

# 基于混合 PSO 算法的加速度计快速标定

戴邵武<sup>1</sup>, 王克红<sup>1</sup>, 庆曾宏<sup>2</sup>

(1. 海军航空工程学院 控制工程系, 山东 烟台 264001; 2. 福州马尾计量站, 福建 福州 350015)

**摘要:**针对粒子群优化算法(PSO)在加速度计标定中存在早熟及陷入局部最优的不足,提出了基于差分进化(DE)的双种群信息共享及并行进化的混合 PSO 算法,并将该算法应用于加速度计快速标定。为提高混合算法的优化性能,提出了一种平衡 DE 算法全局探索和局部开发能力的加权变异算子,将 Logistic 函数的非线性特性引入到 PSO 算法惯性权重和 DE 算法加权系数的动态调整中。基准测试函数仿真表明所提出的混合算法在收敛速度、收敛精度、全局搜索性能和鲁棒性等方面明显优于 PSO、DE 算法;加速度计标定仿真结果表明,提出的混合算法能有效提高加速度计的标定精度。

**关键词:**粒子群优化;差分进化;加速度计标定;Logistic 函数;加权变异算子

**中图分类号:**TM930;U666.1;TP18 **文献标识码:**A

## Rapid Calibration of Accelerometer Based on Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm

DAI Shaowu<sup>1</sup>, WANG Kehong<sup>1</sup>, QING Zenghong<sup>2</sup>

(1. Dept. of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;  
2. Fuzhou Mawei Metering Station, Fuzhou 350015, China)

**Abstract:** To overcome the insufficiency of premature and trapped in a local optimum which existed in the calibration optimization of accelerometer based on particle swarm optimization(PSO), a hybrid PSO algorithm based on differential evolution was proposed by dual populations parallel evolutionary and information-sharing. It was applied to rapid calibration of accelerometer. In order to improve the optimization ability of hybrid algorithm, a weighted mutation operator was proposed which could balance global exploration and local development ability of DE algorithm, and the nonlinear properties of the Logistic function was introduced to dynamically adjust the inertia weight of PSO algorithm and the weighted coefficient of DE algorithm. Benchmark functions simulation showed that the proposed hybrid algorithm in convergence speed, convergence precision, global search performance and robustness were better than PSO and DE algorithm. And the calibration results of accelerometer showed that the hybrid algorithm could effectively improve the calibration precision of the accelerometer.

**Key words:** particle swarm optimization; differential evolution; calibration of accelerometer; Logistic function; weighted mutation operator

### 0 引言

惯性导航以其自主性好,抗干扰能力强,导航精度高等优点,在航空、航天、航海及陆地导航等领域得到了广泛的应用。然而惯性导航本身存在的导航精度随时间增长而不断降低的缺点严重制约了其导航精度的提高。惯性测量系统误差的标定与补偿,是提高惯导系统精度有效的方法。对此,1998年,荷兰学者 Lötters 提出了基于模观测的加速度计标定方法<sup>[1]</sup>,其基本原理是3个轴的加速度计测量值

的模等于重力加速度的模,以此为依据列写待标定参数为未知数的非线性方程组,这样加速度计的标定就转化为非线性方程组的优化求解问题。在分析传统方法在加速度计标定优化中存在的不足,有学者将粒子群优化<sup>[2]</sup>(PSO)算法引入到了加速度计的标定中。

在加速度计标定优化后期,PSO 算法出现了早熟收敛、标定值陷入局部最优,导致优化结果与理想结果间有一定差异。针对基本 PSO 算法的早熟收

收稿日期:2014-06-20

基金项目:中国博士后科学基金资助项目(2013m532173);航空科学基金资助项目(20135184007)

作者简介:戴邵武(1966-),男,湖南邵阳人,教授,博士,主要从事惯性导航、组合导航、人工智能的研究。王克红(1990-),男,安徽阜阳人,硕士生,主要从事惯性技术、粒子群优化的研究。庆曾宏(1965-),男,江苏南京人,高级工程师,主要从事计量与测试的研究。

