第37卷第1期 压电与声光 Vol. 37 No. 1
2015年02月 PIEZOELECTRICS & ACOUSTOOPTICS Feb. 2015

文章编号:1004-2474(2015)01-0154-04

曲线光顺在惯导平台自标定中的应用

孟卫锋[1],袁爱红[1],贾天龙[2],高 璞[1]

(1. 航天时代电子公司第16研究所,陕西 西安 710100;2. 解放军边防学院 司令部工作教研室,陕西 西安 710108)

摘 要:提出了一种新的惯导平台自标定数据处理方法——曲线光顺法。根据自标定数据特点给出了适于自标定数据的曲线光顺准则。分析了野值对曲线二阶差商的影响规律,提出了一种野值剔除算法。通过将最小二乘与B样条结合得出二阶差商参考值,并使实际差商与参考差商距离达到最小从而得到野值修改值。实验结果表明,该文的算法能很好地解决惯导平台自标定数据的野值剔除问题,可通过调节参数来控制光顺精度,并具有算法简便、易于操作的优点。

关键词:野值;光顺;惯性平台;自标定

中图分类号:V249 **文献标识码**:A

Application of Curve Smoothing in Self-Calibration of the Inertial Platform

MENG Weifeng[1], YUAN Aihong[1], JIA Tianlong[2], GAO Pu[1]

(1. Institute No. 16 of China Aerospace Times Electronics Corporation, Xi'an 710100, China;
2. Operation Room in Command Centre of Xi'an Army Academy, Xi'an 710108, China)

Abstract: A method of curve smoothing for self-calibration data processing in the inertial platform was proposed in this paper. The appropriate curve smoothing criterion was given according to the characters of self-calibration data. The outlier elimination and replacing algorithm was proposed through analyzing the influence of outlier on the curvature, and an algorithm for outlier choosing was proposed. An algorithm of the second difference quotients reference value was obtained by connecting the least square with the B-spline, so the modified value for the outlier was gotten through seeking the minimum distance between the actual the second difference quotients and the reference value. The experimental results indicated that, the algorithm could well solve the problem of outlier elimination in the inertial platform self-calibration data. The accuracy of curve smoothing could be controlled through adjusting the parameter, and the method had the feature of simple algorithm and convenient to use.

Key words: outlier; smoothing; inertial platform; self-calibration

0 引言

纯惯性制导导弹射击偏差主要是由平台制导工具误差引起的,因此,通过平台惯导误差自标定并对其补偿来提高惯性平台使用精度,减小导弹射击偏差,这种自标定技术不但经济且有效[1]。然而,惯导平台自标定测量数据由于在采集过程中受到各种干扰,使接收数据常会产生异常跳变,这种异常跳变点称为野值点[2]。野值的存在严重影响测量数据的处理和分析,对于平台自标定测量数据,野值会提供错误信息,影响平台标定精度,最终影响导弹的命中精度。因此标定前对平台自标定测量数据进行野值挑选并对其合理取代也就显得十分重要。这种对野值进行挑选并取代的过程称为曲线光顺,在工业设计(如飞机机翼设计)中,曲线光顺处理已有重要应用。曲线光顺在平台自标定中的应用还无人提出,但曲线光顺的思想完全可应用在平台自标定数据预处理中。实验结果表明,曲线光顺法完全适用于惯导平台自标定数据预处理中。

一些经典惯导平台自标定测量数据处理方法,如多项式滤波、平滑和微分平滑法,对野值很敏感[3]。大量的理论分析和实测数据处理结果证明,即使测量数据中含有少量的野值也常会导致上述算法严重失真甚至是算法失效。若采用卡尔曼滤波时,如果新息被污染则状态估计不佳[4]。常用的一种野值剔除法是利用莱特准则对野值进行剔除[5],但对于变化较缓慢的数据,某些测量点数据大于3

