

基于等式约束卡尔曼的双 MIMU 行人导航方案

李佳璇¹,周广涛¹,刘晓旭¹,关 劲²,程正生³

(1. 哈尔滨工程大学 自动化学院,黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 海军装备部,北京 100036;

3. 中国船舶重工集团第 707 研究所,江西 九江 332000)

摘 要:基于微机电系统(MEMS)的自主式行人导航系统通常安装在步行者的足部,利用零速校正来提高系统的定位精度。针对零速校正航向不精确问题,提出了基于等式约束卡尔曼滤波的双微型惯性测量组合(MIMU)行人导航方案。根据所设计的双 MIMU 系统在物理空间的相对位置关系,构造二阶非线性等式约束方程,并详述了等式约束卡尔曼滤波的解算过程。结合 MEMS 真实试验进行研究,对脚部负载双 MIMU 系统离线数据处理。根据试验结果验证了相比较于单 MIMU 行人导航方案,基于等式约束的双 MIMU 行人导航系统具有更高的定位精度。

关键词:自主行人导航;微机电系统(MEMS);双 MIMU;等式约束;卡尔曼滤波器

中图分类号:TN401;V249.32+2 **文献标识码:**A

Dual MIMU Pedestrian Navigation Scheme Based on Equality Constraint Kalman Filtering

LI Jiaxuan¹, ZHOU Guangtao¹, LIU Xiaoxu¹, GUAN Jin², CHENG Zhengsheng³

(1. College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 2. Equipment Dept. of the Navy, Beijing 100036, China;

3. Chinese Shipbuilding Industry Corporation 707 Institute, Jiujiang 332000, China)

Abstract: Independent pedestrian navigation system which increases the accuracy of positioning through zero velocity updates(ZUPT) based on MEMS technology is usually foot-mounted. A dual miniature inertial measurement unit(MIMU) pedestrian navigation scenario based on equality constraint Kalman filtering is proposed, which focus on solving the problem that the heading can't be precisely estimated during the procedure of ZUPT. Achieve nonlinear second order equality constraint with reference to relative position of two MIMU systems and work of data fusion applying a Kalman filter-type estimator in the presence of such constraint is reviewed. The considered scheme is researched with data in real MEMS experiment of foot-mounted MIMU, then off-line process the data of dual foot-mounted MIMU. According to the test results which is compared to a single MIMU pedestrian navigation scheme, equality constrained dual MIMU pedestrian navigation system has higher positioning accuracy.

Key words: independent pedestrian navigation; MEMS; dual MIMU; equality constraint; Kalman filter-type estimator

0 引言

行人导航系统(PNS)指个体通过负载一定的传感器设备完成定位、测速及测姿等实时定位功能。同时可选择通过携带无线通讯设备将导航信息传输给监控人员,实现协同导航。行人导航应用范围广,从值勤警察、消防官兵、搜救人员等关于国家安全保卫工作的特殊工作人员,以辅助其进行紧急援助、目标追踪等突发事件;到普通市民,在陌生城市或旅游

景区等环境地形复杂的区域,为他们提供自助导航服务,避免人员走失等事故。

基于微机电系统(MEMS)的微型惯性测量装置 MIMU 惯性导航单元具有体积小,价格低,功耗低及易携带等优点,是自主式行人导航的理想器件。作为导航系统的核心部件,MEMS 陀螺仪始终无法达到与现今广泛使用的光学陀螺相媲美的精度,导致了行人导航过程中的定位误差较大。因此,微型

收稿日期:2014-06-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61203225)

作者简介:李佳璇(1989),女,黑龙江人,硕士生,主要从事单兵导航系统及 MEMS 相关技术的研究。E-mail:lijiaxuan@hrbeu.edu.cn.

