

四频差动激光陀螺随机误差建模与滤波研究

杨鸿波¹, 臧 强¹, 高晶敏¹, 关 新², 陈守磊²

(1. 北京信息科技大学 电子信息与控制实验教学中心, 北京 100101; 2. 北京控制工程研究所, 北京 100190)

摘 要: 根据四频差动激光陀螺随机误差的特性, 对实验采集的某型四频差动激光陀螺的静态输出数据, 使用 p 阶自回归 q 阶滑动平均模型 ($ARMA(p, q)$) 进行分析, 并采用 BIC 准则确定模型的阶数。基于建立的 $ARMA(p, q)$ 模型, 使用卡尔曼滤波对四频差动激光陀螺的静态输出数据进行滤波处理, 检验结果表明, 该方法能明显减小四频差动激光陀螺的随机误差。

关键词: 四频差动激光陀螺; 随机误差; BIC 准则; 卡尔曼滤波; Allan 方差

中图分类号: TN911.73; TM930; V241.5 **文献标识码:** A

Study on Modeling and Filtering of Four-mode Differential Laser Gyro Random Error

YANG Hongbo¹, ZANG Qiang¹, GAO Jingmin¹, GUAN Xin², CHEN Shoulei²

(1. Experimental Teaching Demonstration Center of Electronic Information and Control, Beijing Information Science & Technology University, Beijing 100101, China; 2. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China)

Abstract: According to the characteristics of the four-mode differential laser gyro random error, for the experimental collection of a type of four-mode differential laser gyro static output data, using p order Auto-Regressive and q order Moving Average ($ARMA(p, q)$) model to analyze the testing data. Based on the establishment of $ARMA(p, q)$ model, the four-mode differential laser gyro static output data were filtered by using Kalman filter. Test results show that this method can significantly reduce the random error of four-mode differential laser gyro.

Key words: four-mode differential laser gyro; random error; BIC criterion; Kalman filter; Allan variance

0 引言

激光陀螺自 20 世纪 70 年代出现以来, 已广泛应用于航空航天各个领域^[1-2]。四频差动激光陀螺是我国近几年研制成功的新型激光陀螺, 它具有测量卫星姿态抖动频带宽, 测量精度高, 无机械噪声影响等优点, 使其在导航与制导领域有重要的应用价值^[1-3]。在激光陀螺的误差中, 随机误差是主要误差之一, 而四频差动激光陀螺的随机误差建模与分析, 对提高该型陀螺的精度有重要的意义。

基于时间序列分析的自回归滑动平均模型, 即 $ARMA(p, q)$ 模型, 可用来对激光陀螺随机误差进行分析^[4-5], 而四频差动激光陀螺也属于激光陀螺的一种。本文利用 $ARMA(p, q)$ 模型, 对四频差动激光陀螺的随机误差进行建模分析, 采用 BIC 准则进行模型阶数的确定, 并使用建模得到的模型数据对

该陀螺的随机误差数据进行卡尔曼滤波。通过对比滤波前、后的 Allan 方差主要的 5 项误差系数, 验证了该方法对提高四频差动激光陀螺输出数据精度的有效性。

1 Allan 方差

1966 年, David Allan 提出了 Allan 方差, 其特点是能在时域上分析随机误差源的各种特性。最初它被用于振荡器某些性能的分析, 由于陀螺也拥有振荡器的某些特征, 因此该方法被用于分析光学陀螺的性能, 并得到 IEEE 的公认^[6]。

利用陀螺随机误差的 Allan 方差与功率谱密度的定量关系可得到陀螺随机误差中的各种误差的噪声特性。通常用 Allan 方差法进行分析时, 陀螺的随机误差主要有量化噪声、角度随机游走、零偏不稳定性、速率随机游走、速率斜坡^[7-8]。

收稿日期: 2015-03-24

基金项目: 北京市属高等学校高层次人才引进与培养计划项目的青年拔尖人才培养计划基金资助项目 (IT&TCD201304115)

作者简介: 杨鸿波 (1977-), 男, 河北定州人, 副教授, 博士, 主要从事信号处理的研究。E-mail: anonbo@163.com。

假设各噪声源统计相互独立,则 Allan 方差式为

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{3Q^2}{\tau^2} + \frac{N^2}{\tau} + \left(\frac{B}{0.6648}\right)^2 + \frac{K^2\tau}{3} + \frac{R^2\tau^2}{2} \quad (1)$$

式中: τ 为积分时间; Q 为量化噪声系数; N 为角度随机游走系数; B 为零偏不稳定性系数; K 为速率随机游走系数; R 为速率斜坡系数。

对式(1)中各分项的值开根号可得到 Allan 标准差为

$$\sigma_A(\tau) = \sqrt{3} \frac{Q}{\tau} + \frac{N}{\sqrt{\tau}} + \frac{B}{0.6648} + K \sqrt{\frac{\tau}{3}} + \frac{R\tau}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

