

陀螺寻北仪大偏北角粗寻北方法

谭立龙¹, 陈志翔¹, 仲启媛¹, 李 帅¹, 王 强²

(1. 火箭军工程大学 兵器发射理论与技术国家重点学科实验室, 陕西 西安 710025;

2. 第二炮兵综合仪器仪表厂军代室, 陕西 西安 710025)

摘 要:为实现陀螺寻北仪在大偏北角情况下粗寻北, 在大偏北角情况下, 该文分别对不跟踪和跟踪状态下的陀螺运动特性进行分析后, 针对陀螺运动特性, 提出不跟踪及跟踪状态下的两种大偏北角的粗寻北方法, 并分析了两种粗寻北方法; 最后, 对跟踪状态下的大偏北角粗寻北方法进行试验验证, 分析了方法的有效性及其寻北精度不足的原因, 并根据分析结果提出设计高精度伺服系统的必要性。

关键词:摆式陀螺寻北仪; 大偏北角; 运动特性; 粗寻北; 高精度伺服系统

中图分类号: TN384

文献标识码: A

A Rough North-seeking Method of the Pendulous Gyroscope in Large Azimuth

TAN Lilong¹, CHEN Zhixiang¹, ZHONG Qiyuan¹, LI Shuai¹, WANG Qiang²

(1. Armament Launch Theory and Technology Key Discipline Lab. of China, Rocket Force Engineering University,

Xi'an 710025, China; 2. The Second Artillery Integrated Instrument Instrument and

Meter Plant Jundaishi, Xi'an 710025, China)

Abstract: In order to achieve the rough north-seeking in large azimuth, the motion characteristics of pendulous gyroscopes in both non-tracking state and tracking state in large azimuth are analyzed respectively. Then based on the motion characteristics of gyroscopes, two rough north-seeking methods are put forward and analyzed in non-tracking state and tracking state. Finally, the experiment on the rough north-seeking method in tracking state is carried out. The results demonstrate the feasibility of the method and the reasons of low precision are analyzed. The necessity of designing high-precision servos system is presented on basis of the results.

Key words: pendulous gyroscope; large azimuth; motion characteristics; rough north-seeking; high-precision servo-systems

0 引言

摆式陀螺寻北仪广泛应用于军用和民用领域^[1], 且不受地形、气候、外界磁场、测量时间及测量点测量条件的影响, 能独立高精度地找到真北^[2]。目前, 德国 DMT 公司生产的 GYROMAT3000 是陀螺经纬仪产品中公认的性能最好的产品。国内陀螺经纬仪也出现了精度优于 5" 的产品, 但与国外的高端产品还存在一定的差距^[3]。国外先进的陀螺经纬仪已实现全方位寻北, 但国内对陀螺寻北仪初始架设方位角仍有限制(约 ±10°)。因此实现大偏北角粗寻北很重要。

文献[4-5]对摆式陀螺大偏北角运动特性进行研究, 得到平衡位置并运用李亚普诺夫稳定性理论研究其稳定性。本文通过数学推导进一步完善大偏

北角陀螺运动特性理论, 并根据利用推导出的结论提出一种大偏北角情况下的快速粗寻北的方法。

1 大偏北角摆式陀螺运动方程

图 1 为摆式陀螺寻北的力学模型^[6-7]。陀螺灵敏部由陀螺房、悬挂柱组成, 通过悬挂带悬挂于仪器

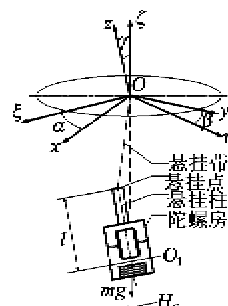


图 1 摆式陀螺动力学模型

收稿日期: 2015-05-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41174162)

作者简介: 谭立龙(1973-), 男, 江苏徐州人, 副教授, 硕士生导师, 主要从事定位定向与基准传递以及导弹发射理论的研究。通信作者: 陈志翔(1991-), 男, 江苏宿迁人, 博士生, 主要从事陀螺寻北技术的研究。E-mail: czx91154@163.com。