惯性测量组合(MIMU)多负载在人体足部,利用人体正常行走过程中,足部接触地面的零速,作为观测来修正系统误差,即零速校正^[1-2]。在零速校正过程中,系统水平姿态误差能很好补偿,由于天向陀螺的可观测度较低,导致航向误差较大^[1,3]。

针对此问题,本文提出了基于等式约束卡尔曼滤波的双MIMU行人导航方案。将2个MIMU分为置于足部的脚跟与脚尖,即2个MIMU相对距离为常值,因此可通过物理空间中的位置信息构造约束方程,设计二阶非线性约束卡尔曼滤波器,对两个微惯性单元的信息综合处理。即在子系统执行零速校正的基础上,再进行双MIMU的相互校正,能有效提高航向精度。并通过系统进行试验对比结果验证了该自主式行人导航方案的可行性。

1 基于等式约束的卡尔曼滤波器

离散型卡尔曼滤波器为递推最小方差估计算法。广泛的应用于信号处理、通讯、控制和导航领域,在实际问题处理过程中发挥巨大作用。但使系统的解最优是在数学模型精确建立的基础上。首先MEMS传感器通过哥氏效应来感应角速度与线速度,受机械热噪声影响及随温度发生形变^[4-5]等情况严重,其噪声并非严格的高斯过程。其次当系统状态变量之间存在无法表示在系统模型中的关系时,利用卡尔曼滤波进行估计,效果与理论会有一定偏差。基于等式约束卡尔曼滤波,在普通卡尔曼的基础上加入约束条件,在一定程度上对上述问题有改善。

1.1 经典无约束卡尔曼滤波

经典离散型卡尔曼滤波模型^[6-7]:

$$x_k = Ax_{k-1} + w_{k-1} \tag{1}$$

$$y_k = Hx_k + v_k \tag{2}$$

式中: k 为时间指数; x 为状态向量; w 为系统激励噪声序列; v 为量测噪声序列; A 为 t_{k-1} 时刻至 t_k 时刻的一步转移阵; H 为量测矩阵。

离散型卡尔曼滤波基本方程:

$$\bar{x}_{k/k-1} = A\hat{x}_{k-1} \tag{3}$$

$$\bar{p}_{k/k-1} = A\bar{p}_{k-1}A^T + Q \tag{4}$$

$$\hat{x}_k = \bar{x}_{k/k-1} + K_k(y_k - H\bar{x}_{k/k-1}) \tag{5}$$

$$P_k = (I - K_kH)\bar{p}_{k/k-1} \tag{6}$$

$$K_k = \bar{p}_{k/k-1}H^T(H\bar{p}_{k/k-1}H^T + R)^{-1} \tag{7}$$

普通卡尔曼滤波最优解的求取是通过估计的均

方误差阵达到最小,即目标函数:

$$f(x) = P_k = E[\tilde{x}_k\tilde{x}_k^T] \tag{8}$$

式(8)的极值点为估计值,滤波由给定的初始值 P_0 、 x_0 开始进行计算,依次更新。

1.2 等式约束卡尔曼滤波

在实际问题中,当状态变量间存在由系统模型无法表示的关系时,如果将其忽略,势必造成信息浪费,通常可将这些关系表示为约束方程,再结合卡尔曼对系统进行处理,即为约束卡尔曼滤波,它的最优解严格满足状态变量间存在的约束,因此具有更高的估计精度。

约束卡尔曼的最优解^[8]可表示为

$$\begin{cases} f(x) = \min_{x \in S} (x - \hat{x})^T W (x - \hat{x}) \\ \varphi(x) = 0 \end{cases} \tag{9}$$

式中: $f(x)$ 为目标函数; $\varphi(x)$ 为等式约束方程; W 为正定的投影对称阵,通常设 $W = P_k^{-1}$,此时约束滤波后的误差协方差最小^[9],本文统一取 $W = P_k^{-1}$ 。

在处理约束卡尔曼滤波问题时,可采用投影法,伪观测法等^[8-9],本文采取最常用的投影法,如图1所示。

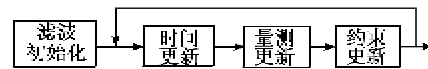


图1 约束滤波流程图

具体为两侧更新后,会对状态变量是否满足约束条件进行判断,若不满足就按照一定法则将其投影至相应的解空间,若满足进入下一循环。而约束更新的过程,可利用求取拉格朗日函数的驻点完成^[10],将条件极值转化为无条件极值,即^[8-9]