收稿日期:2014-06-11

作者简介:孟卫锋(1972-),男,陕西西安人,研究员,硕士生导师,博士,主要从事精密仪器与机械的研究。袁爱红(1988-),男,硕士生,主要从事惯性平台技术的研究。

倍标准差，故直接利用莱特准则进行野值剔除，不仅会剔掉有用的测量数据，且一些野值点无法剔除。很多新曲线光顺算法被提出，遗传算法[6]、小波分析、规划理论[7]等有效、快速的曲线光顺算法被人广泛研究，但这些算法对密集点集的处理仍无法很好的适应。

早有人提出由曲率的变化特点指导野值修改的方法，如基于二阶差商波动最小的野值剔除和修改方法[8]，这种方法的实质是利用 3 次插值多项式对其作为取点和修改的标准。这种方法实现简单，但其最大缺陷是每三点离散曲率成线性变化，计算后的精度需要讨论。文献[8]给出了根据曲率变化趋势来约束野值修改值的思路，在此基础上本文推算出了计算二阶差商理想值的优化算法，并以此作为判断野值点和修改值计算标准的曲线光顺算法。最终，作者将此算法首次引入到平台自标定数据处理中，效果很好。

1 曲线的光顺准则

在不同实际工程问题中，对光顺性的要求不同，因此，迄今为止，对光顺性还没有一个统一的标准，不同文献对光顺准则有不同的提法，但光顺性也有其客观的一面，不同文献对光顺准则的提法虽有差异，但也有许多共同点[9]，即

1) 曲线 C^2 连续。
2) 无多余拐点。
3) 曲率变化角均匀。
4) 应变能较小。

其中条件 1)是数学上光滑的概念，是一个局部概念，只涉及到每一点及其一个充分小领域；条件 2)、3)则是一个整体的概念，是对整条曲线而言的，因此处理起来比局部概念要复杂和困难得多；条件 4)是基于“实际的物理样条是光顺的”这个事实，它也是能量法的基础。

作者在大量分析惯导平台自标定数据特点后发现：自标定数据变化平缓，具有小挠度特点，原始曲线的二阶导数曲线的平滑性可用来近似地体现原始曲线的光顺性质，而二阶导数可用二阶差商来体现，考虑到计算的可行性，离散点二阶差商的平滑程度完全可体现出曲线的光顺程度。因此，本文使用二阶差商替代离散曲率值，提出一个适合于平台自标定应用的曲线光顺性准则：

1) 曲线 C^2 连续。
2) 无多余拐点。
3) 点列的二阶差商值变化均匀。
4) 点列的二阶差商值的绝对值较小。

2 曲线光顺算法

在光顺准则基础上提出了计算二阶差商理想值的优化算法，并以此作为判断野点和计算修改值标准的曲线光顺方法。

2.1 野值的挑选算法

如果存在点列$\{P_i|(x_i,y_i),i=0,1,\cdots,n\}$，其中 $x_0<x_i<\cdots<x_n$ 在非端点(x_i,y_i)处其二阶差商定义为

$$d_i^2=\frac{\dfrac{y_{i+1}-y_i}{x_{i+1}-x_i}-\dfrac{y_i-y_{i-1}}{x_i-x_{i-1}}}{x_{i+1}-x_i} \tag{1}$$

在两个端点处，选择自然边界条件则有 $d_0^2=d_n^2=0$。

在这样的定义下，只要保证了二阶差商的连续均匀变化，就能确保基于型值点拟合的曲线是光顺的。首先讨论单点 $P_i(x_i,y_i)$变化到 $P'_i(x_i,y'_i)$引起的二阶差商的变化。由式(1)可知，P_i 变化引起 $P_{i-1}(x_{i-1},y_{i-1})$处的二阶差商变化为

$$\Delta d_{i-1}^2=d^{2\prime}_{i-1}-d_{i-1}^2=\frac{y'_i-y_i}{(x_i-x_{i-2})(x_i-x_{i-1})} \tag{2}$$