收敛、陷入局部最优问题,许多学者从 PSO 算法模型参数<sup>[3-4]</sup>、邻域拓扑结构<sup>[5]</sup>、粒子信息共享机制<sup>[6]</sup>、概率分布<sup>[7]</sup>、多学科理论混合交叉<sup>[8-10]</sup>方面出发,提出了多种改进算法。1997 年,差分进化(DE)算法<sup>[11-12]</sup>是 Storn R 和 Price K 提出的一种基于群体并行随机搜索的新型进化算法,该算法通过变异、交叉、选择操作来衍生出新的种群,使其具有较强的全局收敛能力和鲁棒性,非常适合求解一些复杂的优化问题。因此,本文将 DE 算法的全局收敛能力引入到 PSO 算法中,提出了一种基于 DE 的混合 PSO 算法(DE-PSO),实现了 DE 算法和 PSO 算法的优势互补,有效避免了粒子陷入局部最优;将 DE-PSO 算法应用于加速度计参数的标定,仿真实验表明,该算法能有效提高标定优化精度。

## 1 基本 PSO 和 DE 算法

### 1.1 粒子群优化算法

1995 年,PSO 算法是 Kennedy 和 Eberhart 共同提出的一种智能群体进化算法,该算法源于模拟鸟群飞行觅食行为,通过群体间的合作与竞争实现全局搜索。算法中,每个优化问题的解被看作搜索空间的一个点,称为“粒子”。所有粒子都有一个由被优化的函数来决定的适应值,在整个迭代进化过程中,粒子通过跟踪个体最优解  $pbest$  和群体最优解  $gbest$  来动态更新自己速度和位置,速度和位置更新方程<sup>[2]</sup>为

$$v_i^{k+1} = \omega v_i^k + c_1 r_1 (gbest^k - x_i^k) + c_2 r_2 (pbest_i^k - x_i^k) \quad (1)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (2)$$

式中:  $v_i^{k+1}$ ,  $x_i^k$ ,  $pbest_i^k$  是粒子  $i$  在第  $k$  时刻迭代中的速度、位置和个体最优解;  $gbest^k$  为整个种群在第  $k$  时刻迭代中的最优位置;  $r_1, r_2$  为  $[0, 1]$  上的随机数;  $\omega$  为惯性权重;  $c_1, c_2$  为加速系数(或称学习因子)。为减少进化过程中粒子离开搜索空间的可能性,  $v_i$  通常限定于一定范围,即  $v_i \in [-v_{max}, v_{max}]$ 。

### 1.2 DE 算法

DE 算法的原理和进化流程与遗传算法相似,父代生成子代的操作均包括变异、交叉、选择。但不同的是,DE 算法采用差分变异操作,即将种群中任意 2 个个体的差分向量加权后,根据一定的规则加到第三个个体上,再通过交叉操作产生新个体,DE 的这种变异方式有效利用了群体分布特性,提高了算法的搜索能力,避免了遗传算法中变异方式的不足。

#### 1.2.1 变异算子

针对不同的实际问题,变异算子也是不同的,但

大多是基于随机向量差分法(DE/rand/1)和最优解加随机向量差分法<sup>[13]</sup>(DE/best/1)的改进,具体形式为:

随机向量差分法(DE/rand/1)

$$x_i(k+1) = x_i(k) + F(x_n(k) - x_m(k)) \quad (3)$$

最优解加随机向量差分法(DE/best/1)

$$x_i(k+1) = x_{best}(k) + F(x_n(k) - x_m(k)) \quad (4)$$

式中:  $m, n$  为在种群中除去当前个体  $i$  外,随机选取的互不相同的个体;  $x_{best}(k)$  为当前种群最优解;  $F$  为放大因子,是差分向量  $(x_n(k) - x_m(k))$  的加权值,一般取值为  $[0, 2]$ 。

#### 1.2.2 交叉算子

为保持种群的多样性,父代个体  $x_i(k)$  与经过变异操作产生的子代进行如下交叉操作:

$$x_{ij}(k+1) = \begin{cases} x_{ij}(k+1) & (rand_{ij} > Pc \text{ 或 } j = J_{mnd}) \\ x_{ij}(k) & (rand_{ij} \leq Pc \text{ 或 } j \neq J_{mnd}) \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $x_{ij}(k)$  为第  $i$  个体第  $j$  维的取值;  $rand_{ij}$  为均匀分布的随机数;交叉概率  $Pc \in (0, 1)$ ;  $J_{mnd}$  为 DE 算法引入的随机基因位(维数值)。

