

文章编号:1004-2474(2015)02-0283-04

# 一维铝-环氧树脂声子晶体的介观压声效应

张 驰<sup>1</sup>,肖亚梅<sup>1</sup>,许丽萍<sup>1</sup>,温廷敦<sup>1,2,3</sup>,李海龙<sup>1</sup>(1. 中北大学 理学院物理系,山西 太原 030051;2. 中北大学 微米纳米技术研究中心,山西 太原 030051;  
3. 中北大学 仪器与动态测试教育部重点实验室,山西 太原 030051)

**摘要:**用传递矩阵法研究了由铝和环氧树脂两种材料构成了二组元一维声子晶体在应力作用下的透射谱特性。通过分析透射谱线的变化发现,在压变量的影响下,声波带隙能可控的出现和消失及平移,特别是会随着压变量的变化而出现带隙的反转,由通带变为禁带。为与体材料中的声弹性效应区别,参照介观压阻和介观压光效应的提法,称这种效应为介观压声效应。研究了在压变量存在下该结构透射谱线与声子晶体周期数的关系。结果表明,单轴应力对声子晶体带隙有明显的影响。这些特性可为新型声学器件的设计提供理论参考。

**关键词:**介观压声效应;声子晶体;传递矩阵;声波带隙;单轴应力

中图分类号:TN804;O48 文献标识码:A

## The Mesoscopic Piezo-phononic Effect of One-dimensional Aluminum-epoxy Resin Phononic Crystals

ZHANG Chi<sup>1</sup>, XIAO Yamei<sup>1</sup>, XU Liping<sup>1</sup>, WEN Tingdun<sup>1,2,3</sup>, LI Hailong<sup>1</sup>(1. Dept. of Physics, North University of China, Taiyuan 030051, China;  
2. The Center of Micro/Nano Technology, North University of China, Taiyuan 030051, China;  
3. MOE Key Lab. of Instrumentation Science and Dynamic Measurement, North University of China, Taiyuan 030051, China)

**Abstract:** The transmission spectrum characteristics in stress effect of (one-dimensional phononic crystal containing aluminum and epoxy resin material have been investigated by transfer matrix method in this paper. Through analyzing the transmission spectral line, a new phenomenon has been found that under the influence of pressure variable, the sonic band gaps can be controlled—appear or disappear, and as the change of pressure the band gap will reverse or translate. This is called mesoscopic piezo-phononic effect differing from the acoustic elastic effect in bulk material. The relationship between the transmission spectrum and numbers of phonon crystal is further studied. The results show that the uniaxial stress has a significant effect on the phonon crystal band gap. These features also provides a theoretical reference for the design and application of new acoustic device.

**Key words:** mesoscopic piezo-phononic effect; phononic crystals; transfer matrix; sonic band gap; uniaxial stress

### 0 引言

近年来,在天然晶体中电子能带理论的启发下,人们深入研究了周期复合材料或结构中经典波传播<sup>[1]</sup>。1992年Sigalas M. M. 和Economou E. N. 在理论上证实球形材料埋入某一基体材料中形成周期性点阵结构具有带隙特性的重要结论。随后,Kushwaha M. S. 等明确提出了声子晶体的概念<sup>[2-4]</sup>。从此研究声子晶体成为新的热点,各国学者陆续对声子晶体进行了大量的研究,均得到较好的效果。弹性波在声子晶体中传播时,受其内部周期

结构的作用,会产生类似于光波在光子晶体中传播的带隙现象,因此,声子晶体可用于控制弹性波的传播<sup>[5-7]</sup>。介观压阻效应<sup>[8]</sup>突破了传统机电转换,如压电、压阻及压容等效应的宏观物理局限。因此,科研工作者根据该理论设计制作出大量的新型功能器件<sup>[9]</sup>。本文在介观压阻效应的思想指导下,构建了铝-环氧树脂二组元20周期的声子晶体,并研究了压变量的存在对声波带隙的影响<sup>[10-12]</sup>。研究发现声波带隙能可控地出现和消失,且会随着压变量的变化而出现带隙反转和带隙

