

文章编号:1004-2474(2015)02-0330-04

# 局域共振型磁流变隔振支座低频完全禁带研究

许振龙<sup>1,2</sup>,吴福根<sup>2</sup>,黄亮国<sup>1</sup>

(1. 广东科学技术职业学院 机械与电子工程学院, 广东 珠海 519090; 2. 广东工业大学 实验教学部, 广东 广州 510006)

**摘要:** 将声子晶体及超材料理论引入磁流变弹性体隔振支座的设计, 构建了局域共振型的隔振支座, 并研究其低频完全禁带及振幅分布。结果表明, 改变共振型超材料单元质量块的形状, 系统不仅在低频处出现共振禁带, 且在稍高处产生多条布喇格散射宽禁带。这将为隔振支座设计提供新的思路。

**关键词:** 声子晶体; 超材料; 磁流变弹性体; 弹性波; 弹性波带隙

中图分类号: TN04; TM27; TB381 文献标识码: A

## Study on Low-Frequency Complete Band Gaps of Local Resonant Magnetorheological Vibration Isolators

XU Zhenlong<sup>1,2</sup>, WU Fugen<sup>2</sup>, HUANG Liangguo<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical and Electronic Engineering, Guangdong Institute of Science and Technology, Zhuhai 519090, China;

2. Dept. of Experiment Education, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** By introducing phononic crystals and metamaterials theory into designing the magnetorheological elastomer vibration isolator, the local resonant isolator was constructed, and the complete band gaps and the amplitude distribution in low frequencies were studied. The results show that, by changing the mass shapes in metamaterial unit, the system exits the resonant band gap in low frequency, and gains multiple large Bragg scattering band gaps in higher frequencies. These will provide new ideas for the design of vibration isolator.

**Key words:** phononic crystal; metamaterial; magnetorheological elastomer; elastic wave; elastic band gap

## 0 引言

近年来, 声子晶体 (PCs)<sup>[1-3]</sup>的研究成为振动控制领域的一个新的亮点。PCs 是具有弹性波或声波禁带的周期性结构的复合材料。PCs 的周期性, 使弹性波或声波传播时发生布喇格散射, 形成无法传播的频率范围称为弹性波禁带, 周期结构的尺度与弹性波的波长处于 1 个数量级。2000 年, Liu 等<sup>[4]</sup>突破布喇格散射机理的限制, 构建出局域共振型的弹性波禁带, 禁带所对应的波长远大于晶格的尺寸, 使 PCs 的元件化成为可能。局域共振型 PCs 的本质是引入谐振单元, 使质量块和基体运动失谐, 系统在谐振频率附近呈现负参数特性。局域共振型 PCs 本质上是某一频段具有等效负密度的超材料。2011 年, Lai 等<sup>[5]</sup>提出一种负的等效质量密度和弹性模量的超材料结构:一定频率时, 4 个质量块形成偶极子共振, 造成负的等效质量密度; 某些频率下, 4 个质量块形成单极子或四极子共振, 呈现出负的弹性模量; 而其他频率可能出现 4 个质量块复合运动形

式, 同时表现出负的等效质量密度和弹性模量。我们发现这种超材料弹性体结构有利于打开低频禁带, 且具有很强的可设计性, 设想将这种结构引入磁流变弹性体(MREs)隔振支座的设计中。

MREs 材料<sup>[6-7]</sup>由磁性颗粒分散在天然橡胶或硅橡胶基体中组成。外加磁场条件下, 磁性颗粒形成链状聚集结构, 表现为线性粘弹性体的动力学特性, 其弹性模量出现可调特性。MREs 集中了磁流变液和弹性体的优点, 响应快, 可逆性好。1995 年, T. Shiga 等<sup>[8]</sup>制备出铁粉和硅橡胶组成的 MREs。Ford 公司 Ginder 等<sup>[9]</sup>对设计出可控刚度汽车轴衬及可调 MREs 吸振器。Davis 等<sup>[10]</sup>通过理论计算发现颗粒的最佳体积比及磁饱和后其剪切模量的相对改变量, 其建立的偶极子模型被广泛采用。Albanese 等<sup>[11]</sup>采用磁硅凝胶作为低频可调谐的吸振器或其状态切换的开关元件。MREs 的吸振机理是通过磁场控制使磁流变弹性元件的共振频率发生偏移, 使其能够追踪减振对象的激励频率进行隔振, 从

