

# 光纤捷联惯导系统加速度计内杆臂标定方法

周广涛,许伟通,叶攀

(哈尔滨工程大学 自动化学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:**惯性测量单元测量敏感点与载体坐标系原点不重合,标定和使用过程中存在角运动,从而引入杆臂效应误差。针对这一问题,该文提出基于卡尔曼滤波算法的杆臂标定方法。根据杆臂效应误差模型,分析了内、外杆臂效应之间联系。以线速度误差为观测量,建立卡尔曼滤波方程,通过对系统的可观性分析,设计了两轴联动式的误差激励方式。以五级海况摇摆实验为例,动态时系统的线速度误差较未补偿杆臂效应时降低73%。

**关键词:**惯性测量单元;杆臂效应;卡尔曼滤波器;加速度计

**中图分类号:**TN713;U666.1

**文献标识码:**A

## Lever-Arm Calibration Method of Fiber Strapdown Inertial Navigation System Accelerometer

ZHOU Guangtao, XU Weitong, YE Pan

(Automation College, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The sensitive point of inertial measurement unit does not coincide with the origin of the vector coordinate system, there exists angular motion in the process of calibration and application, and the lever-arm effect error is introduced. In order to solve this problem, this paper puts forward the lever-arm calibration method based on Kalman filtering algorithm. According to the lever-arm effect error model, the paper analyzes the connection between inside and outside the lever-arm effects. By using the linear velocity error as the observed quantity, the Kalman filtering equation is established. Through analyzing the system observability, the error of the two axes linkage type incentives mode is designed. Using five swaying sea condition experiments as an example, the linear velocity error is reduced by 73% after compensating lever-arm effect.

**Key words:** inertial measurement unit; lever-arm effect; Kalman filtering; accelerometer

### 0 引言

捷联惯导系统设备出厂前,大都需要通过高精度转台进行分立式标定测试。从标定结果可得到系统的安装误差矩阵,从而将惯性测量单元(IMU)的输出投影到载体坐标系上。以往标定过程中,总是假设IMU安装在载体坐标系原点上,实际上由于本身体积和安装位置的限制,IMU测量敏感点不可能与载体坐标系原点重合,而是有一定的距离。根据刚体转动定理,距离转动点不同距离处的加速度值是不同的,当惯导设备放在转台上进行测试时,载体不可避免地存在角运动,这将为惯性仪表带来附加的测量加速度。大多数惯导系统中,都将IMU当作“点测量组件”来分析、应用,这将会引起IMU

的测量误差,从而带来导航解算误差,即内杆臂效应误差。当惯导系统安装在载体上后,惯导输出等效为一个点的输出,而该点几乎不可能与载体的质心一致,当载体进行转弯等运动时,惯性仪表将承受附加的加速度,从而引入误差,即外杆臂效应误差。在光纤陀螺捷联惯导系统中,由于光学陀螺对加速度不敏感,所以不存在杆臂效应误差。文献[1-2]分析了杆臂效应产生的原因及对系统的影响,在附加条件 $r_z^0=0$ 情况下,估算出了 $x$ 、 $y$ 轴内杆臂大小,以高强度摇摆实验为例验证了内杆臂补偿的有效性。文献[3]设计了3类利用3轴速率转台对捷联惯性敏感元件(SIMU)加速度计尺寸进行标定的方案,仿真结果证明了3类标定方案的有效性,而以匀角速

收稿日期:2015-03-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61001154,61201409,61371173);中国博士后科学基金资助项目(2013M530147)

作者简介:周广涛(1981-),男,黑龙江哈尔滨人,博士,主要从事光纤陀螺捷联惯导系统误差抑制技术的研究。

度旋转方案估计过程最平稳,以正弦角加速度旋转方案估计精度最高,但都只进行了仿真分析,并未涉及到实物验证。

### 1 速度计杆臂效应

设  $O_i x_i y_i z_i$  为惯性坐标系、 $O_b x_b y_b z_b$  为载体坐标系、 $O_e x_e y_e z_e$  为地心地球坐标系、 $O_n x_n y_n z_n$  为导航坐标系,本文中导航系取为地理坐标系<sup>[4-5]</sup>。 $w_b$  为惯性坐标系相对于载体坐标系的角速度矢量。 $R_i$  为载体坐标系相对于惯性坐标系的位置矢量, $M$  为空间中任意距离载体坐标系质心  $O_b$  很近的一点且与载体固连, $r_i$  为  $M$  点相对于惯性坐标系的位置矢量, $r$  为  $M$  点相对于载体坐标系的位置矢量。示意图如图 1 所示。