P_i 变化引起 $P_{i+1}(x_{i+1},y_{i+1})$处的二阶差商变化为

$$\Delta d_{i+1}^2=d^{2\prime}_{i+1}-d_{i+1}^2=\frac{y'_i-y_i}{(x_{i+2}-x_i)(x_{i+1}-x_i)} \tag{3}$$

P_i 变化引起 P_i 处的二阶差商变化为

$$\Delta d_i^2=d^{2\prime}_i-d_i^2=\frac{y'_i-y_i}{(x_{i+1}-x_{i-1})(x_{i+1}-x_i)} \tag{4}$$

由式(2)～(4)可知，$\Delta d_{i-1}^2\cdot\Delta d_{i+1}^2>0$，$\Delta d_{i+1}^2\cdot\Delta d_i^2<0$。这样的结论有两层含义：

1) 单点的二阶差商误差的起因可能是当前点和相邻点共 3 点中的任何一个。

2) 单点误差引起当前点和相邻两点共 3 点的二阶差商偏差。这样的关系在曲率图中会出现类似“W”或“M”的振荡。如果仅就离散曲率一阶差商突变的点或二阶差商偏离的程度作为野值点，可能会出现误判，涉及到不需要修改的点，或出现野值点遗漏的情况。上述单点分析的结论也适用于分析多点

的情况，在假定离散曲率参考模型已获得的情况下，本文使用类似“黑名单”的搜索筛选方法。其算法描述如下：

a. 根据式(1)计算二阶差商值，存储在点列$\{P_i\}, i=0,1,\cdots,n$中。

b. 计算全局偏差 $E=\dfrac{\beta}{n+1}\sum_{i=0}^{n}|y'_i-y_i|$，其中，$y'_i$ 为与 p_i 对应的逼近曲率曲线上的点的纵坐标。β 为权值系数，且 $0<\beta\leqslant 1$。

c. 逐点比较 $e_i=|y'_i-y_i|$ 与 E 的大小关系。如果 $e_i>E$ 则在标记数组 flag 中记录下标 i。

d. 计算 i 在 flag 数组中出现的频率。将出现频率最高的点列优先进行修改计算。

2.2 离散曲率参考值的计算

理想曲率变化的趋势包含在带有振荡的离散曲率点列中。如果把点列看作信号序列，可使用信号滤波法得到这种变化趋势，但从数据逼近角度考虑，最小二乘操作简单，且最小二乘法也完全能满足精度的需求。本文不选择最小二乘法中传统的规范多项式，而选取了 B 样条作为已知多项式形式，这样就能将最小二乘的逼近优势和 B 样条的平滑优势都发挥出来。如果用一般的非均匀 B 样条来选择节点，那么当遇到病态曲率点时，节点的造型将会影响拟合曲线的光滑程度。如果选择均匀 B 样条作为插值多项式，就不存在这样的问题，此时问题如下式描述[10,12-13]，使目标函数 $e=\sum_{i=0}^{n}[P(t_i)-y_i]^2$ 达到最小。

$$P(t)=\sum_{j=0}^{NUM-1}d_jN_{j,4}(t) \tag{5}$$

式中：$d_j(j=0,1,\cdots,NUM-1)$为待解的控制点；$N_{j,4}(t)$为相应的基函数。$y_i(i=0,1,\cdots,n)$为待逼近曲率点的纵坐标。对控制点令其偏导数$\partial e/\partial \boldsymbol{d}=0$得

$$\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}\boldsymbol{d}=\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} \tag{6}$$

其中

$$\boldsymbol{N}=\begin{bmatrix} N_{0,4}(x_0) & N_{1,4}(x_0) & \cdots & N_{NUM-1,4}(x_0) \\ N_{0,4}(x_1) & N_{1,4}(x_1) & \cdots & N_{NUM-1,4}(x_1) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ N_{0,4}(x_n) & N_{1,4}(x_n) & \cdots & N_{NUM-1,4}(x_n) \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{d}=[d_0 \quad d_1 \quad \cdots \quad d_{NUM-1}]^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{y}=[y_0 \quad y_1 \quad \cdots \quad y_n]^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