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda\varphi(x) \tag{10}$$

驻点可求:

$$\frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial x} = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \tag{12}$$

可看出:

$$\frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow \varphi(x) = 0 \tag{13}$$

即约束方程严格成立。

式(13)是典型的二元方程组,若约束为线性,则可直接求解,通常状态变量间的线性约束^[11]可表示为

$$x: Dx = d \tag{14}$$

式中: \mathbf{D} 为一个已知的 $s \times n$ 的常矩阵; s 为线性无关约束方程的个数, 且秩小于 n ; \mathbf{d} 为 n 维常向量。则约束方程可表示为

$$\varphi(x) = \mathbf{D}x - \mathbf{d} = 0 \quad (15)$$

条件极值拉格朗日函数为

$$L(x, \lambda) = \min_{x \in \mathcal{S}} (x - \hat{x})^T \mathbf{W} (x - \hat{x}) + \lambda (\mathbf{D}x - \mathbf{d}) \quad (16)$$

拉格朗日驻点利用式(11)、(12)可求:

$$\lambda = (\mathbf{D}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{D}^T)^{-1} (\mathbf{D}\hat{x} - \mathbf{d}) \quad (17)$$

$$\mathbf{x} = \hat{x} - \mathbf{W}^{-1}\mathbf{D}^T (\mathbf{D}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{D}^T)^{-1} (\mathbf{D}\hat{x} - \mathbf{d}) \quad (18)$$

2 非线性等式约束卡尔曼滤波

在解决物理空间中的实际问题时, 很多物理过程的数学描述均为非线性。若对方程做线性化处理, 则会导致在远离泰勒展开点处的误差较大^[10], 因此若要获得更高精度, 充分利用约束条件, 采用非线性方法处理滤波过程十分必要。这里参考了文献[10, 12]关于二阶非线性的等式约束方程的求解方法。

本文提出了双 MIMU 行人导航方案, 其中双微惯性单元相对位置固定, 即 MIMU1 与 MIMU2 相对距离 2 范数恒为常值, 因此所涉及的二阶等式约束关于状态变量的展式不存在一阶项, 因此约束方程可表示为

$$\varphi(x) = [\mathbf{x}^T \quad 1] \begin{bmatrix} \mathbf{T} & 0 \\ 0 & C_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{x}^T \mathbf{T}x + C_0 \quad (19)$$

式中: \mathbf{T} 为与状态向量维数相同的方矩阵; C_0 为常数。则可得拉格朗日函数为

$$L(x, \lambda) = (x - \hat{x})^T \mathbf{W} (x - \hat{x}) + \lambda \varphi(x) = (x - \hat{x})^T \mathbf{P}_k^{-1} (x - \hat{x}) + \lambda \mathbf{x}^T \mathbf{T}x + C_0 \quad (20)$$

结合式(11)、(12)、(20), 解得拉格朗日方程驻点为

$$\mathbf{P}_k^{-1} \mathbf{x} + \lambda \mathbf{T}x - \mathbf{P}_k^{-1} \hat{x} = 0 \quad (21)$$

$$\mathbf{x}^T \mathbf{T}x + C_0 = 0 \quad (22)$$

约束方程的非线性导致 λ 求解方程也为非线性, 为计算方便, 利用矩阵分解对整体方程进行化简, 对 \mathbf{P}_k^{-1} 、 \mathbf{T} 进行 Cholesky 分解, $\mathbf{L}\mathbf{G}^{-1}$ 进行奇异值分解:

$$\mathbf{P}_k^{-1} = \mathbf{G}^T \mathbf{G} \quad (23)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{L}^T \mathbf{L} \quad (24)$$

$$\mathbf{L}\mathbf{G}^{-1} = \mathbf{U} \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2, 0, \dots, 0) \mathbf{V}^T \quad (25)$$

式中: \mathbf{L} 、 \mathbf{G} 为正线下三角矩阵; \mathbf{U} 、 \mathbf{V} 为奇异值分解的正交矩阵; σ_i 为第 i 个非零奇异值。

