

# 串联死区算子的压电微夹钳 PI 迟滞模型

郑军辉<sup>1,2</sup>, 崔玉国<sup>1,2</sup>, 蔡成波<sup>1,2</sup>, 薛 飞<sup>1,2</sup>

(1. 宁波大学 机械工程与力学学院,浙江 宁波 315211;2. 浙江省零件轧制成型技术研究重点实验室,浙江 宁波 315211)

**摘要:**针对 Prandtl-Ishlinskii(PI)模型要求被描述对象的初载曲线为凸函数,且模型与其逆模型都应关于算子中心对称的不足,通过引入死区算子对 PI 模型进行改进,以使其更好地描述具有非凸、非奇对称的压电陶瓷材料的迟滞特性。基于实测的压电微夹钳初载曲线,采用等分阈值方式,并通过使改进 PI 模型与实测初载曲线间的误差函数为最小,辨识出改进 PI 模型的参数,建立了压电微夹钳的迟滞模型。实验结果表明,在微夹钳 15.2 μm 的最大位移范围内,模型误差的变化范围为 -0.310~0.156 μm,所建模型能很好地描述压电微夹钳的迟滞特性。

**关键词:**压电微夹钳;迟滞模型;Prandtl-Ishlinskii(PI)模型;死区算子

中图分类号:TN39 文献标识码:Α

## Research on PI Hysteresis Model with Dead-zero Operator of Piezoelectric Micro-gripper

ZHENG Junhui<sup>1,2</sup>, CUI Yuguo<sup>1,2</sup>, CAI Chengbo<sup>1,2</sup>, XUE Fei<sup>1,2</sup>

(1. The Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China;

2. Zhejiang Provincial Key Lab. of Part Rolling Technology, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

**Abstract:** Prandtl-Ishlinskii(PI) model requires that an initial loading curve of described object is convex function. At the same time, the requirements of PI model and its inverse model are symmetric about operator center. To overcome this shortage, PI model is improved by connecting dead-zero operator. The proposed model can well describe the piezoelectric ceramic material hysteresis curve with non-convex, non odd symmetric characteristic. Based on the measured initial loading curve of the piezoelectric micro-gripper, using a method of equal division threshold and minimizing the error function between improved PI model and the initial loading curve, the parameters of the proposed PI model are identified. Then the hysteresis model of the micro-gripper is established. Experimental results indicate that in the maximum displacement range of 15.2 μm, the error range of the model is -0.310~0.156 μm. The proposed model can well describe the hysteresis characteristic of the micro-gripper.

**Key words:** piezoelectric micro-gripper; hysteresis model; PI model; dead-zero operator

## 0 引言

随着微纳米定位技术的兴起和发展,微机电系统、超精密加工和生物工程等领域的研究对象也朝着微细化方向发展。微夹钳作为微装配与微操作过程中的末端执行器,很大程度上决定了微装配与微操作的效果<sup>[1]</sup>。压电微夹钳不仅结构紧凑,响应速度快,成本低,且位移精度高,可重复性好,结构刚度大,可微型化,在微机电系统、超精密加工和生物工程等领域,获得了更广泛的应用<sup>[2]</sup>。

由于压电陶瓷材料在较高的电场作用下会产生较大的迟滞非线性<sup>[3]</sup>,从而使压电微夹钳的钳指位移产生迟滞误差,这就需要建立压电微夹钳的迟滞模型,进而采用相应的控制方法来提高其定位精度。描述压电陶瓷材料迟滞非线性的模型有 Preisach 模型<sup>[4]</sup>、Prandtl-Ishlinskii(PI)模型<sup>[5]</sup>、广义 Maxwell 滑动模型<sup>[6]</sup>、Dahl 模型<sup>[7]</sup>、Douc-Wen 模型<sup>[8]</sup>等。而 PI 模型具有表达式简单,参数少,易于得到具有解析形式的逆模型等优点,从而被广泛应用。

收稿日期:2015-09-19

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51175271),教育部留学回国人员科研启动基金资助项目,浙江省高等学校中青年学科带头人学术攀登基金资助项目(No. Pd2013091)