可以通过增加控制节点数目来满足拟合的精度。4 个控制节点的情况是最粗略的且也是最光滑的情形，当控制节点数目 $NUM=n+2$，式(6)退化为 $\boldsymbol{Nd}=\boldsymbol{y}$，最小二乘问题变成了求解线性方程组的解的问题，此时理论上的逼近误差为 0。通常，当 NUM 值确定后，逼近所用的 3 次 B 样条分段数目就已确定 $\boldsymbol{N}=NUM-3$。所以节点矢量 $\boldsymbol{T}=[-3/\boldsymbol{N} \quad -2/\boldsymbol{N} \quad \cdots \quad (\boldsymbol{N}+3)/\boldsymbol{N}]^{\mathrm{T}}$。

具体算法描述如下：

1) 计算 $\boldsymbol{T}$。给定容许误差 E 及 B 样条$NUM=4$，根据 NUM 得到相应的 $\boldsymbol{T}$。

2) 计算参数 t_i。利用 $t_i=\dfrac{x_i-x_0}{x_n-x_0}$计算各离散点 P_i 对应的参数 $t_i(i=0,1,\cdots,n)$，其中 x_i 为点 P_i 的横坐标。

3) 计算基函数矩阵 $\boldsymbol{N}$。根据 $\boldsymbol{T}$ 和 B 样条基函数计算 $\boldsymbol{N}$。

4) 计算节点矢量 $\boldsymbol{d}$。求解式(6)得到控制节点矢量 $\boldsymbol{d}$。

5) 比较拟合结果误差 $e=|\boldsymbol{Nd}-\boldsymbol{y}|_2$ 与设定的 E 的大小关系，其中$|\cdot|_2$ 为向量的 2－范数。如果 $e>E$，则 $NUM=NUM+1$，执行步骤 1)，否则输出结果。

2.3 野值点的位置修改分析与计算

虽然型值点多边形可反映样条曲线的形状，但由于存在相邻点的曲率匹配和拟合曲线的误差问题，因此拟合出来的曲率值不能作为理想的曲率值进行反向积分计算。但可通过样条来反映野值点处相邻的曲率变化趋势。比如对于单野值点的情况，总可以找到一个 y 的理想值，使原来 3 个病态的曲率值与参考值的距离最小。根据前文的分析，对于多点的情况，如某处局部有 m 个连续坏点，且起始下标为 c。由 2.1 节中的结论可知，应增加首尾两个受影响的二阶差商，共 $m+2$ 个，基于这一思想，确立目标函数函数为

$$\min\Delta=\sum_{i=c}^{c+m-1}[d_i^2-\partial_i^2]^2 \tag{10}$$

将相应点的二次差商代入式(10)，利用最速下降法[11]求解此类最优化问题。在野值点过密过多时，对于自标定测量数据，我们应当检查系统是否出现差错。

3　实验验证

本文数据源于惯导平台系统在自标定过程中加速度测量通道的实际输出数据,其数据特点是变化缓慢,偶有跳变,然而跳变点会影响惯导平台自标定精度,因此我们可认为这些跳变点就是野值点,需剔除并用合理的值替换。

选取前 120 个测量数据,得到原始数据曲线如图 1 所示。

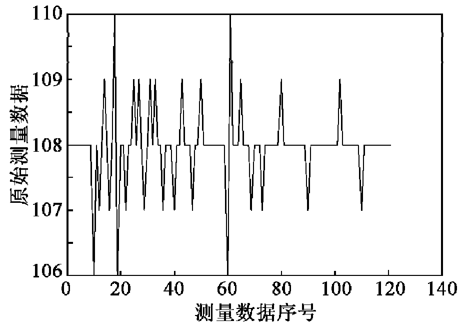

图 1　原始数据曲线

由图 1 可知,加速度计的输出约在 108,根据一、二阶差商的定义及定义式(1)可得到原始数据的一、二阶差商,在后文曲线拟合时再给出一、二阶差商图。利用本文给出的曲线光顺算法,得到原始数据的一、二阶差商如图 2、3 所示。