壳体 O 点上。 O_1 为灵敏部的重心,悬挂点与重心 O_1 之间的距离 l 称为倾心高, mg 为灵敏部重力, H_G 为陀螺转子的动量矩。

为建立灵敏部的运动方程,建立地理坐标系 $O\xi\eta\zeta$ 和陀螺坐标系 $Oxyz$ 。 $O\xi$ 沿水平方向指向北, $O\eta$ 沿着水平方向指向西, $O\zeta$ 垂直于当地水平面向上,地理坐标系与地球固连,以地球自转角速度 ω_E 相对于惯性空间转动; Ox 与转子轴平行,但不参与转动,从 O 点观察,陀螺马达顺时针方向旋转, Oy 轴向左, Oz 轴与 Ox 、 Oy 构成右手系,陀螺坐标系与陀螺灵敏部固连。通常用转子轴偏离真北的水平角 α (逆时针为正, $-180^\circ \sim 180^\circ$), 俯仰角 β (逆时针为正, $0^\circ \sim 90^\circ$), 悬挂带与铅垂线的夹角 γ 来表示陀螺转子轴的方位,如图 1 所示。从 $O\xi\eta\zeta$ 到 $Oxyz$ 可进行如下转换: $O\xi\eta\zeta$ 首先绕 $O\xi$ 旋转 α 得到 $O\xi_1\eta_1\zeta_1$, 再绕 $O\eta_1$ 旋转 β 得到 $O\xi_2\eta_2\zeta_2$, 最后绕 $O\xi_2$ 旋转 γ 得到 $Oxyz$ 。

设 φ 为架设点的纬度, D_B 为悬带的扭力系数, α_0 为悬带扭力零位的方位角,大偏北情形下,经过部分线性化处理,陀螺灵敏部摆动的欧拉动力学方程^[8-9]可简化为

$$\begin{cases} H_G\omega_E \sin \varphi + H_G\dot{\alpha} + mgl\beta = 0 \\ H_G\omega_E \cos \varphi \sin \alpha - H_G\dot{\beta} + D_B(\alpha - \alpha_0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式(1)表示陀螺灵敏部在大偏北情形下的运动规律。运动特性分析都是基于此微分方程组展开。

2 大偏北角摆式陀螺运动特性

实际情况下陀螺灵敏部作为一个能量耗散系统,当时间足够长,最终将稳定在平衡位置,即满足 $\dot{\alpha} = \dot{\beta} = \ddot{\alpha} = \ddot{\beta} = 0$,代入非线性微分方程组(1)中,得到系统平衡位置的方位角 α_{eq} 为

$$\sin \alpha_{eq} + \lambda \alpha_{eq} = \lambda \alpha_0 \quad (2)$$

式中 $\lambda = D_B/D_K$, $D_K = H_G\omega_E \cos \varphi$ 。

国外先进的陀螺经纬仪,如德国 DTM 公司研发的 Gyromat 系列高精度陀螺经纬仪,都采用扭力矩与陀螺力矩比值为 2.5 的大截面金属悬带^[10-11],国内寻北仪也逐渐采用此类型的悬带。式(2)满足 $\lambda > 1$ 。

2.1 不跟踪状态:平衡位置唯一性及进动速度最大证明

陀螺灵敏部处在不跟踪状态表明悬带的扭力零位方位角不变,陀螺灵敏部在进动过程中受到悬带

的扭力作用,即在式(2)中, α_0 是一个常数。

命题:对于任意初始架设方位角 $\alpha_0 \in [-\pi, \pi)$, 存在唯一的平衡位置 α_{eq} 与之对应。

证明:式(2)两边同除以 λ ,令平衡位置函数 $f(\alpha_{eq}) = \alpha_{eq} + \frac{1}{\lambda} \sin \alpha_{eq}$, $f(\alpha_{eq})$ 在区间 $[-\pi, \pi)$ 上连续可导。对其求导可得

$$f'(\alpha_{eq}) = 1 + \frac{1}{\lambda} \cos \alpha_{eq} \geq \frac{\lambda - 1}{\lambda} > 0 \quad (3)$$