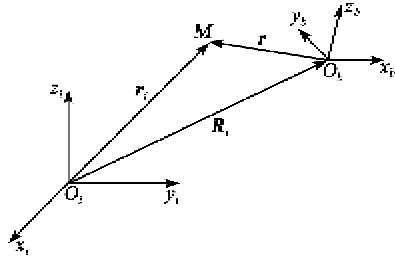


图 1 坐标系间转换关系示意图

对于图 1 有

$$f_m = f_o + w_b \times (w_b \times r) + \left. \frac{dw_b}{dt} \right|_b \times r \quad (1)$$

式中:  $f_m$  为  $M$  点处比力;  $f_o$  为载体坐标系质心处的比力。

如果将  $M$  点看成为 1 号加速度计,  $O_b$  点看成转台的旋转中心,则 1 号加速度计敏感到的由内杆臂效应引起的加速度计测量误差为

$$\Delta f_1 = \theta_1^T \left[ w_b \times (w_b \times r_1) + \left. \frac{dw_b}{dt} \right|_b \times r_1 \right] \quad (2)$$

式中:  $\theta_1 = (\theta_{11} \ \theta_{21} \ \theta_{31})^T$  为分立式标定结果中安

装误差矩阵  $C_a^b = \begin{bmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} & \theta_{13} \\ \theta_{21} & \theta_{22} & \theta_{23} \\ \theta_{31} & \theta_{32} & \theta_{33} \end{bmatrix}$  的第一列;  $r =$

$(r_{1x} \ r_{1y} \ r_{1z})^T$  为 1 号加速度计内杆臂在载体坐标系上投影,2、3 号加速度计内杆臂误差模型与 1 号类似。

经过内杆臂标定及其误差补偿后,捷联惯导的输出等效为转台的旋转质心处的输出。如果将图 1 中的  $M$  点作捷联惯导的等效输出点,  $O_b$  作舰船的质心,则  $r$  为系统的外杆臂,由外杆臂引起的加速度计测量误差为

$$\Delta f_w = w_b \times (w_b \times r_w) + \left. \frac{dw_b}{dt} \right|_b \times r_w \quad (3)$$

式中:  $w_b \times (w_b \times r_w)$  为法线加速度;  $\left. \frac{dw_b}{dt} \right|_b \times r_w$  为切线加速度。假设空间中有一质点  $Q$ ,该点以  $w_b$  的角速度绕质点  $O_b$  作周期运动,运动周期为  $T$ ,两点的距离为  $l$ ,则该点的切向加速度  $a_t = \left. \frac{dw_b}{dt} \right|_b \times l$ ;法向加速度  $a_f = w_b \times (w_b \times l)$ ;切线速度  $v = w \cdot r$ ;法线速度为 0;  $\theta = (\theta_x \ \theta_y \ \theta_z)$  为切线速度的方向向量;  $w_b = d\theta/dt$ ,如图 2 所示。

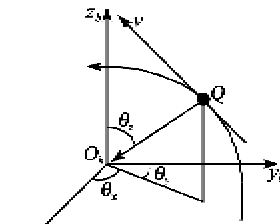


图 2 外杆臂效应分析

则  $Q$  点运动速度在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴上的分量为

$$v_x = w \cdot l \cdot \sin(\theta_z) \cdot \cos(\theta_x) \quad (4)$$

$$v_y = w \cdot l \cdot \sin(\theta_z) \cdot \cos(\theta_y) \quad (5)$$

$$v_z = w \cdot l \cdot \cos(\theta_z) \quad (6)$$

由式(4)~(6)可知,在一个运动周期内,  $\theta_x(0) = \theta_x(T)$ ,所以  $v_x$  的增量为 0,即  $x$  轴上速度在一个周期内的增量为 0。同理, $y$  轴、 $z$  轴方向上的速度在一个周期内的增量也为 0。