令 $\Delta = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2, 0, \dots, 0)$, 将式(23)~(25) 分别代入式(21)、(23)可得

$$\mathbf{x} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{V} (\lambda \Delta \Delta^T + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{V}^T \mathbf{G}^{-T} (\mathbf{P}_k^{-1} \hat{x}) \quad (26)$$

令

$$\mathbf{p} = [\dots \quad p_i \quad \dots] = \mathbf{V}^T \mathbf{G}^{-T} (\mathbf{P}_k^{-1} \hat{x}) \quad (27)$$

可得

$$\mathbf{x} = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{V} (\lambda \Delta \Delta^T + \mathbf{I})^{-1} \mathbf{p} \quad (28)$$

$$\mathbf{x}^T \mathbf{T}x = \sum \frac{p_i^2 \sigma_i^2}{(1 + \lambda \sigma_i^2)^2} \quad (29)$$

$$\mathbf{x}^T \mathbf{T}x + C_0 = 0 \Rightarrow \sum \frac{p_i^2 \sigma_i^2}{(1 + \lambda \sigma_i^2)^2} + C_0 = 0 \quad (30)$$

设 $g(\lambda) = \mathbf{x}^T \mathbf{T}x + C_0$, 对式(30)求导可得

$$\dot{g}(\lambda) = -2 \sum \frac{p_i^2 \sigma_i^4}{(1 + \lambda \sigma_i^2)^3} \quad (31)$$

λ 为一个收敛的无穷数列, 可用牛顿方法迭代求近似解为

$$\lambda_{k+1} = \lambda_k - \frac{g(\lambda_k)}{\dot{g}(\lambda_k)} \quad (32)$$

从 $\lambda_0 = 0$ 开始, 直到 $|\lambda_{k+1} - \lambda_k| < \tau$ 结束, 则解为 $\lambda = \lambda_{k+1}$, 已知 λ , 代入式(28)即可解出 x 。

此处 τ 的确定由所使用传感器的噪声密度决定, 本文 $\tau = 10^{-4}$ 。

3 双 MIMU 行人导航系统

如图 2 所示, 双 MIMU 行人导航系统中两个微惯性导航系统互相独立, 相对位置固定。

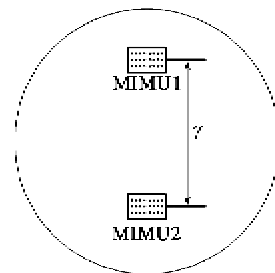


图 2 双 MIMU 结构图

令 $\mathbf{x}_k^{(i)} \in R^{c_i}$, $i = 1, 2$, 作为第 i 个系统在 k 时刻的状态向量, 令前 2 个状态变量代表 MIMU 的水平位置信息, 其中 c_i 为第 i 个系统状态的维数, 则联合导航系统状态向量^[13-14]可表示为

$$\mathbf{x}_k \stackrel{\text{def}}{=} [(\mathbf{x}_k^{(1)})^T \quad (\mathbf{x}_k^{(2)})^T]^T \quad (33)$$

令 $L \stackrel{\text{def}}{=} [\mathbf{I}_2 \quad 0_{2,c_1-2} \quad -\mathbf{I}_2 \quad 0_{2,c_1-2}]$, 其中 $\mathbf{I}_2, 0_{m,n}$ 分别为二阶的单位阵和 $m \times n$ 阶的零矩阵。

当 2 个 MIMU 系统之间距离为常数 γ 时, 则有

$$\|Lx_k\|^2 = \gamma^2, \forall k \quad (34)$$

令 $\hat{x} = [(\hat{x}_k^{(1)})^T \quad (\hat{x}_k^{(2)})^T]^T$ 为滤波估计状态向量。根据投影法, 若 $\|Lx_k\|^2 \neq \gamma^2$ 时, 则需将导航滤波的解投影到子空间

$$\{x \in R^{n+2} : \|Lx_k\|^2 = \gamma^2\} \quad (35)$$

基于上述模型建立的基础, 可构造条件约束方程:

$$L(x, \lambda) \stackrel{\text{def}}{=} f(x) + \lambda \varphi(x) \quad (36)$$

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \min_{x \in R} (\hat{x}_k - x)^T P_k^{-1} (\hat{x}_k - x) \quad (37)$$

$$\varphi(x) \stackrel{\text{def}}{=} \|Lx_k\|^2 - \gamma^2 \quad (38)$$

构造有固定距离的双 MIMU 联合导航系统, γ 随试验者脚长不同, 取值不同, 本文取 $\gamma = 0.25$ m。

4 双 MIMU 实验验证

为验证理论分析的正确性, 拟利用单人负载双 MIMU 系统, 进行导航实验。设计的双 MIMU 系统分别装置在人体足部的脚尖和脚跟。

由于 GPS 定位误差较大, 并不适用为定位时常较短的自主式单兵导航系统提供参考。本文的试验均为行人严格按照参考轨迹走直线, 如此与行走方向垂直方向的位置偏差, 即可近似反应定位方法的准确度。

行人导航解算有两种方法, 一种基于行人航位推算 PDR, 另一种基于传统 SINS, 本文采用基于 SINS 的行人导航解算法。在室内已做好标记的轨迹上选取起点, 设置其导航起始位置坐标为 $O_1(0, 0)$, 航向初始值 $\phi_0 = 0^\circ$ 。横摇与纵摇初始化可利用加速度计对准。即在人体行走开始时 1~2 s 的静止时间对加速度计采样求均值, 由重力投影的大小, 确定 θ_0, γ_0 。

初始化求均值的采样点数 n , 可视采样频率改变。例如传感器的采样频率为 100 Hz, 则可取采样点数 $n = 100$, 若提高采样频率, 采样点数可随之增加。本试验采用的 MIMU 为 XSENS 公司的 MTi-G, 采样频率为 100 Hz。

试验: 用粉笔在地上预先画出一条严格的直线作为参考轨迹, 以提供准确的位置信息。测试人员沿着画好的直线直走一段时间。其中 x 轴为预先

画好的直线方向, 垂直方向为 y 轴, 航向角定义为运动方向与 x 轴夹角, 因此理想运动轨迹为沿 x 轴方向直行。

试验所绘制的位置轨迹如图 3 所示。图 3 中为 2 个 MIMU 采用等式约束卡尔曼滤波前后的运动轨迹对比图。由图可看出, 在运动开始阶段 2 个 MIMU 校正前后的轨迹几乎重合, 但随着时间增加实线, 即带有等式约束卡尔曼滤波的实验轨迹更加贴近真实的运动轨线, 而虚线的轨迹在 y 轴的分量则随时间变大, 即解算所得的垂直位置误差较大。综上所述, 采用基于等式约束卡尔曼滤波的双 MIMU 行人导航方案能提高导航精度。

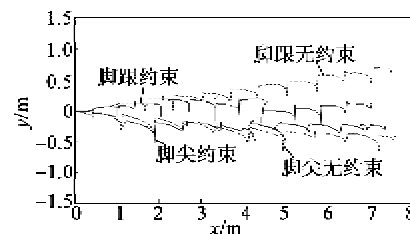


图 3 试验约束前后运动轨迹对比图

5 结束语

本文对基于等式约束卡尔曼滤波的双 MIMU 行人导航方案进行了研究。通过建立双 MIMU 导航系统的数学模型, 利用非线性等式约束卡尔曼滤波方法对两个 MIMU 惯性组件的信息集中融合, 得到了比单 MIMU 导航系统更高的位置、航向精度, 即弥补了零速校正中航向不精确的弊端, 提高了微惯性导航系统的可靠性与可利用性。通过试验 1 与试验 2 的结果表明, 当 2 个子导航系统间的距离为定值, 满足等式约束条件时, 采用等式约束卡尔曼进行信息融合, 可有效限制 MIMU 航向误差随时间的积累, 进而提高系统的定位精度, 实现了短时间内只利用 MIMU 微惯性组件独立进行行人导航的可能性, 避免了冗余信息的浪费。通过实验结果验证了理论分析, 即基于等式约束卡尔曼滤波的双 MIMU 行人导航方案的正确性, 同时也为有固定距离约束的传感器信息融合提供了实例参考。

参考文献:

- [1] RANTAKOKKO J, RYDELL J, STROMBACK P, et al. Accurate and reliable soldier and first responder indoor positioning: multisensor systems and cooperative localization [J]. *Wireless Communications, IEEE*, 2011, 18(2): 10-18.