收稿日期: 2014-11-04

基金项目: 广东省自然科学基金资助项目(S2012020010885); 广东科学技术职业学院校级重点基金资助项目(XJZD201304)

作者简介: 许振龙(1976-), 男, 福建莆田人, 讲师, 博士, 主要从事声子晶体与光子晶体的研究。E-mail: zhenlongxu1000@163.com。

而在较宽频段内有着良好的减振效果。国内对MREs的研究也正在兴起,李剑锋等<sup>[12]</sup>用704硅橡胶和羰基铁粉颗粒在制备MREs,邓华夏等<sup>[13]</sup>利用磁场控制MREs的固有频率,设计了调频式半主动MREs吸振器,余森等<sup>[14]</sup>研究了MREs机理及相关的缓冲装置。

我们将PCs及超材料理论引入MREs隔振支座的设计中<sup>[15-16]</sup>。本文的设计受Lai等研究启发,构建局域共振型超材料结构的二维磁流变隔振支座。Lai等着重研究超材料的双负特性及固液特性,我们通过改变质量块的对称性,研究其低频完全禁带。文中计算采用有限元方法,结果表明,降低共振型超材料质量块的对称性,在低频处不仅出现共振禁带,且在稍高频率处产生多条宽禁带,此特性将为隔振支座设计提供新的思路。

## 1 模型和方法

图1(a)为局域共振型超材料结构隔振支座示意图。MREs可通过线圈调节控制其弹性模量。超材料结构单元周期排列,行之间采用导磁钢箔,其厚度可忽略,然后和导磁钢板硫化成整体。导磁钢箔、导磁钢板及铁芯上的线圈绕组形成闭合磁回路。图1(b)、(c)中周期晶格常数 $a=0.01\text{ m}$ 。文献[5]中质量块为钢块,基体材料为泡沫,钢块为2:3的长方形。我们设计了圆形质量块和长方形质量块的超材料结构单元。

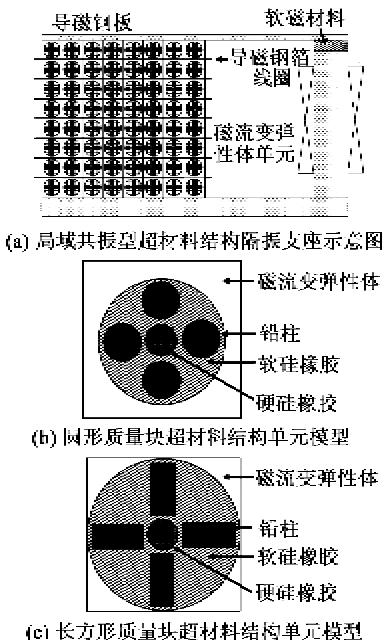


图1 局域共振型超材料结构隔振支座示意图及圆形、长方形质量块超材料结构单元模型

对于二维弹性各向同性介质,波动方程为

$$-\rho\omega^2\mathbf{u}=(\lambda+2\mu)\nabla\nabla\cdot\mathbf{u}-\mu\nabla\times\nabla\times\mathbf{u} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{u}$ 为位移矢量; $\lambda, \mu$ 为拉梅系数; $\rho$ 为介质的质量密度。

本文计算采用有限元法<sup>[15,17]</sup>,它已广泛应用于能带结构计算,在处理复杂结构时具有特殊优势。计算中所采用铅的密度 $\rho_{\text{pb}}=11.35\times10^{10}\text{ N/m}^3$ ,拉梅常数为 $\lambda_{\text{pb}}=3.61\times10^{11}\text{ N/m}^2$ 和 $\mu_{\text{pb}}=8.39\times10^{10}\text{ N/m}^2$ 。软硅橡胶密度为 $\rho_{\text{ss}}=1.3\times10^3\text{ kg/m}^3$ ,拉梅常数 $\lambda_{\text{ss}}=6.0\times10^5\text{ N/m}^2$ 和 $\mu_{\text{ss}}=4.0\times10^4\text{ N/m}^2$ 。硬硅橡胶密度 $\rho_{\text{hs}}=1.415\times10^3\text{ kg/m}^3$ ,拉梅常数 $\lambda_{\text{hs}}=1.27\times10^9\text{ N/m}^2$ 和 $\mu_{\text{hs}}=1.78\times10^6\text{ N/m}^2$ 。