经内杆臂效应补偿后,惯导的输出等效为一个点,此时加速度计和陀螺仪都可以看成“点测量组件”。假设角速度的测量值足够精确,则由外杆臂效应导致的加速度计测量误差  $\Delta f_w$  在一个周期内引起的速度误差增量为 0。

### 2 加速度计内杆臂的标定

将式(2)展开,同理写出 2、3 号加速度计内杆臂误差标定模型为

$$\Delta f = \begin{bmatrix} a_{11} r_{xx} + a_{12} r_{xy} + a_{13} r_{xz} \\ a_{21} r_{yx} + a_{22} r_{yy} + a_{23} r_{yz} \\ a_{31} r_{zx} + a_{32} r_{zy} + a_{33} r_{zz} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,

$$a_{j1} = -\theta_{1j} [(w_{by})^2 + (w_{bz})^2] + \theta_{2j} (w_{bx} w_{by} + \dot{w}_{bz}) + \theta_{3j} (w_{bx} w_{bz} - \dot{w}_{by}) \quad (8)$$

$$a_{j2} = -\theta_{2j} [(w_{bx})^2 + (w_{bz})^2] + \theta_{1j} (w_{bx} w_{by} - \dot{w}_{bz}) + \theta_{3j} (w_{by} w_{bz} + \dot{w}_{bx}) \quad (9)$$

$$a_{j3} = -\theta_{3j}[(w_{\dot{w}_x})^2 + (w_{\dot{w}_y})^2] + \theta_{1j}(w_{\dot{w}_x}w_{\dot{w}_z} + \dot{w}_{\dot{w}_y}) + \theta_{2j}(w_{\dot{w}_y}w_{\dot{w}_z} - \dot{w}_{\dot{w}_x}) \quad (10)$$

式中  $j=1, 2, 3$ 。

杆臂标定过程中, 转台的旋转角速度远大于地球的自转角速度, 故可用转台的旋转角速度代替  $w_{\dot{w}}^{[6]}$ 。同时, 载体的角加速度仅在角速度变化时才存在且很难精确得到, 可忽略角加速度对系统的影响。

由于加速度经过一次积分得速度, 二次积分得位置, 因此可通过观测捷联惯导系统输出的线速度误差来实现内杆臂的标定。在内杆臂标定过程中, 惯导系统的实际线速度为 0, 通过导航解算出的速度都是线速度误差。

小失准角下惯导系统的线速度误差方程<sup>[7]</sup>为

$$\delta \dot{v} = -(2w_{ie}^n + w_{en}^n)\delta v + \delta g + \phi \times f^n + C_{\%}^n \Delta f \quad (11)$$

式中:  $\delta v$  为线速度误差;  $\delta g$  为重力加速度误差, 本实验中可忽略;  $\phi$  为姿态误差, 为了简化模型, 假设惯导系统经过分立式标定后不具有姿态误差;  $C_{\%}^n =$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \text{ 为捷联矩阵。}$$

取卡尔曼滤波器状态量  $X(t)$  为惯导系统的线速度误差  $\delta v$  和 3 轴加速度计杆臂参量为

$$r_n = [r_{nx} \quad r_{ny} \quad r_{nz}] \quad n = x, y, z \quad (12)$$

则

$$X(t) = [\delta v_x^n \quad \delta v_y^n \quad \delta v_z^n \quad r_x \quad r_y \quad r_z]^T \quad (13)$$

卡尔曼滤波方程为

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A(t)X(t) + W(t) \\ Z(t) = H(t)X(t) + V(t) \end{cases} \quad (14)$$

取

$$\begin{cases} E[W(t)] = 0_{3 \times 1}, E[W(t)W(j)] = Q(t)\delta(t-j) \\ E[V(t)] = 0_{3 \times 1}, E[V(t)V(j)] = R(t)\delta(t-j) \end{cases} \quad (15)$$