#### 1.2.3 贪婪选择算子

DE 中的选择操作,采用贪婪算子:

$$x_i(k+1) = \begin{cases} x_i(k+1) & (f(x_i(k+1)) < f(x_i(k))) \\ x_i(k) & (f(x_i(k+1)) \geq f(x_i(k))) \end{cases} \quad (6)$$

式中  $f$  为适应度函数。

## 2 DE-PSO 算法

### 2.1 PSO 和 DE 算法的改进

考虑到惯性权重对 PSO 算法搜索能力的影响,为了提高混合算法的优化性能,将 Logistic 函数的非线性特性引入到惯性权重的动态调整<sup>[14]</sup>,具体形式为

$$\omega(k) = \omega_{max} - (\omega_{max} - \omega_{min}) \frac{1}{1 + a \times b^{100k/k_{max}}} \quad (7)$$

式中:  $\omega_{max}, \omega_{min}$  分别为惯性权重的初始值和终端值;  $k_{max}$  为最大迭代次数;  $a, b$  为调整因子,取值范围为  $a > 0, 0 < b < 1$ 。

变异算子形式的不同,决定了差分算法具有不同的搜索能力,本文基于(DE/rand/1)和(DE/best/1)提出了一种新的混合变异算子,变异方程为

$$x_i(k+1) = \beta x_i(k) + (1 - \beta) x_{best}(k) + F(x_n(k) - x_m(k)) \quad (8)$$

式中  $\beta \in [0, 1]$ ,  $\beta$  的变化遵循 Logistic 函数的非线性变化,且

$$\beta(k) = \beta_{max} - (\beta_{max} - \beta_{min}) \frac{1}{1 + a \times b^{100k/k_{max}}} \quad (9)$$

式中  $\beta_{max}=1, \beta_{min}=0.1$ , 这样保证了差分算法既具有较强的全局搜索能力, 又具有较快的收敛速度和搜索精度。

### 2.2 DE-PSO 算法的描述

DE-PSO 算法步骤如下:

- 1) 设置 PSO 和 DE 算法的基本参数。
- 2) 初始化种群, 将种群等分成 2 个子种群, 并将 2 个子种群初始化在不同的区域。
- 3) 根据式(1)、(2)、(7)对 PSO 子种群的粒子进行速度、位置更新。
- 4) 根据式(5)、(6)、(8)、(9)对 DE 子种群的个体进行变异、交叉、选择操作。
- 5) 选出 PSO 子种群的最优个体。
- 6) 选出 DE 子种群的最优个体。

7) 比较  $G_{best}^{PSO}$  和  $G_{best}^{DE}$ , 选择较小的个体作为下一时刻 PSO 和 DE 进化的种群最优解。

8) 判断是否满足迭代终止条件, 否则转第 3) 步。

## 3 DE-PSO 算法性能测试

### 3.1 测试函数

为了验证提出的 DE-PSO 算法的性能, 本文采用 4 个基准测试函数<sup>[15]</sup>, 将 DE-PSO 与 PSO 和 DE 算法进行仿真对比分析, 这 4 个基准测试函数各自具有不同的特点, 用来同时对算法测试, 可充分考察算法对不同类型问题的收敛特性, 能作为综合评价算法总体性能的依据。基准测试函数具体形式如表 1 所示。

表 1 基准测试函数

| 函数         | 公式   | 维数 $D$ | 可行域 $[x_{min}, x_{max}]$ | 最优值 $f$ |
|------------|--|--------|--------------------------|---------|
| Sphere     | $f_1(X) = \sum_{i=1}^D x_i^2$  | 12     | $x_i \in [-100, 100]$    | 0       |
| Rosenbrock | $f_2(X) = \sum_{i=1}^{D-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$                                     | 12     | $x_i \in [-30, 30]$      | 0       |
| Rastrigin  | $f_3(X) = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$  | 12     | $x_i \in [-5.12, 5.12]$  | 0       |
| Griewank   | $f_4(X) = 1 + \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)$ | 12     | $x_i \in [-600, 600]$    | 0       |

### 3.2 测试结果与分析

参数设置: 实验中取粒子种群规模  $N=100$ , 粒子维数为 12 维, 迭代步数 500 步。PSO 算法的  $c_1 = c_2 = 2, \omega = 0.7298$ ; DE 算法  $F = 0.3, P_c = 0.5$ ; DE-PSO 算法中惯性权重  $\omega_{max} = 1.4, \omega_{min} = 0.2, a = 30$ ,