收稿日期:2014-08-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60776062,50730009)

作者简介:张驰(1987-),男,山西大同人,硕士生,主要从事声电信息物理的研究。许丽萍,女,教授,山西省物理学会理事,山西省光学学会理事,中国参与联合国咨询首批专家,主要从事纳米功能材料物理学及应用的研究。E-mail:593586153@qq.com。

的平移。为区别于体材料的相关效应和维持相关研究的系统性,特延续介观压阻和介观压光效应的提法,引申到这种声子晶体的声学现象为介观压声效应,该概念也为声滤波、噪声隔离和减震降噪及新型声学器件的应用提供了理论依据。

## 1 模型建立与理论依据

### 1.1 一维声子晶体模型

构成二组元一维声子晶体的材料为由铝和环氧树脂,两种材料依次交替,呈周期性排列生长,组成的一维声子晶体结构如图1所示。



图1 一维声子晶体结构示意图

$$\begin{cases} M_{11} = \frac{1}{4} \left[ \left( 2 + \frac{Z_A}{Z_B} + \frac{Z_B}{Z_A} \right) e^{i(k_B d_B + k_A d_A)} + \left( 2 - \frac{Z_A}{Z_B} - \frac{Z_B}{Z_A} \right) e^{i(k_B d_B - k_A d_A)} \right] \\ M_{12} = \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{Z_A}{Z_B} - \frac{Z_B}{Z_A} \right) e^{i(k_B d_B + k_A d_A)} + \left( \frac{Z_B}{Z_A} - \frac{Z_A}{Z_B} \right) e^{i(k_B d_B - k_A d_A)} \right] \\ M_{21} = \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{Z_B}{Z_A} - \frac{Z_A}{Z_B} \right) e^{i(k_A d_A - k_B d_B)} + \left( \frac{Z_A}{Z_B} - \frac{Z_B}{Z_A} \right) e^{-i(k_B d_B + k_A d_A)} \right] \\ M_{22} = \frac{1}{4} \left[ \left( 2 - \frac{Z_A}{Z_B} - \frac{Z_B}{Z_A} \right) e^{i(k_A d_A - k_B d_B)} + \left( 2 + \frac{Z_A}{Z_B} + \frac{Z_B}{Z_A} \right) e^{-i(k_B d_B + k_A d_A)} \right] \end{cases} \quad (2)$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (3)$$

经过N个周期后整个声子晶体的传递矩阵T为

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}^N \quad (4)$$

式中: $Z_A, Z_B$ 为介质的声学阻抗, $Z = \rho v$ ; $d$ 为单层介质的厚度; $k_A, k_B$ 分别为A,B两种介质中的弹性波波矢。

透射率为

$$T_r = \left( \frac{T_{11} T_{22} - T_{12} T_{21}}{T_{22}} \right)^2 \quad (5)$$

### 1.3 单轴应力对波速的影响

在轴向应力的作用下,不仅改变了声子晶体每层材料原有厚度,且晶体材料受压发生应变也会改变声波在介质中的传播速度,这就是声弹性法,这种现象与透明材料的光弹性效应相似,可用来进行应力的测量。但这些量在晶体物理学中采用张量表示,计算较复杂。为保证计算结果的物理意义,简化计算过程,由此引入线性应变的概念,在分析一维轴向上相对变化关系时,复杂的张量运算就全部转换为标量运算<sup>[17]</sup>,即

