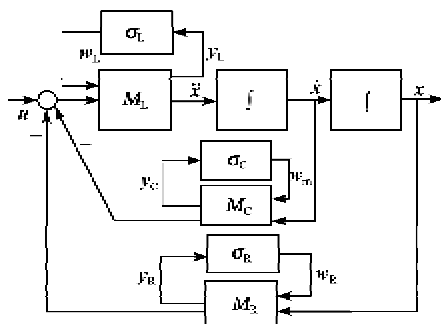


图2 考虑干扰的系统 LFT 结构图

令 $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, y = x_2$, 于是得到

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ y_L \\ y_C \\ y_R \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\bar{R}}{L} & -\frac{1}{CL} & -1 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \\ -\frac{\bar{R}}{L} & -\frac{1}{CL} & -1 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \\ 0 & \frac{1}{\bar{C}} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\bar{R}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_L \\ w_C \\ w_R \\ u \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_L \\ w_C \\ w_R \\ u \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} w_L \\ w_C \\ w_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_L & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_C & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_L \\ y_C \\ y_R \end{bmatrix} \quad (15)$$

对于式(14),取等式

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\bar{R}}{L} & -\frac{1}{CL} & -1 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_L \\ w_C \\ w_R \\ u \end{bmatrix} \quad (16)$$

由式(16)通过变形得

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\bar{R}}{L} & -\frac{1}{CL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ w_L + \frac{1}{L} w_C - \frac{1}{L} w_R \end{bmatrix} \quad (17)$$

基于等式(17),令 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$, 最后一项影响系统干扰,记 $w = -w_L + \frac{1}{L} w_C - \frac{1}{L} w_R$, $-w_C = \epsilon w$, 且不失一般性,令 $\epsilon = 1$,则将被控系统为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{B}_1 w \\ \mathbf{z} = \mathbf{C}_z \mathbf{x} + \mathbf{D}_1 u + \mathbf{D}_2 w \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}_y \mathbf{x} \end{cases} \quad (18)$$

其中

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{C}_y = [0 \ 1] \quad (21)$$

式中:矩阵 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{C}_z$ 、 $\mathbf{D}_1$ 分别对应式(17)和式(14)的矩阵参数; y 为系统输出; z 为控制输出。

2 控制器设计

2.1 L_2 干扰抑制简述

L_2 干扰抑制问题旨在设计控制律,不仅要求系统增益尽量小,同时还要保证干扰为0时,闭环系统渐近稳定。

对控制对象(见式(18))设计控制律 $u=kx$,使闭环系统满足:

1) 干扰 $w=0$ 时,闭环系统在初始状态任意的情况下渐近稳定。

2) 干扰 $w \neq 0$ 时,闭环系统具有抑制扰动的能力,即

$$\int_0^T \{z^T(t)Qz(t)\} dt \leq \frac{1}{2} \gamma^2 \int_0^T \{w^T(t)Rw(t)\} dt \quad (22)$$

式中: $T>0$ 为时间; $\gamma>0$ 为给定的干扰抑制指数; Q, R 为对称权矩阵。

2.2 控制器设计

1) 定义。系统(见式(18))能量函数为

$$E(\omega, z) = \frac{1}{2} \gamma^2 w^T(t)Rw(t) - z^T(t)Qz(t) \quad (23)$$

若系统能量是耗散的,即满足 L_2 增益约束,则存在正定函数 $V(x)$,使得

$$\dot{V} \leq E(\omega, z) \quad (24)$$

2) 定理。被控对象(见式(9))存在反馈控制律 $u=kx, k=-B^T P$ 。在给定正常数 γ 的情况下,如果存在正定对称矩阵 P 使下式成立,则闭环系统(见式(18))渐近稳定,且具有干扰抑制性能 γ 。

$$\begin{bmatrix} A_e & B_e & P \\ * & D_2^T Q D_2 - \frac{1}{2} \gamma^2 R & 0 \\ * & * & \eta I - M \end{bmatrix} \leq 0 \quad (25)$$