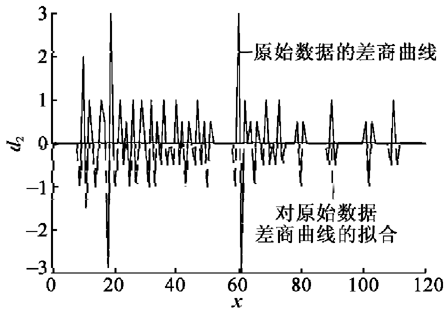

图 2　二阶差商拟合曲线

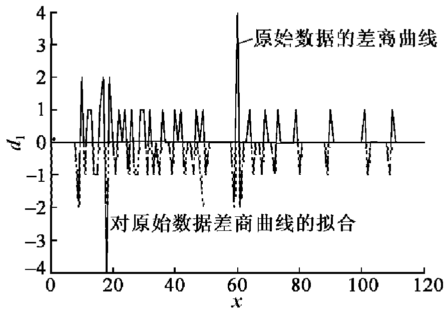

图 3　一阶差商拟合曲线

图 2 证明了 2.1 节给出的结论。即使连续两个或多个野值点也是这样的规律,只是“W”和“M”连在一起出现。而通过一阶差商值无法判断出哪一点是野值点,甚至出现误判,将正确点判断成野值点,因此用二阶差商挑选野值点是有效、可行的方法。

对得到的二阶差商理想值数据进行二次积分,积分初值取为 0,可得到原始数据拟合图(见图 4)。

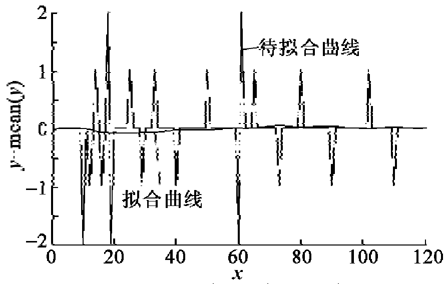

图 4　原始数据曲线拟合

通过对二阶差商进行曲线拟合,得到一条理想的离散曲率模型,然后积分两次得到原始数据拟合曲线,由于积分初始值取的是 0,相当于让原始数据减去其均值,故图 4 纵坐标为 $y-\mathrm{mean}(y)$,这种处理是合理的,因为多位置标定中,每个位置锁定后,理论上加速度计输出应基本稳定不变,即接近一个常值;同时,减去均值后其图像均在 0 附近上、下波动,这样处理可将拟合细节放大,便于观察。在图 4 基础上让拟合值加上其均值,即可得到原始数据的拟合数据。

光顺前后及莱特准则对自标定数据进行预处理后,标定结果对比如表 1 所示。

表 1　陀螺仪及加速度计标定结果

误差系数	相对误差/%		
	未光顺处理	光顺处理	莱特准则
k_{g0x}	0.13	−0.07	0.12
k_{g0y}	0.063	0.020	0.060
k_{g0z}	0.05	0.03	0.05
k_{a0x}	−1.01	0.75	−0.99
k_{a0y}	1.30	1.05	1.20
k_{a0z}	0.85	0.79	0.85

表 1 中,k_{g0i} 为 i 轴陀螺零次项误差系数,k_{a0i} 为 i 轴加速度计零次项误差系数 $i=x,y,z$。相对误差的定义为

$$\varepsilon=\frac{\hat{\mu}-\mu}{\mu}\times 100\% \tag{11}$$

式中:μ 为真值;$\hat{\mu}$ 为估计值。

从标定结果可看出,数据经光顺处理后标定精度明显提高,而莱特准则对提高标定精度效果并不是特别理想。

(下转第 161 页)