### 1.2 传递矩阵理论

传输矩阵法广泛地应用在一维光子晶体和一维声子晶体中。所有波函数的简谐平面波叠加的形式<sup>[13-14]</sup>为

$$\varphi_i = A_i e^{ik_i x_i} \quad (1)$$

式中: $A_i$ 为振幅; $k_i$ 为传播波矢; $x_i$ 为第*i*层介质的厚度, $i=1,2$ 。

在一维声子晶体的实际应用中,如果弹性波是正入射到声子晶体中,则它不会激发出其他模式,仅以单一的模式,即纵波模式传播。所以本文从弹性波纵波正入射的情况进行研究。平面波从A介质传播到B介质时,两种介质分界面的位移和应力需满足边界条件,即在分界面处连续。那么,一维周期二组元声子晶体单个周期总的传递矩阵<sup>[15-16]</sup>为

$$\rho v_L^2 = \lambda + 2\mu + \frac{\sigma}{3K} \left[ \frac{\lambda + \mu}{\mu} (4\lambda + 10\mu + 4m) + \lambda + 2l \right] \quad (6)$$

一维轴向应力与应变的关系可简化成线性应变为

$$\sigma = E\varepsilon \quad (7)$$

式中: $\sigma$ 为应力; $E$ 为弹性模量; $\varepsilon$ 为应变; $\rho$ 为材料密度; $v_L$ 为纵波速度; $\lambda, \mu$ 为Lame常数; $K = \lambda + 2\mu/3$ 为体积模量; $m, l$ 为Murnaghan三阶弹性常数。

材料厚度变化函数关系为

$$D = d_0(1-\varepsilon) \quad (8)$$

式中 $d_0$ 为材料原来的厚度。

## 2 数据模拟分析

### 2.1 一维声子晶体透射谱

取铝和环氧树脂的初始厚度分别为0.2 m和0.25 m,材料参数如表1所示。在这些参数下,用传递矩阵法得到的透射谱线如图2所示。由图可看出,在0~10 000 Hz的频率范围内,有3个明显的声子带隙,由小到大依次位于2 170~4 830 Hz,5 920~7 230 Hz,8 440~9 530 Hz波段。其声子带隙宽度分别为2 660 Hz,1 310 Hz,1 090 Hz。

表1 材料参数

	$E$ $10^{10}$ Pa	$\mu$ $10^{10}$ Pa	$\lambda$ $10^{10}$ Pa	$K$ $10^{10}$ Pa	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>
铝	7.76	2.87	6.82	8.73	2 730
环氧树脂	0.435	0.159	0.443	0.549	1 180

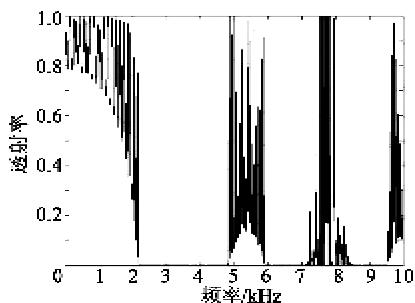


图2 原始透射谱线

## 2.2 透射谱线随压变量的变化

当发生轴向应变时,每层材料厚度和声波在介质中的传播波速遵循式(6)、(8),结合传递矩阵法,得到透射谱线变化关系。经计算发现,20周期结构的铝-环氧树脂二组元声子晶体在7 230~8 440 Hz间的声波透射率受应变影响明显,如图3所示。