其中

$$B_e = P(B_1 - B D_1^T Q D_2) + C_e^T Q D_2 \quad (26)$$

$$A_e = A^T P + P A + C_e^T Q C_e - Q_d^T P - P Q_d \quad (27)$$

$$Q_d = B D_1^T Q C_e \quad (28)$$

$$M = 2 B B^T + B D_1^T Q D_1 B \quad (29)$$

式中: I 为单位矩阵; $*$ 为对角矩阵的转置; η 为某常数。

3) 证明。对于被控对象(见式(18))取 lyapunov 函数 $V(x) = x^T P x$, 则

$$\dot{V}(x) = x^T [(A + Bk)^T P + P(A + Bk)]x + x^T P B_1 \omega + \omega^T B_1^T P x \quad (30)$$

由定义得,将式(30)代入式(24),令 $H = \dot{V} - E$, 则有

$$H = \begin{bmatrix} x^T & w^T \end{bmatrix} M_H \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$M_H = \begin{bmatrix} A_e - PMP & B_e \\ * & D_2^T Q D_2 - \frac{1}{2} \gamma^2 R \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$M_H = \begin{bmatrix} A_e & B_e \\ * & D_2^T Q D_2 - \frac{1}{2} \gamma^2 R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P(\eta I - M)P & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P(-\eta I)P & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

即 $M_H \leq 0$, 也即

$$\begin{bmatrix} A_e & B_e \\ * & D_2^T Q D_2 - \frac{1}{2} \gamma^2 R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P \\ 0 \end{bmatrix} (\eta I - M) \begin{bmatrix} P & 0 \end{bmatrix} \leq 0 \quad (34)$$

成立。根据舒尔补引理式(34)可变形为式(25),则式(25)成立。

若给定某正常数 γ , 正定对称矩阵 P 使式(34)成立,则闭环系统(见式(18))渐近稳定,且 $u=kx = -B^T P x$ 为系统反馈控制律。

3 仿真验证

测得换能器等效电路在谐振(频率 $f=26$ kHz)情况下 $L_1 = 1.621$ mH, $C_1 = 32.83$ nF, $R_1 = 253.61$ Ω , 计算串联匹配电感值为

$$L = \frac{1}{\omega^2 C_1} - L_1 \approx 7.06 (\mu H) \quad (35)$$

由式(35)可得

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.56 \times 10^5 & -3.11 \times 10^{10} \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 704.65 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$D_1 = [704.65 \ 0 \ 0]^T \quad (38)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -1.56 \times 10^5 & -3.11 \times 10^{10} \\ 0 & 4.42 \times 10^7 \\ 3.3 \times 10^{-3} & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