关于MREs,我们采用磁偶极子模型,Fe颗粒密度 $\rho_{\text{re}}=7.89\times10^3\text{ kg/m}^3$ ,橡胶密度 $\rho_r=1.2\times10^3\text{ kg/m}^3$ 。MREs的拉伸性能与剪切性能相似,取其泊松比0.47<sup>[18]</sup>。外磁场对剪切模量的改变<sup>[10,14,19]</sup>为

$$\Delta G=36\phi\mu_i\mu_0\beta^2H^2(R/d)^3\zeta \quad (2)$$

式中: $\phi$ 为在橡胶基体中的Fe颗粒的体积比; $R$ 为颗粒半径; $d$ 为链中的2个颗粒间距; $\mu_0$ 为真空磁导率; $H$ 为外部磁场磁场强度; $\zeta\approx1.202$ ; $\beta\approx1$ ; $\mu_i=1$ 为相对磁导率。假设 $d/R=2.5$ , $\phi=27\%$ ,并采用典型的弹性参数 $G_0=0.4\text{ MPa}$ 。

## 2 计算结果和讨论

### 2.1 圆形质量块

图1(b)中,软硅橡胶的填充半径 $r_1=0.004\text{ m}$ ,硬硅橡胶的填充半径 $r_2=0.001\text{ m}$ ,圆形质量块半径 $r_3=0.024\text{ m}$ 。

图2为圆形质量块超材料系统弹性波能带结构图。

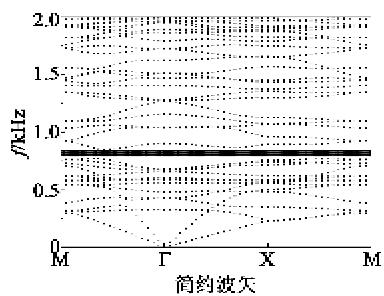


图2 圆形质量块超材料系统弹性波能带结构图

由图2可看出,在1kHz下出现完全带隙,带隙频率范围为738~762 Hz。超材料单元中硅橡胶起到弹簧的作用,铅块充当质量块,MREs作为基体,低频处出现铅块和基体运动失谐而呈现负等效质量

密度,且铅块运动能吸收弹性波传递的能量,从而产生禁带<sup>[4]</sup>。图中其他位置未发现带隙存在,低频处完全带隙是由于局域共振造成的。由此验证了铅柱和MREs材料组成的超材料结构隔振支座,在低频处,存在弹性波共振完全禁带。

我们研究了系统在680 Hz、900 Hz、1 509 Hz、1 860 Hz频率时 $\Gamma$ 点状态的超材料单元振幅分布,如图3所示。点的本征频率分布中,680 Hz和900 Hz分别位于完全带隙的边沿。由图可看出,680 Hz频率时,圆形质量块的振幅最大,但不均匀分布。在900 Hz频率时,圆形质量块的振幅减弱了,但分布均匀,整个结构单元的能量几乎集中在4个质量块。说明带隙738~762 Hz是由共振产生的。另外我们选取了1 509 Hz和1 860 Hz频率,分析单元振幅分布,由图可看出,4个圆形质量块的振幅最小,上、下两个质量块呈自旋态,左、右两个质量块出现偶极极化现象,而基体的振幅较大。我们还进一步分析了其他频率振幅分布,能量围绕4个质量块传播。通过分析,圆形质量块的超材料系统,当频率在质量块的共振范围内,形成禁带,能量集中在4个质量块处,而在其他频率范围内,能量主要在基体中传播,无法形成弹性波带隙。

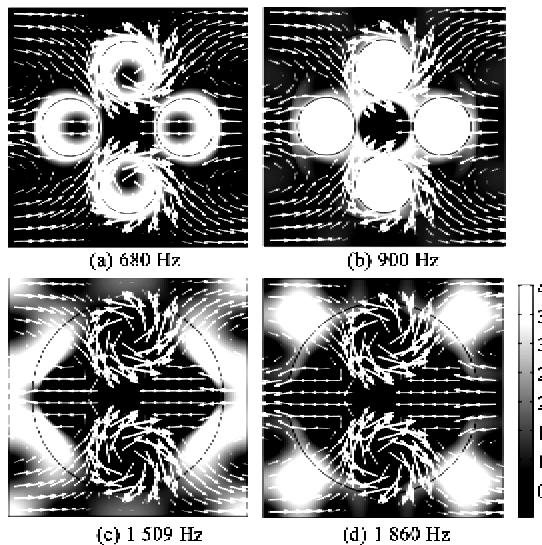


图3 不同频率下 $\Gamma$ 点状态的振幅分布

## 2.2 长方形质量块

图1(c)中,软硅橡胶填充半径为 $r_1=0.005\text{ m}$ ,硬硅橡胶的填充半径 $r_2=0.001\text{ m}$ ,长方形质量块长度分别为 $L_1=0.0012\text{ m}$ 和 $L_2=0.0034\text{ m}$ 。