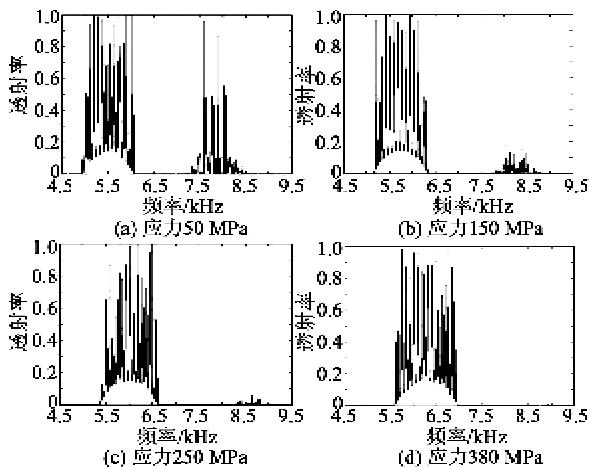


图3 应力不同时透射谱线随频率的变化

在无应力作用时,7 230~8 440 Hz的声波都完全通过。对比图2、3可知,这一波段的透射谱线随着应力的增加而逐渐变小,直至应力达到380 MPa时完全消失,即声子晶体发生了通带反转变成了带隙。且随应力的增加,谱线整体都向频率增大的方向移动,带隙宽度无明显变化。根据以上计算结果,我们发现透射峰受应变的影响很大,我们把这种声波带隙随应力发生剧烈变化的现象称为介观压声效应。这一现象的发现可应用到新的声学器件和声隐形技术等。

## 2.3 透射谱线随周期数的变化

在应力(100 MPa)相同,声子晶体的周期数N从5、10、20、30依次增大时,透射谱线变化关系如图4所示。

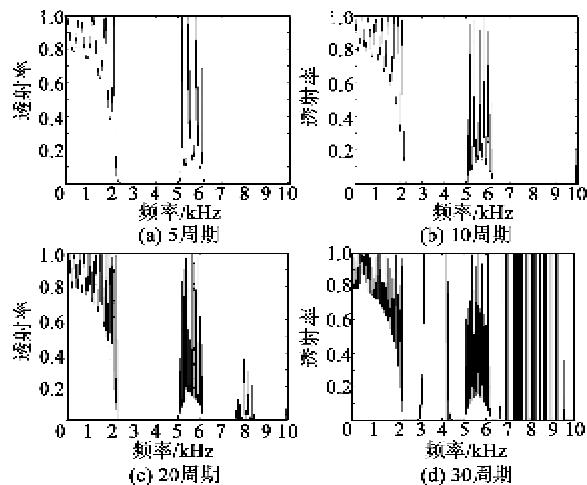


图4 声子晶体周期数不同时透射谱线随频率的变化

当N从5逐渐增加时,透射谱线中的声子带隙的宽度和位置并未发生变化,但在图4(a)、(b)中声子带隙的位置会出现谱线,如图4(c)、(d)所示,这意味着在原来声波不能传播的位置现在可透射过去。由此可知,应力一定的条件下,通过改变声子晶体周期数,不会影响到带隙的位置。这对利用周期性人工结构材料,设计能带结构,实现能带剪裁,调控波的传播的应用有重要的意义<sup>[1-8]</sup>。

## 3 结束语

由铝和环氧树脂组成的一维声子晶体有明显的声波带隙,在压变量作用下,谱线带隙发生变化,即压变量越大,声波带隙越向频率增大的方向移动,且在一定压力作用下,声波通带消失,反转为声波带隙。研究还发现,在相同应力作用下,改变声子晶体周期,原有的声波带隙宽度和位置变化不显著,但在原来声波带隙的位置出现了新的通带,且随着周期数增加,这样的通带越密集。由此可知,通过改变压变量和声子晶体周期,声波带隙能可控的出现和消失。

介观压声效应的引入,使声子晶体等新型功能材料在国防及国民经济的日常生活中有了新的理论参考。如应用在大型机械及车辆发动机的隔音降噪、减振防抖等方面;也有助于推动新的声学器件如声二极管、声学滤波器、声学压力传感器的发展;同时也为在深水高压的环境内目标难被声呐探测到的