2 AIC 准则与 BIC 准则

ARMA(p, q)模型常用的定阶方法有动态数据系统(DDS)法、Box-Jenkins 法、AIC 准则定阶法、BIC 准则定阶法等,而 AIC 与 BIC 准则定阶法因简单、方便而被经常使用^[9]。

1974 年, Akaike 提出了 AIC 准则,主要是通过式(1)所示的各种 ARMA(p, q)模型阶次下的 AIC 的值,确定模型最适合的阶数^[9]。

$$AIC(p, q) = \ln[\hat{\sigma}^2(p, q)] + \frac{2(p+q)}{N} \quad (3)$$

式中: p, q 为 ARMA(p, q)模型的阶数; $\hat{\sigma}^2(p, q)$ 为模型估计残差方差的值。

实际应用中,由于 AIC 准则确定的 ARMA(p, q)的模型阶数偏高,因此,在统计的测量数据数量较大时, Akaike 又提出了 BIC 准则^[9],其准则函数为

表 1 四频差动激光陀螺随机误差各模型参数及 BIC 的值

估计参数	模型类型				
	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)	ARMA(1,1)	AR(1)	AR(2)
φ_1	0.745 1	0.379 1	0.154 8	0.084 46	0.083 03
φ_2	-0.038 94	-0.179 70			0.016 89
θ_1	-0.662 40	-0.167 80	-0.072 84		
θ_2		0.209 20			
BIC 值	-5.383 7	-5.401 0	-5.689 1	-5.701 9	-5.709 7

由表 1 可知,由于 ARMA(2,1)模型的 BIC 准则函数的值最接近 0,因此最合适的模型为 ARMA(2,1),因此建立的模型为

$$x_t = 0.7451x_{t-1} - 0.03894x_{t-2} + a_t + 0.6624a_{t-1} \quad (6)$$

4 卡尔曼滤波模型的建立与滤波结果分析

卡尔曼滤波作为一种时域滤波理论,在工程实践中得到了广泛的应用。本文用卡尔曼滤波对测量

$$BIC(p, q) = \ln[\hat{\sigma}^2(p, q)] + \frac{(p+q)\ln N}{N} \quad (4)$$

ARMA(p, q)模型的残差^[5,9]:

$$a_t = x_t - \varphi_1 x_{t-1} - \cdots - \varphi_p x_{t-p} + \theta_1 a_{t-1} + \cdots + \theta_q a_{t-q} \quad (5)$$

式中:序列 $\{a_t\}$ 为残差序列,且为服从 $(0, \sigma_a^2)$ 分布的白噪声序列; x_t 为平稳、零均值的时间序列 $\{x_t\}$ ($t=1, 2, \dots, m$)在 t 时刻的数据; φ_i ($i=1, \dots, p$)为自回归参数; θ_j ($j=1, \dots, q$)为滑动平均参数。

在运用 AIC 准则或 BIC 准则确定 ARMA(p, q)模型阶次时,利用式(1)、(2)计算两者的准则函数的值,计算得到的值越接近 0,代表所用的 ARMA(p, q)模型阶数越合适。

鉴于 BIC 准则确定模型的优势,本文采用 BIC 准则进行 ARMA(p, q)模型阶数的确定。

3 ARMA(p, q)模型阶数的确定

建模分析所用的原始数据为某型四频差动激光陀螺在静止状态下采样数据,采样间隔为 1 s,采集时间为 50 min,数据数量满足运用 BIC 准则法要求。

在运用 BIC 准则前,首先对测量数据进行零均值化处理和平稳性检验^[5,10],然后选取如表 1 所示的几种常见的模型阶数,再采用最小二乘法拟合出 ARMA(p, q)模型的参数值,建立的模型及各模型 BIC 准则的值如表 1 所示。

得到的、且经过零均值化处理的四频差动激光陀螺随机误差滤波。

定义本模型的离散系统的状态方程与测量方程为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_k = \mathbf{A}\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{W}_k \\ \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}\mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad (7)$$

由 ARMA(2,1)建立的模型可知,系统的状态 $\mathbf{X}_k = [x_k \ x_{k-1}]^T$,系统噪声 $\mathbf{W}_k = [a_k \ a_{k-1}]^T$,状态

转移矩阵 $A = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, 系统噪声系数矩阵 $B = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, V_k 为测量噪声。系统噪声 W_k 与 V_k 的均值为 0, 且相互独立。各自的自相关函数为

$$\varphi_{ww} = \bar{Q} \delta_{kj} \quad (8)$$

$$\varphi_{vv} = \bar{R} \delta_{kj} \quad (9)$$

式中: $\bar{R}$ 取 ARMA(2,1) 估计误差的方差; $\bar{Q}$ 是分布为 $(0, \sigma_a^2)$ 的白噪声的方差。

卡尔曼滤波递推过程为

$$\begin{cases} X_{k,k-1} = AX_{k-1} \\ P_{k,k-1} = AP_{k-1}A^T + B\bar{Q}B^T \\ X_k = X_{k,k-1} + K(Z_k - HX_{k,k-1}) \\ K_k = P_{k,k-1}H^T(H P_{k,k-1}H^T + \bar{R})^{-1} \\ P_k = (I - K_kH)P_{k,k-1} \end{cases} \quad (10)$$