作者简介:郑军辉(1989-),男,河南临颍人,硕士生,主要从事微/纳米定位技术研究。崔玉国(1971-),男,教授,博士生导师,主要从事微/纳米定位技术、精密测量技术研究。

本文首先采用压电双晶片结构来设计微夹钳,进而通过串联死区算子,对PI模型进行改进,以使所建模型更好地描述具有非凸、非奇对称的压电陶瓷材料的迟滞非线性。

## 1 微夹钳结构设计及工作原理

图1为微夹钳,它采用压电双晶片结构形式,即在每个钳指基板的两侧粘贴压电陶瓷晶片;压电陶瓷晶片材料为PZT5,尺寸为 $17.5\text{ mm} \times 2\text{ mm} \times 0.2\text{ mm}$ ;基板的材料为黄铜,厚为 $0.15\text{ mm}$ ,它同时用作地电极,基板尖端设计成细长形,便于夹持微零件,一钳指基板末端突出 $5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$ 正方形部分(微夹钳中有两个钳指,其中一个钳指的基板末端有 $5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$ 正方形部分,另一个没有),用作电涡流位移传感器的测量面;两钳指通过夹板保证初始间隙,夹板末端圆孔处焊接电极线,它同时用作驱动电极。微夹钳通过压板封闭、固定,压板所用材料为聚四氟乙烯。整个微夹钳的结构尺寸为 $35\text{ mm} \times 25\text{ mm} \times 20\text{ mm}$ 。

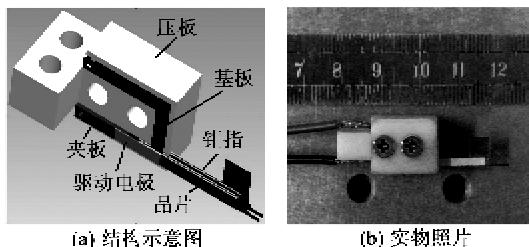


图1 微夹钳

图2为微夹钳工作原理图。由图可知,给钳指施加驱动电压,当作用于上侧晶片的电场E方向与晶片电极化强度P方向相反时,晶片伸长;作用于下侧晶片的E方向与P方向相同时,晶片缩短,于是使整个钳指向下偏转。另一个钳指极化方向与图2钳指极化方向相反,当施加相同电压时,便向上偏转,从而实现夹持操作。

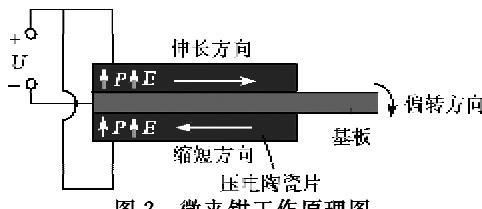


图2 微夹钳工作原理图

## 2 微夹钳迟滞建模

鉴于PI模型表达式较简单,参数少,便于得到具有解析形式的逆模型,因此本文采用PI模型并在对其改进的基础上来建立微夹钳的迟滞模型。

### 2.1 PI模型描述

PI模型采用Backlash算子(见图3)作为基本迟滞单元 $H_r$ ,对这些不同阈值的迟滞算子进行加权并加在一起,当算子个数达到一定数量时,就可描述压电陶瓷的迟滞非线性特性。图中, $w_H$ 为权重, $r_H$ 为阈值。

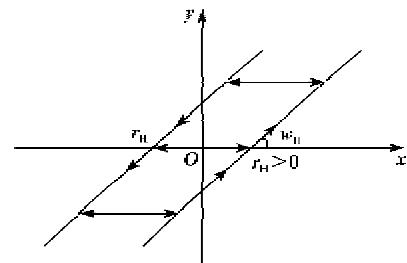


图3  $w_H, r_H$  的 Backlash 算子

Backlash算子的数学表达式为

$$y = \begin{cases} w_H(x - r_H) & x - \frac{y}{w_H} = r_H \\ c & -r_H < x - \frac{y}{w_H} < r_H \\ w_E(x + r_H) & x - \frac{y}{w_E} = -r_H \end{cases} \quad (1)$$

为方便表达,Backlash算子可用递归形式来描述 $\mathbb{R}^+$ ,即

$$y(t) = H_r[x_0, y_0](t) = \max\{x(t) - r_E, \min[x(t) + r_E, y(t-T)]\} \quad (2)$$