$b = 0.88$ , 其余参数设置与 PSO 和 DE 算法一致。每种算法对 4 个测试函数分别独立运行 20 次, 求出最优适应值、最差适应值、适应值均值、方差, 仿真实验统计数据如表 2 所示。

表 2 仿真统计数据

| 函数         | 适应值 | PSO                      | DE                       | DE-PSO                    |
|------------|-----|--------------------------|--------------------------|---------------------------|
| Sphere     | 最小值 | $9.8481 \times 10^{-18}$ | $1.6934 \times 10^{-6}$  | $1.5029 \times 10^{-149}$ |
|            | 最大值 | $6.5579 \times 10^{-13}$ | $5.5180 \times 10^{-6}$  | $7.6585 \times 10^{-110}$ |
|            | 均值  | $9.1619 \times 10^{-14}$ | $3.3179 \times 10^{-6}$  | $3.8292 \times 10^{-111}$ |
|            | 方差  | $3.9023 \times 10^{-26}$ | $1.6225 \times 10^{-12}$ | $2.9326 \times 10^{-220}$ |
| Rosenbrock | 最小值 | 0.4974                   | 3.3470                   | 0                         |
|            | 最大值 | 7.5683                   | 8.6808                   | $2.5280 \times 10^{-29}$  |
|            | 均值  | 3.2118                   | 7.2682                   | $2.2781 \times 10^{-30}$  |
|            | 方差  | 3.5835                   | 2.3697                   | $4.0143 \times 10^{-59}$  |
| Rastrigin  | 最小值 | $3.5763 \times 10^{-11}$ | 9.0328                   | 0                         |
|            | 最大值 | 2.8336                   | 15.1216                  | 0                         |
|            | 均值  | 0.1417                   | 12.1609                  | 0                         |
|            | 方差  | 0.4015                   | 3.9909                   | 0                         |
| Griewank   | 最小值 | 0                        | $2.9814 \times 10^{-7}$  | 0                         |
|            | 最大值 | $1.7542 \times 10^{-14}$ | $1.6786 \times 10^{-6}$  | 0                         |
|            | 均值  | $4.1911 \times 10^{-15}$ | $7.9699 \times 10^{-7}$  | 0                         |
|            | 方差  | $3.2341 \times 10^{-29}$ | $1.3191 \times 10^{-13}$ | 0                         |

由表 2 可得,对于 4 个具有不同特点的基准测试函数,本文中提出的 DE-PSO 算法在收敛速度、收敛精度、全局搜索性能和鲁棒性等方面都优于 PSO、DE 算法,有效避免了 PSO 算法陷入局部最优。由此可发现,该混合算法在处理 Rosenbrock 函数的优化问题上,性能表现得更为优异。因此,将该算法应用于加速度计参数的标定。

#### 4 基于 DE-PSO 算法的加速度计标定

##### 4.1 加速度计标定模型

根据文献[16],加速度计脉冲输出模型为

$$N_a = K_a \cdot f^b + D_a + n_a \quad (10)$$

式中:  $K_a = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}$  为加速度计的脉冲当量矩阵,主对角元素  $K_{11}$ 、 $K_{22}$ 、 $K_{33}$  为加速度计的标度因数,其余 6 个元素为加速度计等效安装误差系数;  $N_a$  为单位时间加速度计输出脉冲数;  $f^b$  为比力矢量在载体系的表示;  $D_a$  为加速度计常值零偏;  $n_a$  为加速度计测量噪声。

根据式(10)表示的加速度计输入、输出关系,可从加速度计脉冲输出得到比力测量结果,即

$$f^b = \begin{bmatrix} f_x^b \\ f_y^b \\ f_z^b \end{bmatrix} = K_a^{-1} \begin{bmatrix} N_{ax} - D_{ax} - n_{ax} \\ N_{ay} - D_{ay} - n_{ay} \\ N_{az} - D_{az} - n_{az} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} K_A N_a - f_0 - \delta_a \end{bmatrix} \quad (11)$$