式中: K_k 为滤波增益; $P_{k,k-1}$ 为一步预测均方误差;

P_k 为估计均方误差, 其中 $P_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。

使用建立的卡尔曼滤波模型对实验得到的测量数据进行卡尔曼滤波。图 1 为零均值化处理后的采样数据, 图 2 为滤波后的数据图。

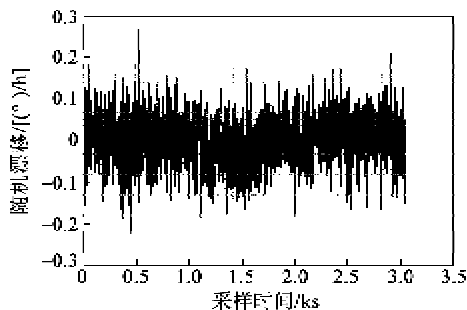


图 1 零均值化处理后的采样数据

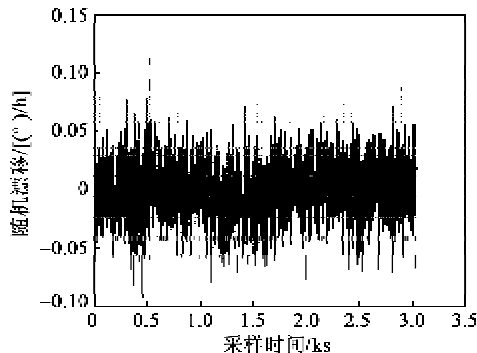


图 2 滤波输出数据

对滤波前、后的数据进行 Allan 方差分析, 得到中滤波前、后的 Allan 方差主要误差项系数的值如表 2 所示。图 3 为对滤波后的输出数据进行 Allan

标准差分析的曲线。图中, Allan 方差曲线由最小二乘法拟合得到的, 拟合曲线由式(2)计算得到。

表 2 滤波前后的 Allan 分析数据

名称	$Q/\mu\text{rad}$	$N/[(^\circ)/\text{h}^{1/2}]$	$B/[(^\circ)/\text{h}]$
滤波前	0.125 100	0.001 530	0.009 510
滤波后	0.040 680	0.000 513	0.004 073
名称	$K/[(^\circ)/\text{h}^{3/2}]$	$R/[(^\circ)/\text{h}^2]$	
滤波前	0.038 360	0.095 280	
滤波后	0.021 060	0.041 690	

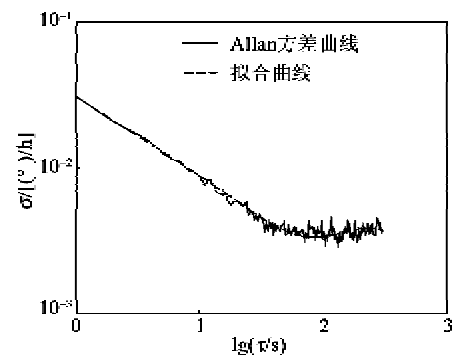


图 3 滤波输出数据 Allan 标准差分析的曲线

由表 2 可知, 建模并经过卡尔曼滤波后, Allan 方差主要的 5 项参数均明显减小, 从而说明了滤波后能提高四频差动激光陀螺的输出数据的精度。

5 结束语

使用 BIC 准则确定 ARMA(p, q) 模型阶数, 并在此基础上建立了实时的卡尔曼滤波器, 对测量得到的某型四频差动激光陀螺静态输出数据进行滤波, 进一步对比滤波前、后的 Allan 方差主要的 5 项参数, 表明该方法能有效降低该型四频差动激光陀螺的随机误差, 提高了四频差动激光陀螺的测量精度, 也证明了 ARMA(2,1) 模型的选取是适用的。

参考文献:

- [1] 汪之国. 异面腔四频差动激光陀螺的零偏特性与电子系统设计[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010.
- [2] 杨建强. 四频差动激光陀螺相关技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2010.
- [3] 贺海鸥, 赵忠, 邵玉梅等. 激光陀螺温度误差的多因素 BP 网络模型[J]. 压电与声光, 2007, 29(2): 222-223.
HE Haiou, ZHAO Zhong, SHAO Yumei, et al. Multi factors modeling on temperature error of laser gyro using BP network[J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2007, 29(2): 222-223.
- [4] 侯青剑, 缪栋, 彭云辉. 激光陀螺随机误差建模方法研究[J]. 电光与控制, 2006, 13(3): 78-80.

(下转第 564 页)