式中: $y$ 为迟滞算子的输出; $y_0$ 为输出的初始值,通常为0; $x$ 为迟滞算子的输入; $T$ 为采样周期。

式(2)的初始条件为

$$y(t_0) = H_r[x, y_0](t) = \max\{x(t_0) - r_H, \min[x(t_0) + r_H, y_0]\} \quad (3)$$

式中 $x(t_0)=x(0)$ 、 $y_0$ 分别为输入和输出信号的初始值,通常取0。

被描述对象的迟滞模型可用有限个不同阈值、不同权值的Backlash算子 $H_r$ 线性叠加而成,即

$$\begin{aligned} y(t) &= w_H^\top \cdot H_r[x, y_0](t) = \sum_{i=0}^n H_r^i[x(t), \\ &y^i(0)] = \sum_{i=0}^n w_i \max\{x(t) - r_E^i, \\ &\min[x(t) + r_H^i, y^i(t-T)]\} \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $w_H^\top = [w_{H0}, w_{H1}, \dots, w_{Hn}]$ 为加权向量( $\top$ 为转置符号); $r_H^\top = [r_{H0}, r_{H1}, \dots, r_{Hn}]$ 为阈值向量,且满足 $0 < r_{H0} < r_{H1} \dots < r_{Hn}$ ; $y_0 = [y_{00}, y_{01}, \dots, y_{0n}]$ 为初值。

当式(4)中的  $r_{\text{II}}^i, w_{\text{II}}^i$  (上角  $i$  为迟滞算子数)确定后,便可得到被描述对象的 PI 迟滞模型。而  $r_{\text{H}}^i, w_{\text{H}}^i$  可通过被描述对象的初载曲线(压电微夹钳是驱动电压从 0 施加到压电陶瓷晶片所能承受的最高值的实测升程曲线)辨识出来。其基本思想如图 4 所示,将被描述对象的初载曲线通过适当数量的阈值  $r$  进行分割,将分隔的各段用线性函数表示,即

$$\varphi(r_{\text{H}}) = \sum_{j=0}^i w_{\text{H}j}(r_{\text{H}} - r_{\text{H}j}) \quad (5)$$

式中  $r_{\text{H}i} \leq r_{\text{H}} \leq r_{\text{H}i+1}; i=0,1,2, \dots, n$ 。

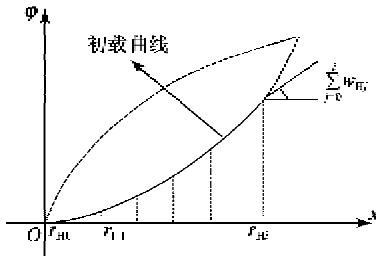


图 4 初载曲线示意图

初载曲线的斜率随着各段阈值的变化而变化,斜率值为

$$\frac{d}{dr_{\text{H}}} \varphi(r_{\text{H}}) = \sum_{j=0}^i w_{\text{H}j} \quad (6)$$

## 2.2 PI 模型改进

PI 模型在满足一定的不等式约束条件时,要求被描述对象的初载曲线为凸函数,且模型与逆模型的迟滞环都应关于算子中心对称,而由实验测得的压电微夹钳的迟滞环却不是奇对称的,甚至不一定是凸函数,这就使 PI 模型的精度在一定程度上有所降低,从而影响了模型的应用。为此,对 PI 模型进行改进,给其串连上一种具有非凸、非奇对称特性的算子,即死区算子<sup>[10]</sup>,如图 5 所示,使改进后的模型也具有非凸、非奇对称等新的特性。

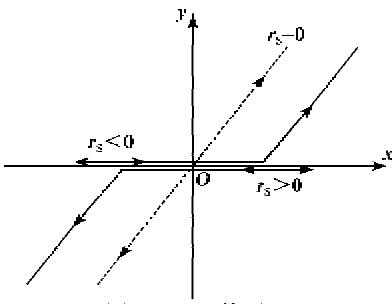


图 5 死区算子

考虑到所用压电微夹钳的位移为正值,迟滞曲线在第一象限,因此这里采用单边死区算子,其表达式为

$$S_r[x](t) = \begin{cases} \max\{x(t) - r_s, 0\} & r_s > 0 \\ x(t) & r_s = 0 \end{cases} \quad (7)$$