取系统的干扰抑制性能 $\gamma=0.86$, Q 取 10^{-10} 倍的单位矩阵, R 取 10^3 倍的单位矩阵, $\eta=100$ 。

求解线性矩阵不等式(25)可得 $k = [-1.0 \times 10^7 \ -8.32 \times 10^7]$, 实际应用过程中,控制器可在

控制电路中用以电阻和电容物理实现。

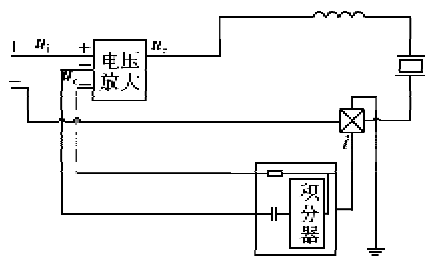


图3

以系统式(18)为控制对象,输入信号如图3所示。

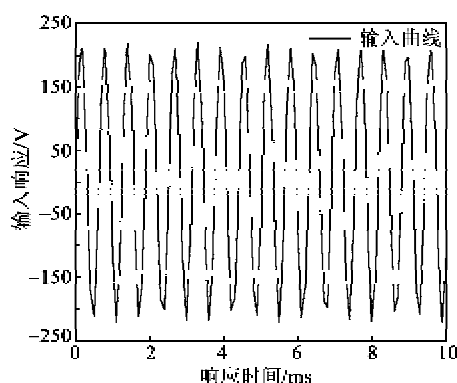


图3 输入信号图

采用白噪声噪声作为系统干扰参数,如图4所示。

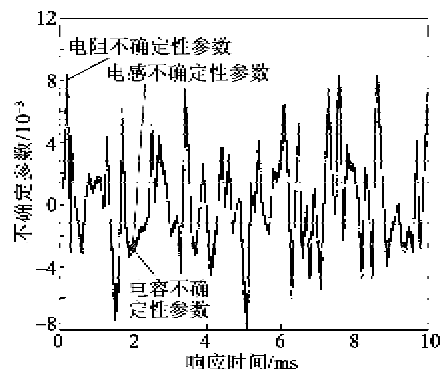


图4 干扰参数图

采取反馈控制前后的控制效果如图5所示。

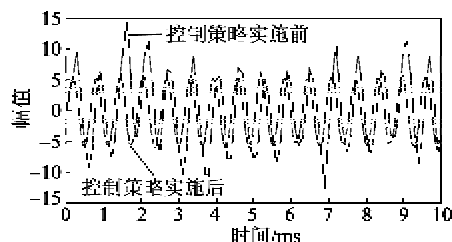


图5 控制前后效果图

由图5可知,采取反馈控制律的系统运行稳定程度要明显优于未采取反馈控制律的系统。仿真过程表明,通过 L_2 干扰抑制理论推导的反馈控制律能有效保持系统运行稳定;将系统存在的若干个干扰可通过整合为一个系统扰动,从扰动抑制的角度来设计系统反馈控制律,增强系统鲁棒性。

4 结束语

以压电换能器的匹配电路为控制对象,构建系统的状态空间模型,并基于 L_2 干扰抑制理论设计控制器,能较好的增强系统抵抗干扰的能力,减小干扰对系统运行状态的影响。

参考文献:

- [1] 党选举. 压电陶瓷执行器的神经网络实时自适应逆控制[J]. 光学精密工程, 2008, 16(7): 1266-1272.
- [2] 赖志林, 刘向东, 耿洁, 等. 压电陶瓷执行器迟滞的滑模逆补偿控制[J]. 光学精密工程, 2011, 19(6): 1281-1290.
- [3] 魏守水. 压电驱动中的串联电感匹配技术[J]. 电工技术学报, 2006, 21(10): 71-75.
- [4] 胡新伟. 大功率压电超声换能器的非线性研究[D]. 西安: 陕西师范大学, 2007.
- [5] 梅生伟, 申铁龙, 刘康志. 现代鲁棒控制理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [6] 刘飞, 张曦煌. L_2 增益约束下跳变系统鲁棒控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(3): 1030-1037.
- [7] 王岳宇, 赵学增. 补偿压电陶瓷迟滞和蠕变的逆控制算法[J]. 光学精密工程, 2006, 14(6): 1032-1040.
- [8] 贾宏光, 郑岩, 吴一辉, 王立鼎. 非线性模型的压电元件复合控制方法[J]. 光学精密工程, 2007, 15(10): 1547-1552.
- [9] 蔡新科, 李大鹏. 压电自感知柔性悬臂梁振动控制系统研究[J]. 压电与声光, 2011, 33(5): 753-756.
GUO Xinke, LI Dapeng. Study on flexible cantilever beam vibration control system based on piezoelectric self-sensing actuator[J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2011, 33(5): 753-756.
- [10] 李朋志, 葛川, 苏志德, 等. 基于动态模糊系统模型的压电陶瓷驱动器控制[J]. 光学精密工程, 2013, 21(2): 394-399.
- [11] 林君焕, 邹祥, 李国平. 基于压电陶瓷执行器的车削振动控制系统研究[J]. 计算机测量与控制, 2011, 19(5): 1082-1085.