声隐形技术提供了理论参考。

### 参考文献:

- [1] 温熙森,温激鸿,郁殿龙,等.声子晶体[M].第一版.北京:国防工业出版社,2009.
- [2] SIGALAS M M, ECONOMOU E N. Elastic and acoustic wave band structure[J]. Journal of Sound and Vibration,1992,158(2):377-382.
- [3] YABLONOVITCH E. Inhibited spontaneous emission in solid-State physics and electronics [J]. Phys Rev Lett,1987,58(20): 2059-2062.
- [4] KUSHWAHAM S, HALEVI P, DOBRZYNSKI L, et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites[J]. Phys Rev Lett,1993,71(13):2022-2025.
- [5] LIU Zhengyou, ZHANG Xixiang, MAO Yiwei, et al. Locally resonant sonic materials[J]. Science,2000,289 (5485):1734-1736.
- [6] 王刚,温激鸿,韩小云,等.二维声子晶体带隙计算中的时域有限差分方法[J].物理学报,2003,52(8): 1943-1947.  
WANG Gang, WEN Jihong, HAN Xiaoyun, et al. Finite difference time domain method for the study of band gap in two-dimensional phononic crystals[J]. Acta Physics Sinica,2003,52(8):1943-1947.
- [7] 刘启能.一维声子晶体的传输特性[J].人工晶体学报,2008,37(1): 179-182.  
LIU Qineng. Transfer characteristic of 1D phononic crystal[J]. Journal of Synthetic Crystals,2008,37(1): 179-182.
- [8] XU Liping, WEN Tingdun, YANG Xiaofeng, et al. Mesopiezoresistive effects in double-barrier resonant tunneling structures[J]. Appl Phys Lett, 2008, 92(4): 043508.
- [9] 张斌珍,李科杰,张文栋,等.一种新型力电耦合超晶格半导体结构研究[J].兵工学报,2007,28(2):178-181.  
ZHANG Binzhen, LI Kejie, ZHANG Wendong, et al. A new electric-mechanical coupled study of superlattice structure in semiconductors[J]. Acta Armamentarii, 2007, 28(2):178 -181.
- [10] 刘启能,刘沁.声子晶体中SH波的全反射隧穿滤波特性[J].压电与声光,2013,35(4):500-504.
- [11] LIU Qineng, LIU Qin. Filter characteristics of total reflection tunnel effect of SH wave in phononic crystal [J]. Piezoelectrics and Acoustooptics, 2013, 35 (4): 500-504.
- [12] 刘启能.一维固液掺杂声子晶体缺陷模的干涉理论[J].压电与声光,2014,36(1):4-7.  
LIU Qineng. Interference theory of the defect mode in 1D solid liquid doped phononic crystal[J]. Piezoelectrics and Acoustooptics, 2014, 36(1):4-7.
- [13] 李乾利,温廷敦,许丽萍,等.单轴应力对一维镜像光子晶体光子局域态透射峰的影响[J].物理学报,2013,62(18): 184212.  
LI Qianli, WEN Tingdun, XU Liping, et al. Effect of uniaxial stress on photon localization of one-dimensional photonic crystal with a mirror symmetry[J]. Acta Physics Sinica,2013,62(18):184212.
- [14] ELEFTHERIADES G V, IYER A K, KREMER P C. Planar negative refractive index media using periodically L-C loaded transmission lines[J]. IEEE Trans Microwave Theory Techn.,2002,50(12):2702-2712.
- [15] CAMLEY R E, DJAFARI-ROUHANI B, DOBRZYNSKI L, et al. Transverse elastic waves in periodically layered infinite and semi-infinite media[J]. Phys Rev B,1983,27(12):7318-7329.
- [16] SIGALAS M M, SOUKOULIS C M. Elastic-wave propagation through disordered and/or absorptive layered systems[J]. Phys Rev B,1995,51(5):2780-2789.
- [17] 武维维.一维声子晶体透射谱的理论研究[D].武汉:华中科技大学,2011.
- [18] 刘飞,吴斌,何存富,等.弹性板中低阶导波模态声弹性效应分析[J].北京工业大学学报,2013,39(6):823-827.  
LIU Fei, WU Bin, HE Cunfu, et al. Analysis of acoustoelastic effect for low-order guided wave modes in elastic plate[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2013, 39(6):823-827.
- [19] JENSEN J S. Phononic band gaps and vibrations in one-and two-dimensional mass-spring structures[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 266(5): 1053-1078.