式(3)表明,函数 $f(\alpha_{eq})$ 在区间 $[-\pi, \pi)$ 上严格单调递增。同时对任意 $\alpha_{eq} \in [0, \pi)$, $f(\alpha_{eq}) \geq \alpha_{eq}$ 且 $f(\pi) = \pi$; 对任意 $\alpha_{eq} \in [-\pi, 0)$, $f(\alpha_{eq}) \leq \alpha_{eq}$ 且 $f(-\pi) = -\pi$ 。所以 $f(\alpha_{eq})$ 在 $[-\pi, \pi)$ 上的值域为 $[-\pi, \pi)$ 。

综上所述,对于任意初始架设方位角 $\alpha_0 \in [-\pi, \pi)$,必存在一个唯一的平衡位置 α_{eq} 满足式(2)。

对于大偏北角情形,很难求出式(1)的解析解,因此,不能通过运动方程的解析式来确定速度最大点的位置。

命题:进动速度最大点存在且唯一,并与平衡位置重合。

证明:设陀螺灵敏部进动过程中,有 n 个速度极值点,对应的方位角分别为 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ 。由极值的定义可知 $\ddot{\alpha}_1 = \ddot{\alpha}_2 = \ddot{\alpha}_3 = \dots = \ddot{\alpha}_n = 0$ 。对于式(1)中的 $H_G\omega_E \sin \varphi + H_G\dot{\alpha} + mgl\beta = 0$ 求导得 $\dot{\beta} = -H_G/mgl \cdot \dot{\alpha}$,并代入式(1)中的 $H_G\omega_E \cos \varphi \cdot \sin \alpha - H_G\dot{\beta} + D_B(\alpha - \alpha_0) = 0$ 可得

$$H_G^2/mgl \cdot \ddot{\alpha} + D_K \cdot \sin \alpha + D_B(\alpha - \alpha_0) = 0 \quad (4)$$

在任意速度极值点有 $\ddot{\alpha}_i = 0$,将 $\ddot{\alpha}_i = 0$ 代入式(4)可得

$$\sin \alpha_i + \lambda \alpha_i = \lambda \alpha_0 \quad (5)$$

式(5)与式(2)相同,与证明平衡位置的唯一性原理相同。由此可知,速度最大点存在且唯一,且与陀螺灵敏部的平衡位置重合。

2.2 跟踪状态:平衡位置不唯一性及进动速度极值证明

陀螺灵敏部处于跟踪状态时,悬带的扭力零位的方位角始终与陀螺主轴的方位角重合,即 $\alpha_0 = \alpha$ 。此时陀螺不受悬带的扭力作用。

式(2)可解得 2 个平衡位置 $\alpha_{eq} = 0$ 或 $\alpha_{eq} = \pi$ 。当陀螺灵敏部在区间 $[-\pi, 0)$ 之间进动时,从动力

学的角度分析,灵敏部一直受指北力矩的作用,指北势能与动能相互转化,灵敏部靠近真北时,指北势能转化为动能,灵敏部加速,灵敏部远离真北,靠向真南时,动能转化为指北势能,灵敏部减速;从动力学角度分析,当 $\alpha \in [-\pi, 0)$ 时, $\ddot{\alpha} > 0$,灵敏部始终有指向真北的角加速度。分析表明,灵敏部的进动角速度在真北方向($\alpha = 0$)最大,在真南方向($\alpha = -\pi$)最小。同理,当灵敏部在区间 $[0, \pi)$ 进动时,也可得相同结论。综上可得,跟踪状态下,平衡位置 $\alpha = 0$,即真北方向对应速度极大值;平衡位置 $\alpha = -\pi$,即真南方向对应速度极小值。

由上述分析可得,当灵敏部位于真南方向的平衡位置,由于受外界的振动干扰,偏离平衡位置时,灵敏部将向真北方向的平衡位置进动,并最终稳定在真北方向的平衡位置。这表明,真北方向的平衡位置稳定,真南方向的平衡位置不稳定。