式中  $W(t), V(t)$  为白噪声。

则

$$A(t) = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ & & 0_{9 \times 12} & \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2w_{iz} & -2w_{izy} \\ -2w_{izx} & 0 & 0 \\ 2w_{izy} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} C_{11}a_{11} & C_{11}a_{12} & C_{11}a_{13} \\ C_{21}a_{11} & C_{21}a_{12} & C_{21}a_{13} \\ C_{31}a_{11} & C_{31}a_{12} & C_{31}a_{13} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} C_{12}a_{21} & C_{12}a_{22} & C_{12}a_{23} \\ C_{22}a_{21} & C_{22}a_{22} & C_{22}a_{23} \\ C_{32}a_{21} & C_{32}a_{22} & C_{32}a_{23} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} C_{13}a_{31} & C_{13}a_{32} & C_{13}a_{33} \\ C_{23}a_{31} & C_{23}a_{32} & C_{23}a_{33} \\ C_{33}a_{31} & C_{33}a_{32} & C_{33}a_{33} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$H(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0_{3 \times 9} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

卡尔曼滤波初值设置如下:

初始状态量

$$X(0) = 0_{12 \times 1} \quad (22)$$

状态方差阵

$$P_0 = aI_{12 \times 12} \quad (23)$$

式中  $a$  为很大的常数。

量测噪声方差阵为

$$Q_0 = 0_{12 \times 12} \quad (24)$$

左上三角阵为

$$Q_0 = \text{diag}[(7.27 \times 10^{-6} g), (7.27 \times 10^{-6} g), (7.27 \times 10^{-6} g)] \quad (25)$$

系统噪声方差阵

$$R_0 = \text{diag}[2.91 \times 10^{-7}, 2.91 \times 10^{-7}, 2.91 \times 10^{-7}] \quad (26)$$

### 3 误差激励方式设计

在设计系统的误差激励方式前, 首先分析系统的可观测性, 对于可观测的参数, 卡尔曼滤波的结果是稳定收敛的, 只有收敛的参数才能被估出来。目前, 对于线性时变随机系统国内最常用的可观测性分析方法是分段线性定常系统 (PWCS)。应用 PWCS 理论可对本系统进行可观测性分析, 但计算量大, 且要在标定结果出来后才能知道是否可观测, 这不利于设计标定路径。本文采用一种简单有效的方法分析滤波器设计的合理性。

假设第 2 节所述卡曼滤波器的状态量为

$$X^*(t) = [\delta v_x^n \quad \delta v_y^n \quad \delta v_z^n \quad \nabla_x^n \quad \nabla_y^n \quad \nabla_z^n]^T \quad (27)$$

则式(14)所述卡尔曼滤波器所表示的系统变为线性定常系统, 系统可观测性矩阵的秩为

$$\text{rank}[H \quad HA \quad HA^2 \quad HA^3 \quad HA^4 \quad HA^5]^T = 6 \quad (28)$$

系统是完全可以观测的。若假设  $\nabla^n = C_{\%}^n \Delta f$ , 由于线性变换不改变系统的可观测性, 因此采用线速度误差作观测量时, 由内杆臂效应误差引起的加速度计

误差输出是可观测的。根据式(7)可知,只要找到一种方法使其9个内杆臂参数得到激励,就能通过卡尔曼滤波使其分离出来。

通过控制转台内框、中框、外框的转速可改变 $w_{\dot{\theta}}$ 的大小。分析式(7)可知,若想分离出所有内杆臂参数,则有以下两种方法:

- 1)  $w_{\dot{\theta}_x}, w_{\dot{\theta}_y}, w_{\dot{\theta}_z}$ 同时变化。
- 2) 每次改变  $w_{\dot{\theta}_x}, w_{\dot{\theta}_y}, w_{\dot{\theta}_z}$  中的两个,但需要3次转动。

经过分析可看出,第1种方法较第2种方法操作简便。但对于卡尔曼滤波而言,越复杂的误差激励方式,其滤波精度也越高,而方法1中仅有1种运动方式,虽然操作方便,滤波收敛较快,但实际操作时其滤波精度较差,因此本文采用第2种方式。

具体误差激励方式包含如下3种状态:

- 1)  $w_{\dot{\theta}_x} = 30 (^{\circ})/s, w_{\dot{\theta}_y} = 60 (^{\circ})/s, w_{\dot{\theta}_z} = 0$ 。
- 2)  $w_{\dot{\theta}_x} = 60 (^{\circ})/s, w_{\dot{\theta}_y} = 0, w_{\dot{\theta}_z} = 60 (^{\circ})/s$ 。
- 3)  $w_{\dot{\theta}_x} = 0, w_{\dot{\theta}_y} = 30 (^{\circ})/s, w_{\dot{\theta}_z} = 60 (^{\circ})/s$ 。