与 PI 迟滞模型类似,不同阈值、不同权值的单边死区算子的叠加为

$$y(t) = w_s^T \cdot S_r[x](t) \quad (8)$$

式中:  $w_s^T = [w_{s0}, w_{s1}, \dots, w_{sm}]$  为权值向量;  $r_s^T = [r_{s0}, r_{s1}, \dots, r_{sm}]$  为阈值向量,并有  $0 < r_{s0} < r_{s1} < \dots < r_{sm}$ ;  $S_r[x](t) = [S_{r0}[x](t), S_{r1}[x](t), \dots, S_{rm}[x](t)]^T$  为死区算子向量。

将 PI 模型迟滞算子  $H_r$  与单边死区算子  $S_r$  组合在一起,改进后的 PI 模型为

$$\Gamma_r[x](t) = w_s^T \cdot S_r(w_H^T \cdot H_{r_H}[x, y_{0-}](t)) \quad (9)$$

同理,改进 PI 模型的初载曲线的斜率也会随着每段阈值的变化而改变(见图 6),则有

$$\frac{d}{dr_s} \varphi(r_s) = \sum_{j=0}^i w_{sj} \quad (10)$$

式中:  $r_{si} \leq r_s \leq r_{si+1}; i=0,1,2,\dots,m$ 。

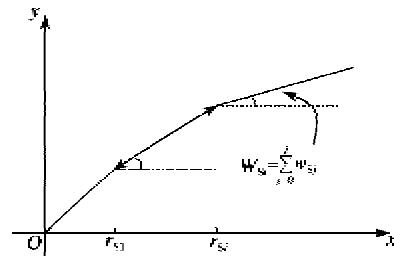


图 6 改进 PI 迟滞模型的初载曲线

## 2.3 微夹钳迟滞建模

当改进 PI 模型中的阈值  $r_{\text{H}i}, r_{\text{S}i}$  及权值  $w_{\text{H}i}, w_{\text{S}i}$ ,根据实测初载曲线辨识出来后,便可建立压电微夹钳的迟滞模型。阈值  $r_{\text{H}i}, r_{\text{S}i}$  及权值  $w_{\text{H}i}, w_{\text{S}i}$  的辨识首先是采用等分阈值的方式来确定  $r_{\text{H}i}, r'_{\text{S}i}$ ,即

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{\text{H}i} = \frac{i}{n+1} \max_{0 \leq i \leq n} \{ |x(t)| \} = \frac{i}{n+1} \|x\|_{\infty} \\ r'_{\text{S}i} = 0 \\ r'_{\text{S}i} = \frac{i - \frac{1}{2}}{m} \max_{0 \leq i \leq m} \{ y(t) \} \end{array} \right. \quad i=0,1,\dots,n \quad (11)$$

式中:  $x(t)$  为迟滞算子的输入,即作用于钳指上的驱动电压;  $y(t)$  为迟滞算子的输出,即钳指的位移。 $y(t)$  的初始值通常取为 0,即

$$y_{0i}=0 \quad i=0,1,\dots,n \quad (12)$$

而  $w_{\text{H}i}, w'_{\text{S}i}$  的辨识可由改进的 PI 模型与实测初载

曲线的误差函数获得,即

$$E[x, y](t) = (\mathbf{w}_H^T \quad \mathbf{w}'_S^T) \cdot (H_{r_H}[x, y_0](t) - S_{r_S}[y](t)) \quad (13)$$

而要使拟合效果达到最好,就需使误差最小。于是,  $\mathbf{w}_{Hi}, \mathbf{w}'_{Si}$  的辨识问题便可转化为求误差函数  $E[x, y](t)$  的最小值的二次优化问题,即

$$\min\{(\mathbf{w}_H^T \quad \mathbf{w}'_S^T) \int_{t_0}^{t_e} (H_{r_H}[x, y_0](t) - S_{r_S}[y](t)) \times (H_{r_H}[x, y_0](t))^T - S_{r_S}[y](t)^T dt \left( \begin{matrix} \mathbf{w}_H \\ \mathbf{w}'_S \end{matrix} \right) \} \quad (14)$$