根据文献[1]所提出的模观测标定原理可得

$$|f^b| = |C_a^T f^b| = |-g| = g \quad (12)$$

式(11)表明,静态条件下,无论惯性测量组合处于什么姿态,加速度的测量模都是已知的(即当地重力加速度值  $g$ )。

将加速度计标定参数模型式(11)代入式(12)可得

$$|f^b| = |K_A N_a - f_0 - \delta_a| = g \quad (13)$$

式(13)两边平方,整理可得

$$g^2 = |f^b|^2 = (K_A N_a - f_0 - \delta_a)^T \cdot (K_A N_a - f_0 - \delta_a) \quad (14)$$

式(14)是单个静态测量位置上,关于加速度计待标定参数的非线性方程,多个静态位置的观测可组成非线性方程组,利用非线性方程组构造目标函数

$$L_a(\theta^a) = \sum_{j=1}^J (g^2 - |(f^b)_j|^2)^2 \quad (15)$$

式中:  $\theta^a = [K_A \quad f_0]$  为待标定参数;  $J$  为标定时静态

测试的位置数。这样,就将非线性方程组的求解问题转化为一个全局最小化问题,通过最小化目标函数即可得到待标定参数。

##### 4.2 加速度计标定结果分析

加速度计待标定参数有 12 个,要完全激励出所有参数必须至少在 12 个不相关的位置进行观测,即  $J=12$ ,本文在仿真中选取 12 个不相关位置进行观测,位置编排如图 1 所示,其中  $x, y, z$  为加速度计的 3 个测量轴。

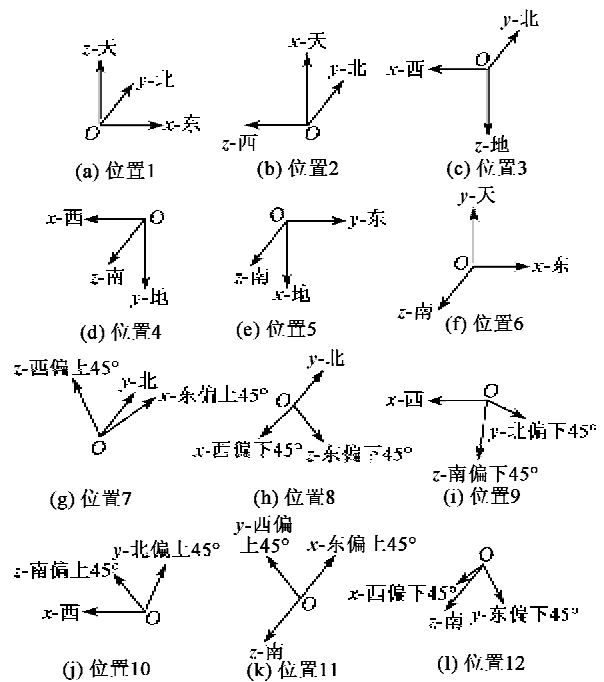


图 1 12 位置标定编排方案

参数设置:在加速度计的标定优化中,PSO、DE、DE-PSO 算法的参数设置除  $F=0.2$  和  $P_c=0.4$  外,其余的与 3.2 节的参数设置一致。标定仿真结果如图 2 和表 3 所示。表 3 中,为避免四舍五入造成的算法性能无法区分,标定结果比真值多取了一位。