图4为长方形质量块超材料系统弹性波能带结构图。由图可看出,在1 kHz以下出现一完全带

隙,925~972 Hz时,由于铅块和基体运动失谐而产生禁带,与图2比较,由于铅块质量减小,共振带隙位置上升。在1~2 kHz时,产生了多条宽禁带,这些禁带的产生是由于质量块对称性的降低,高对称点的简并分立及布喇格散射形成的。结果表明,改变质量块的形状,可使系统同时产生共振禁带和布喇格散射禁带。

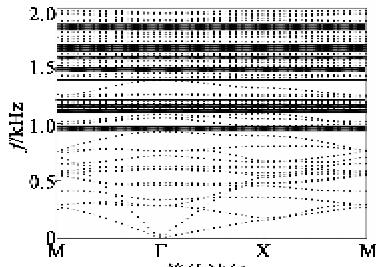


图4 长方形质量块超材料系统弹性波能带结构图

我们研究了系统在925 Hz、1 043 Hz、1 169 Hz、1 602 Hz频率时点状态的超材料单元振幅分布,如图5所示。点的925 Hz和1 043 Hz频率分别位于完全带隙的边沿。由图可看出,长方形质量块处的振幅最大,由于形状原因,质量块的振幅无法均匀分布,但整个单元的能量主要集中在质量块上,造成了与周围基体运动的失谐,形成共振禁带。进一步选取1 169 Hz和1 602 Hz频率,分析其振幅分布可看出,4个长方形质量块的振幅较小,基体的振幅较大,在长方形质量块周围看到能量传播过程的反射和散射,只有极少数通过质量块而获得传播,由于传播过程的反射和散射,形成较高频率范围内的弹性波带隙。

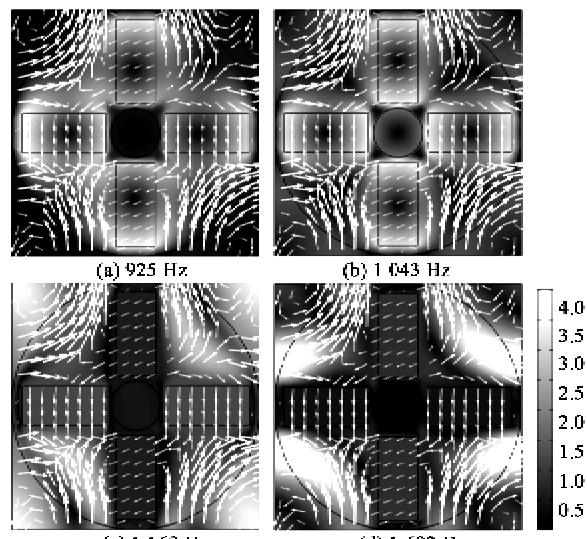


图5 不同频率下 $\Gamma$ 点状态的振幅分布

### 3 结束语

本文研究了超材料结构单元周期排列组成的磁流变隔振支座,采用有限元法研究圆形质量块和长方形质量块的两种系统的弹性波能带结构及振幅分布。结果表明,在圆形质量块系统中,仅有共振型弹性波禁带产生,通过改变质量块的形状,不仅建立了低频完全禁带,且在稍高频率处产生布喇格散射形成的多条宽禁带。