以上3种运动状态的初始条件都为0,即姿态角、角速度为0。

#### 4 实验结果及分析

使用SGT-3型3轴多功能惯导实验转台对某型号舰载光纤陀螺设备进行内杆臂标定。其中,陀螺仪的零偏稳定性优于 $0.01 (^{\circ})/h$ ,加速度计的零偏稳定性优于 $5 \times 10^{-5} g$ 。具体实施步骤为:

- 1) 将光纤陀螺惯导设备放置在3轴转台上且尽可能地靠近转台的旋转中心,初始时转台的外框、中框、内框的旋转轴依次为天向( $z$ 轴)、东向( $x$ 轴)和北向( $y$ 轴)。
- 2) 完成5h冷启动实验后进行常规分立式标定实验(包括速率实验、位置实验、零位实验),处理实验结果后得到IMU的标度因数、安装误差和常值偏移。
- 3) 控制实验转台将外框、中框、内框定位到 $0^{\circ}, 0^{\circ}, 0^{\circ}$ ,按照上节所述的误差激励方式控制转台转速,每种状态持续120s。
- 4) 转动结束后,将实验数据通过MATLAB结算。其中, $C^g$ 可通过读取陀螺仪输出使用四阶龙戈库塔法解算得到。

滤波结果如图3~5所示。

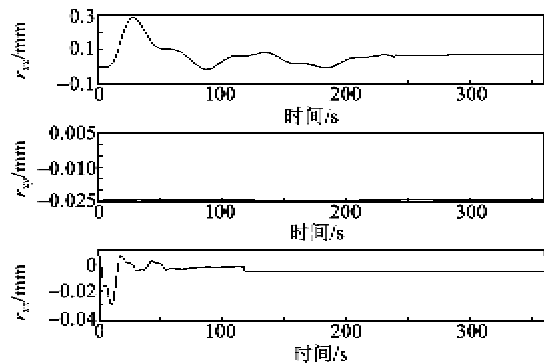


图3 1号加计内杆臂滤波结果

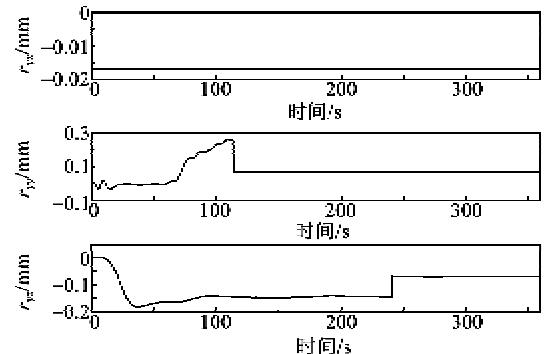


图4 2号加计内杆臂滤波结果

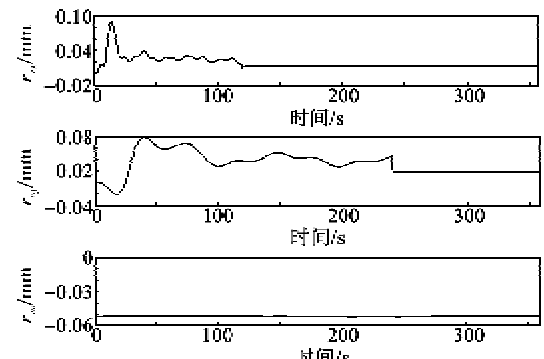


图5 3号加计内杆臂滤波结果

由图3~5可看出,在360s标定时间内,3轴加速度计内杆臂参数均能得到良好收敛。为了直观,滤波结果如表1所示。

表1 内杆臂标定结果

$r_{xz}/mm$	$r_{yz}/mm$	$r_{zz}/mm$
0.068	-0.024	-0.0057
$r_{yz}/mm$	$r_{zy}/mm$	$r_{zx}/mm$
-0.017	0.065	-0.0690
$r_{zx}/mm$	$r_{zy}/mm$	$r_{xz}/mm$
0.012	0.018	-0.0520

为了验证内杆臂标定实验的有效性,本文采用五级海况摇摆实验。利用该型号光纤陀螺设备进行五级海况实验,初始时转台外框定位 $45^{\circ}$ ,中框、内框定位 $0^{\circ}$ ,静止1h后,中框以0.125Hz的频率、内