- [2] SKOG I, HANDEL P, NILSSON J O, et al. Zero-velocity detection-an algorithm evaluation[J]. *Biomedical Engineering*, 2010, 57(11):2657-2666.
- [3] NILSSON J O, SKOG I, HANDEL P. Performance characterisation of foot-mounted ZUPT-aided INSs and other related systems[C]//Stockholm, Sweden: Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 2010 International Conference on, IEEE, 2010:1-7.
- [4] KEMPE V. Inertial MEMS[M]. England: Cambridge University Press, 2011.
- [5] CHEN W C, GAO G W, WANG J, et al. The study of the MEMS gyro zero drift signal based on the adaptive Kalman filter[J]. *Key Engineering Materials*, 2012, 500(1): 635-639.
- [6] 秦永元, 张洪钺, 汪叔华. 卡尔曼滤波与组合导航原理[M]. 西安:西北工业大学出版社, 1998.
- [7] 詹建平, 黄席樾, 沈志熙, 等. 基于均值漂移和卡尔曼滤波的目标跟踪方法[J]. *重庆理工大学学报:自然科学版*, 2010(3):80-84.
ZHAN Jianping, HUANG Xiyue, SHEN Zhixi, et al. Target tracking based on mean-shift and Kalman filter[J]. *Journal of Chongqing University of Technology: Natural Science*, 2010(3):80-84.
- [8] PORRILL J. Optimal combination and constraints for geometrical sensor data[J]. *INT J Robot Res*, 1988, 7(6):946-959.
- [9] SIMON D. Kalman filtering with state constraints; a survey of linear and nonlinear algorithms[J]. *IET Control Theory and Applications*, 2007, 55(6):2774-2784.
- [10] YANG C, BLASCH E. Kalman filtering with nonlinear state constraints[J]. *Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(1):70-84.
- [11] 谢建, 朱建军. 不等式约束卡尔曼滤波的解算及其统计性质[J]. *测绘与空间地理信息*, 2009, 32(2):28-31.
- [12] JULIER S J, LAVIOLA J J. On Kalman filtering with nonlinear equality constraints[J]. *Signal Processing*, 2007, 55(6): 2774-2784.
- [13] BANCROFT J B, LACHAPPELLE G, CANNON M E, et al. Twin IMU-HSGPS integration for pedestrian navigation[J]. *Proceedings of ION GNSS 2008*, 2008: 16-20.
- [14] SKOG I, NILSSON J O, ZACHARIAH D, et al. Fusing the information from two navigation systems using an upper bound on their maximum spatial separation[C]//Stockholm, Sweden: 2012 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation, IPIN 2012-Conference Proceedings, IEEE, 2012: 6418862.
- (上接第 236 页)
- [11] STORN R, PRICE K. Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11:341-359.
- [12] STORN R, PRICE K. Differential evolution for multi-objective optimization [J]. *Evolutionary Computation*, 2003, 4:8-12.
- [13] 王培崇, 钱旭, 王月, 等. 差分进化计算研究综述[J]. *计算机工程与应用*, 2009, 45(28):13-16.
WANG Peichong, QIAN Xu, WANG Yue, et al. Overview of differential evolution algorithm[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(28):13-16.
- [14] 罗金炎. 粒子群优化算法惯性权重的一种动态调整策略[J]. *沈阳化工大学学报*, 2013, 27(4):371-375.
LUO Jinyan. A dynamic adjustment strategy of inertia weight in particle swarm optimization[J]. *Journal of Shenyang University of Chemical Technology*, 2013, 27(4):371-375.
- [15] 易文周. 粒子群与差分进化混合算法研究[D]. 桂林:广西师范大学, 2009.
- [16] 张红良. 陆用高精度激光陀螺捷联惯导系统误差参数估计方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2010.