### 参考文献:

- [1] WU F G, LIU Z Y, LIU Y Y. Acoustic band gaps created by rotating square rods in two-dimensional lattice [J]. *Phys Rev E*, 2002, 66: 046628-5.
- [2] 徐超,胡丽芬,董兴成,等.一维声子晶体在防止低频噪声中的应用[J].压电与声光,2010,32(5):859-862.  
XU Chao, HU Lifen, DONG Xingcheng, et al. The application of one-dimensional phononic crystals to preventing low-frequency noise [J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2010, 32(5): 859-862.
- [3] 刘启能.一维固液掺杂声子晶体缺陷模的干涉理论[J].压电与声光,2014,36(1):4-7.  
LIU Qineng. Interference theory of the defect mode in 1D solid-liquid doped phononic crystal [J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2014, 36(1): 4-7.
- [4] LIU Z Y, ZHANG X X, MAO Y W, et al. Locally resonant sonic materials [J]. *Science*, 2000, 289 (5485): 1734-1736.
- [5] LAI Y, WU Y, SHENG P, ZHANG Z Q. Hybrid elastic solids[J]. *Nature Materials*, 2011, 10(8): 620-624.
- [6] 汪建晓,孟光.磁流变弹性体研究进展[J].功能材料,2006,37(5):706-709.  
WANG Jianxiao, MENG Guang. Research advances in magnetorheological elastomers[J]. *Journal of Functional Materials*, 2006, 37(5): 706-709.
- [7] 魏克湘,孟光,游红,等.磁流变弹性体夹层梁的振动响应特性实验研究[J].振动与冲击,2009,28(10): 81-83.  
WEI Kexiang, MENG Guang, YOU Hong, et al. Experimental study on vibration response behavior of a beam with magnetorheological elastomers[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, 28(10): 81-83.
- [8] SHIGA T, OKADA A, KURAUCHI T. Magneto-viscoelastic behavior of composite gels [J]. *J Appl Polym Sci*, 1995, 58: 787-792.
- [9] GINDER J M, NICHOLS M E, ELIE L D, et al. Magnetorheological elastomers: properties and applications [J]. *Proceedings of SPIE*, 1999, 3 (675): 131-138.
- [10] DAVIS L C. Model of magnetorheological elastomers [J]. *J Appl Phys*, 1999, 85(6): 3348-3351.
- [11] LERNER A A, CUNEFAR K A. Performance of MRE-based vibration absorbers[J]. *J Intel Mater Syst Struct*, 2008, 7(6): 613-622.
- [12] 李剑锋,龚兴龙,张先舟,等.硅橡胶基磁流变弹性体的研制[J].功能材料,2006,37(6):1003-1005.  
LI Jianfeng, GONG Xinglong, ZHANG Xiangzhou, et al. Research on magnetorheological elastomer based on silicone rubber [J]. *Journal of Functional Materials*, 2006, 37(6): 1003-1005.
- [13] 邓华夏,龚兴龙,张培强.磁流变弹性体调频吸振器的研制[J].功能材料,2006,37(5):790-792.  
DENG Huaxia, GONG Xinglong, ZHANG Peiqiang. tuned vibration absorber based on magnetorheological elastomer[J]. *Journal of Functional Materials*, 2006, 37(5): 790-792.
- [14] 余森,严小锐,毛林章.一种刚度/阻尼可控的新智能材料—磁流变弹性体[J].材料导报,2007,21(7):103-107.  
YU Miao, YAN Xiaorui, MAO Linzhang. A new smart material with controllable stiffness and damping—magnetorheological elastomer [J]. *Materials Review*, 2007, 21(7): 103-107.
- [15] XU Zhenlong, WU Fugen. Elastic band gaps of magnetorheological elastomer vibration isolators[J/OL]. <http://jim.sagepub.com/content/early/2014/05/16/1045389X14535014>, 2014-05-18.
- [16] 许振龙,吴福根,黄亮国.二维声子晶体理论在磁流变隔振支座中的应用[J].人工晶体学报,2014, 43(7): 1862-1866.  
XU Zhenlong, WU Fugen, HUANG Liangguo. The Application of the two-dimensional phononic crystals theory in magnetorheological vibration isolators [J]. *Journal of Synthetic Crystals*, 2014, 43(7): 1862-1866.
- [17] 李建宝,汪越胜,张传增.二维声子晶体微腔能带结构的有限元分析与设计[J].人工晶体学报,2010,39(3): 649-655.  
LI Jianbao, WANG Yuesheng, ZHANG Chuanzeng. Finite element analysis and design of band structures for two-dimensional phononic crystals microcavity [J]. *Journal of Synthetic Crystals*, 2010, 39(3): 649-655.
- [18] BELLAN C, BOSSIS G. Field dependence of viscoelastic properties of mr elastomers[J]. *Int J Mod Phys B*, 2002, 16(17/18): 2447-2453.
- [19] 党辉,朱应顺,龚兴龙,等.基于分布链修正的磁流变弹性体的物理模型[J].化学物理学报,2005,18(6): 971-975.  
DANG Hui, ZHU Yingshun, GONG Xinglong, et al. Revised model of the magnetorheological elastomer based on distributed chains [J]. *Chinese Journal of Chemical Physics*, 2005, 18(6): 971-975.