约束条件为

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \begin{matrix} \mathbf{U}_H & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_S \end{matrix} \right) \cdot \left( \begin{matrix} \mathbf{w}_H \\ \mathbf{w}'_S \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} \mathbf{u}_H \\ \mathbf{u}_S \end{matrix} \right) \leq \left( \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right) \\ ((\|x\|_\infty \cdot i - r_H)^T \quad \mathbf{o}^T) \cdot \left( \begin{matrix} \mathbf{w}_{II} \\ \mathbf{w}'_S \end{matrix} \right) - \|x\|_\infty = 0 \end{array} \right. \quad (15)$$

其中

$$\mathbf{i}^T = (1, 1, \dots, 1) \quad (16)$$

$$\mathbf{U}_H = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{U}_S = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & \cdots & -1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{u}_E = \begin{pmatrix} -\varepsilon \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{u}_H = \begin{pmatrix} -\varepsilon \\ -\varepsilon \\ \vdots \\ -\varepsilon \end{pmatrix} \quad (20)$$

式中  $\varepsilon$  为大于 0 的无穷小数。

### 3 实验验证

给微夹钳施加由 0 开始、步长为 0.1 V、最大峰值为 60 V 的电压,测得其初载曲线,通过上述方法所辨识出的改进 PI 模型中的  $n, m (i=n, m), r_{Hi}, r_{Si}, w_{Hi}, w_{Si}$ , 如表 1 所示。由表可知,迟滞算子数为 20 个,即  $n=19$ ,死区算子数为 16 个,即  $m=15$ 。

表 1 改进 PI 迟滞模型的参数辨识结果

$i$	$r_{Hi}$	$w_{Hi}$	$r_{Si}$	$w_{Si}$
1	0	0.429 4	0	0.353 3
2	3	0.412 7	1.494 7	-0.155 6
3	6	0	6.838 1	0.111 7
4	9	0	10.252 0	-0.073 1
5	12	0.031 7	14.724 0	0.033 7
6	15	0.079 1	18.636 0	0.000 4
7	180.048 0	22.543 0	-0.014 2	
8	21	0	26.668 0	0.030 5
9	24	0	30.352 0	-0.036 7
10	27	0	34.579 0	0.018 0
11	30	0	38.521 0	0.009 7
12	33	0	42.326 0	0.013 7
13	36	045.951 0	-0.029 9	
14	39	0	49.991 0	-0.010 9
15	42	054.208 0	0.012 5	
16	45	0	58.224 0	0.115 9
17	48	0.020 0		
18	51	0.183 4		
19	54	0		
20	57	0		

为了验证所建迟滞模型的有效性,给钳指施加幅值衰减三角波驱动电压,钳指位移的实测曲线及迟滞模型如图 7 所示。由图可知,在 15.2 μm 的钳指最大位移范围内,迟滞模型的误差变化范围为 -0.31~0.156 μm。可见,所建迟滞模型能很好地描述压电微夹钳的迟滞特性。

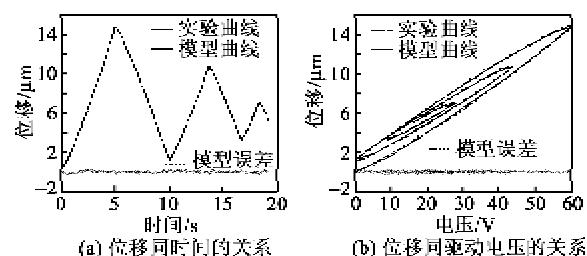


图 7 压电微夹钳的位移实测曲线与模型曲线

### 4 结束语

通过引入死区算子对 PI 模型进行改进,建立了压电微夹钳的迟滞模型,所建迟滞模型可很好地描述具有非凸、非奇对称的压电陶瓷材料的迟滞特性。实验验证了所建模型的有效性,结果表明,在微夹钳 15.2 μm 的最大位移范围内,迟滞模型的误差变化范围为 -0.31~0.156 μm,所建迟滞模型能很好地描述压电微夹钳的迟滞特性。