框以 0.2 Hz 的频率开始绕中心位置摇摆运动 5 h, 最后再次静止 2 h。比较补偿前、后系统的线速度误差, 结果如图 6 所示。

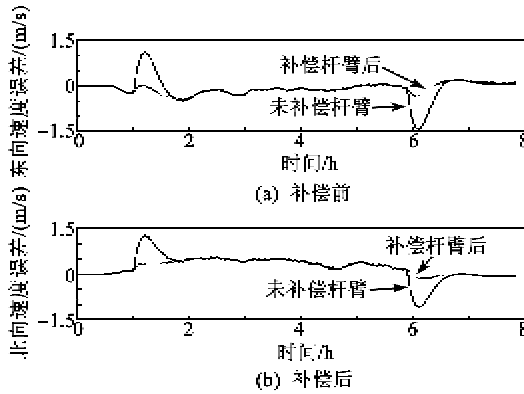


图 6 五级海况实验验证结果

由图 6 可看出, 在最初系统静止的 1 h 内即静态环境下, 内杆臂效应补偿前、后系统的线速度误差相同, 这是因为静态条件下并不会激励杆臂效应。在随后的动态环境下, 未补偿内杆臂效应的线速度误差方差为 0.072 4, 而补偿掉内杆臂效应后线速度误差方差为 0.021 2, 线速度误差降低 73%。

## 5 结束语

消除杆臂效应的主要任务是估算内杆臂大小。本文针对光纤捷联惯导系统, 通过观测系统线速度误差, 采用卡尔曼滤波算法估计 3 轴加速度计内杆臂参数大小。以五级海况摇摆实验为例, 结算系统的线速度误差发现, 未补偿杆臂效应时系统的线速度误差在动态时急剧增高, 对于中高精度惯导系统, 补偿杆臂效应误差很是必要。对比分析补偿前、后系统的线速度误差, 验证了本文所述方法的有效性。

## 参考文献:

[1] 严恭敏, 严卫生, 徐德民. 捷联惯性测量组件中内杆臂效应分析与补偿[J]. 中国惯性技术学报, 2008(2): 148-153.

Yan Gongmin, YAN Weisheng, XU Demin. Analysis and compensation on inner lever arm effect of strap-down inertial measurement unit[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2008(2):148-153.

- [2] 严恭敏, 质琪, 翁浚, 等. 捷联惯导系统内杆臂补偿方法及试验验证[J]. 宇航学报, 2012(1):62-67.  
YAN Gongmin, ZHOU Qi, WENG Jun, et al. Inner lever arm compensation and its test verification for SINS[J]. Journal of Astronautics, 2012(1):62-67.
- [3] 薛金川, 秦永元, 杨鹏翔, 等. 捷联惯导加速度计尺寸效应误差建模及其标定[J]. 宇航学报, 2012(3):311-317.  
YOU Jinchuan, QIN Yongyuan, YANG Pengxiang, et al. Modeling calibration of the accelerometer size effect error of the SINS[J]. Journal of Astronautics, 2012(3):311-317.
- [4] 谢波, 秦永元, 万彦辉. 激光陀螺捷联惯导系统导航算法设计[J]. 压电与声光, 2010, 32(6):965-969.  
XIE Bo, QIN Yongyuan, WAN Yanhui. Design of RLG strapdown inertial navigation system navigation algorithms[J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2010, 32(6):965-969.
- [5] 高伟, 叶攀, 石惠文, 等. 捷联惯导系统极区动基座对准[J]. 系统工程与电子技术, 2015(3):626-632.  
GAO Wei, YE Pan, SHI Huiwen, et al. Polar moving base alignment for strapdown inertial navigation system[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015(3):626-632.
- [6] 贾继超, 秦永元, 张波, 等. 激光捷联惯导系统的射前快速标定技术[J]. 压电与声光, 2015, 37(1):24-26.  
JIA Jichao, QIN Yongyuan, ZHANG Bo, et al. Fast calibration technique of before-launch RLG-SINS[J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2015, 37(1):24-26.
- [7] 盛宏媛. 光纤陀螺捷联惯导系统级标定方法的研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2012.