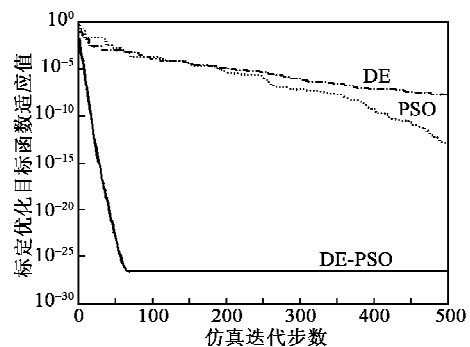


图 2 加速度计标定适应度函数曲线

表3 加速度计的标定结果

| 标定结果          | 真 值      | PSO       | DE        | DE-PSO    |
|---------------|----------|-----------|-----------|-----------|
| $K_{11}/10^5$ | 5.639 2  | 5.639 20  | 5.639 19  | 5.639 20  |
| $K_{12}/10^2$ | -2.357 5 | -2.507 98 | -2.372 06 | -2.332 58 |
| $K_{13}/10^2$ | -6.928 5 | -6.903 80 | -6.996 81 | -6.912 85 |
| $K_{21}/10^2$ | -2.889 5 | -2.740 06 | -2.872 18 | -2.883 57 |
| $K_{22}/10^5$ | 5.669 8  | 5.669 80  | 5.669 79  | 5.669 80  |
| $K_{23}/10^2$ | -2.677 2 | -2.614 77 | -2.477 12 | -2.651 87 |
| $K_{31}/10^2$ | 4.225 8  | 4.200 42  | 4.297 77  | 4.185 83  |
| $K_{32}/10^2$ | -4.478 2 | -4.541 02 | -4.675 50 | -4.481 24 |
| $K_{33}/10^5$ | 5.677 9  | 5.677 90  | 5.677 89  | 5.677 90  |
| $K_{xx}/10^3$ | -3.083 2 | -3.082 82 | -3.082 73 | -3.083 20 |
| $K_{yy}/10^4$ | 1.172 3  | 1.172 21  | 1.172 28  | 1.172 30  |
| $K_{zz}/10^3$ | 6.015 5  | 6.016 54  | 6.015 70  | 6.015 50  |

结合图2和表3可看出,在加速度计参数标定中,DE-PSO算法通过将PSO和DE算法的优势进行互补,在标定收敛速度、收敛精度方面都要优于PSO、DE算法,有效提高了加速度计的标定精度。

## 5 结束语

针对粒子群优化算法在加速度计标定中存在早熟、陷入局部最优的不足,分析了PSO和DE算法各自的特点,提出了一种基于差分进化的混合PSO算法,在混合算法中PSO和DE算法进行双种群信息共享、并行进化,实现了DE与PSO算法的优势互补。为了进一步提高混合算法的优化性能,基于(DE/rand/1)和(DE/best/1)提出了一种新的混合变异算子来平衡DE算法的全局探索和局部开发能力,将Logistic函数的非线性特性引入到PSO算法惯性权重和DE算法加权系数的动态调整中。测试函数仿真结果表明,提出的混合算法在收敛速度、收敛精度、全局搜索性能和鲁棒性等方面都要明显优于PSO、DE算法,尤其在处理Rosenbrock函数的优化问题上表现出了更优异的性能。将提出的混合算法应用于加速度计的标定优化,标定结果表明,混合算法能有效提高加速度计的标定精度。

## 参考文献:

[1] LÖTTTERS J C, SCHIPPER J, VELTINK P H, et al. Procedure for in-use calibration of triaxial accelerometers in medical applications[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 1998, 61(1):221-228.

[2] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C]//Piscataway, New Jersey, Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks,

1995; 1942-1948.

- [3] SHI Y H, EBERHART R C. Empirical study of particle swarm optimization[C]// Piscataway, New Jersey: Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation, IEEE Service Center, 1999;1945-1950.
- [4] 林川,冯全源.一种新的自适应粒子群优化算法[J]. *计算机工程*,2008,34(7):181-183.
- LIN Chuan, FENG Quanyuan. New adaptive particle swarm optimization algorithm [J]. *Computer Engineering*, 2008,34(7): 181-183.
- [5] PARSOPOULOS K E, VRAHATIS M N. UPSO: A unified particle swarm optimization scheme[J]. *Lecture Series on Computer and Computational Sciences*,2004, 1(5):868-873.
- [6] SELVAKUMAR A I, THANUSHKODI K. A new particle swarm optimization solution to nonconvex economic dispatch problems [J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2007, 22(1): 42-51.
- [7] MENDES R, KENNEDY J. Stochastic barycenters and beta distribution for Gaussian particle swarms[C]// Portugal;13th Portuguese Conference on Artificial Intelligence, Lecture Notes in Computer Science, 2007, 4874:259-270.
- [8] SHI X H, LIANG Y C, LEE H P, et al. An improved GA and a novel PSO-GA based hybrid algorithm [J]. *Information Processing Letters*,2005,93:255-261.
- [9] YI D, GE X R. An improved PSO based ANN with simulated annealing technique[J]. *Neural Computing*, 2005,63:527-533.
- [10] MONSON C K, SEPPI K D. The Kalman swarm: a new approach to particle motion in swarm optimization [C]//Seattle: Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, Springer, 2004; 140-150.

(下转第241页)