## 参考文献:

- [1] 郝水平,董福禄,张嘉易,等.基于 MEMS 机构装配的微夹持器研究[J].中国机械工程,2014,25(5):596-601.  
HAO Yingping, DONG Fulu, ZHANG Jiayi, et al. Study on micro-gripper on MEMS mechanism assembly [J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(5): 596-601.
- [2] 孙立宁,陈立国,荣伟彬,等.面向微机电系统组装与封装的微操作装备关键技术[J].机械工程学报,2008,44(11):13-19.  
SUN Lining, CHEN Liguo, RONG Weibin, et al. Key techniques of micromanipulation devices for MEMS assembling and packaging [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(11): 13-19.
- [3] 崔玉国,孙宝元,董维杰,等.压电陶瓷执行器迟滞与非线性成因分析[J].光学精密工程,2003,11(3):270-275.  
CUI Yuguo, SUN Baoyuan, DONG Weijie, et al. Causes for hysteresis and nonlinearity of piezoelectric ceramic actuator[J]. Opt Precision Eng, 2003, 11(3): 270-275.
- [4] MA Y, ZHANG X, XU M, et al. Hybrid model based on Preisach and support vector machine for novel dual-stack piezoelectric actuator [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 34(1):156-172.

(上接第 649 页)

- [8] 董丽杰,权红英,熊传溪.聚合物/压电陶瓷复合材料研究进展[J].国外建材科技,2004,25(4):69-71.  
DONG Lijie, QUAN Hongyin, XIONG Chuanxi. The research progress of piezoelectric composite materials [J]. Science and Technology of Overseas Building Materials, 2004, 25(4): 69-71.
- [9] 翁芬,王金合,张增平,等.环氧树脂基介电复合材料的制备和性能研究[J].中国胶粘剂,2008,17(9):10-13.  
CHAO Fen, WANG Jinhe, ZHANG Zengping, et al. Study on preparation and properties of dielectric composites based on epoxy resin [J]. China Adhesives, 2008, 17(9): 10-13.

- [5] RAKOTONDRABE M. Classical prandtl-ishlinskii modeling and inverse multiplicative structure to compensate hysteresis in piezoactuators[J]. Proceedings of the 2012 IEEE International Conference on American Control Conference (ACC), 2012:1646-1651.
- [6] JUHÁSZ L, MAAS J, BOROVAC B. Parameter identification and hysteresis compensation of embedded piezoelectric stack actuators [J]. Mechatronics, 2011, 21(1):329-338.
- [7] XU Q, LI Y. Dahl model-based hysteresis compensation and precise positioning control of an XY parallel micromanipulator with piezoelectric actuation[J]. Journal of dynamic systems, measurement, and control, 2010, 132(4):041011.
- [8] CHEN C M, HSU Y C, FUNG R F. System identification of a Scott-russell amplifying mechanism with offset driven by a piezoelectric actuator [J]. Applied Mathematical Modelling, 2012, 36(6):2788-2802.
- [9] KREJCI P, KUHNEN K. Inverse control of system with hysteresis and creep[J]. IEEE Proceedings-Control Theory and Applications, 2001, 148(3):185-192.
- [10] 王俐,饶长辉,饶学军.压电陶瓷微动台的复合控制[J].光学精密工程,2012,20(6):1265-1271.  
WANG Li, RAO Changhui, RAO Xuejun. Feed-forward control of piezoelectric ceramic position stage [J]. Opt Precision Eng, 2012, 20(6): 1265-1271.

- [10] 村山直博,小原弘.压电聚合物及其应用[J].声学技术,1986,5(2):42-45.  
CUNSHANG Zhibo, XIAOYUAN Hong. Piezoelectric polymer and its application[J]. Technical Acoustics, 1986, 5(2): 42-45.
- [11] 严继康,甘国友,孙加林,等.串联 2-2 型复合材料的进一步研究[J].压电与声光, 2000, 22(4):262-265.  
YANG Jikang, GAN Guoyou, SUN Jialin, et al. Further study on 2-2 piezoelectric composites with series model[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2000, 22(4):62-265.
- [12] 钟维烈.铁电物理学[M].北京:科学出版社,1996.