3 大偏北角摆式陀螺粗寻北方法

基于大偏北角摆式陀螺运动特性,提出两种粗寻北方法,即在不跟踪状态下及跟踪状态下的粗寻北方法。

3.1 不跟踪状态下的粗寻北方法

在第2.1节已证明,不跟踪状态下,平衡位置存在且唯一,同时此处陀螺灵敏部的进动速度最大。

在寻北仪中,通过光电传感器可敏感到陀螺灵敏部的进动信号,可确定平衡位置相对于传感器的位置。进而求得平衡位置偏离初始架设方位的夹角 $\Delta\alpha = \alpha_c - \alpha_{eq}$,由此方位角差可求得真北相对于光电传感器的方位。上锁陀螺灵敏部将仪器回转至计算得出的真北方位上,完成粗寻北。下面从理论和工程两个方面说明这种方法的局限性。

1) 理论上。由 $\Delta\alpha$ 判断真北方位具有不唯一性。由式(2)可得 $\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha_{eq} = \sin \alpha_{eq} / \lambda$ 。由正弦函数性质可知,针对某一 $\Delta\alpha (\Delta\alpha \neq \pm \pi/2)$,必有2个平衡位置满足该角度差,设为 α_{eq1} 、 α_{eq2} ,且 $\sin \alpha_{eq1} = \sin \alpha_{eq2}$,则可解得2个真北方位 $\alpha_{eq1} + \sin \alpha_{eq1} / \lambda$ 、 $\alpha_{eq2} + \sin \alpha_{eq2} / \lambda$ 。可尝试逐次回转仪器来实现粗寻北,但这将降低粗寻北的效率。

2) 工程上。为保护为陀螺马达供电的导流丝,防止悬带出现过扭现象而损害其力学特性,通常会限制陀螺灵敏部的摆幅,这就意味着理论上测量的 $\Delta\alpha$ 被限定在一个很小的范围内,同时也限定了初始架设方位角的范围。当初始架设方位角过大时,陀

螺灵敏部还未达到平衡位置就撞到了机械限位,导致该粗寻北法失效。寻北仪的这一结构特点是限制不跟踪状态下粗寻北方法使用的主要因素。

3.2 跟踪状态下的粗寻北方法

由第2.2节证明可得,跟踪状态下,真北方向对应稳定的平衡位置,真南方向对应不稳定的平衡位置。工程上,由于陀螺仪内部及外界的振动,陀螺灵敏部很难稳定在不稳定的平衡位置上。

陀螺灵敏部下放后,通过电机驱动回转盘使悬带的扭力零位伺服跟踪陀螺主轴的进动。陀螺主轴进动的最大速度位置,即真北向的平衡位置,可通过电机的转速最大时扭力零位对应的方位反映。当电机转速达到最大时,停止伺服跟踪,此时扭力零位对应的方位即为粗北方向。上锁陀螺灵敏部完成粗寻北过程。

跟踪状态下粗寻北的方法不受寻北仪内部的机械结构的限制,易于工程实现。

4 试验

在大偏北角情况,跟踪状态下的粗寻北法从理论上分析可行,为验证工程上的可行性,设计了陀螺寻北仪样机试验,试验设备如图2所示。



图2 试验设备

4.1 试验方案

- 1) 试验前,标定真北方向作为精度衡量标准。
- 2) 回转寻北仪,使初始架设方位分别位于 $\pm 20^\circ$, $\pm 30^\circ$, $\pm 40^\circ$, $\pm 50^\circ$ (一代表偏东,十代表偏西),试验过程中经过适当时间下放并冷却陀螺灵敏部,防止仪器内部温度过高,影响试验效果。
- 3) 以粗北的方位角与真北方位角间的差值作为精度,记录每次试验的结果。

4.2 试验结果与分析

按第4.1节的试验步骤完成试验,结果如表1所示。

表 1 实验结果

偏西/(°)	精度/(′)	偏东/(°)	精度/(′)
+20	-130	-20	+135
+30	-264	-30	+47
+40	-315	-40	+334
+50	-345	-50	+310

根据上述试验结果,分析可得:

1) 跟踪状态下的粗寻北法可在大偏北情况下,将陀螺灵敏部主轴由大偏北角转至小偏北角,完成粗寻北的任务。

2) 从粗寻北的精度上看,随着偏北角度的增加,寻北精度有逐渐下降的趋势。初步分析这种现象的原因是随着偏北角度的增加,陀螺灵敏部进动到真北向的速度也会相应地增加,仪器对主轴的伺服跟踪误差、对速度的探测误差及回转盘的制动过程都会使粗北偏离真北增加,寻北精度下降。

3) 从粗北的方位上看,仪器偏东架设时,粗北偏西;仪器偏西架设时,粗北偏东。初步分析这种现象的原因主要有:

a. 判别进动速度最大的方法是根据某一时刻的速度较前一时刻的减慢原理判断速度最大点的位置,然而此时扭力零位已经过速度最大点的位置。

b. 回转盘从速度较大状态到停转,必然回转了一定的角度。

4) 为提高粗寻北的精度,设计高精度的伺服跟踪系统尤其重要。扭力零位伺服跟踪陀螺主轴的精度将影响陀螺灵敏部进动过程中的受力情况与运动规律,从而影响速度最大点位置判断的准确性,因此,高精度伺服跟踪系统可提高速度最大点的判断精度。且高精度的伺服系统可对速度探测误差及系统误差进行补偿。

5 结束语

本文首先分析了大偏北角情况下不跟踪状态和跟踪状态的陀螺运动特性,并依此提出了不跟踪及跟踪状态下的两种粗寻北方法。从理论和工程的角度说明不跟踪状态下粗寻北法的局限性,跟踪状态下的粗寻北法更易工程实现。最后,对跟踪状态下的大偏北角粗寻北法进行试验验证,试验结果验证了跟踪状态下粗寻北法的可行性,同时分析得出粗寻北精度不足产生的原因主要是速度最大点的判断误差。因此,设计高精度的伺服跟踪系统可提高粗寻北的精度。

参考文献:

- [1] GUO Jinyun, GUO Shuyuan, LIU Xin. On zero position correction of hanging tape of gyro-theodolite[J]. Survey Review, 2008, 40(308): 129-134.
- [2] ZHONG Qiyuan, TAN Lilong, HUANG Xianxiang, et al. Eliminating noises and improving the seeking north precision of magnetic suspension gyroscope based on heuristic threshold Selection [C]//Shanghai, China: Proceedings of 2011 3rd International Conference on Computer Research and Development (ICCRD 2011), IEEE, IACSIT, 2011.
- [3] 戴宇佳, 郭晓松, 谭立龙, 等. 两次步进预置北限幅设计[J]. 光学 精密工程, 2014, 22(12): 3258-3263.
DAI Yujia, GUO Xiaosong, TAN Lilong, et al. Design of twice stepped limiting program by presetting on north[J]. Opt Precision Eng, 2014, 22(12): 3258-3263.
- [4] 王振业, 郭晓松, 周召发, 等. 摆式陀螺寻北仪的大偏角运动特性分析[J]. 压电与声光, 2013, 35(2): 204-208.
WANG Zhenye, GUO Xiaosong, ZHOU Zhaofa, et al. The motion characteristics in large azimuth of the pendulous gyroscope north-seeker analyzing[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2013, 35(2): 204-208.
- [5] 陈河, 张志利, 周召发, 等. 摆式陀螺大偏北角运动特性研究[J]. 电光与控制, 2013, 20(12): 56-59.
CHEN He, ZHANG Zhili, ZHOU Zhaofa, et al. Research on motion characteristics of pendulous gyroscope in large azimuth[J]. Electronics Optics & Control, 2013, 20(12): 56-59.
- [6] 许江宁, 卞鸿巍, 刘强, 等. 陀螺原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
- [7] 刘洁瑜, 余志勇, 汪立新, 等. 导弹惯性制导技术[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2010.
- [8] MANUEL F P P, MANUEL P M. A generalized mathematical model to analyze the nonlinear behavior of a controlled gyroscope in gimbals[J]. Nonlinear Dyn, 2007, 48: 129-152.
- [9] 刘延柱. 陀螺力学[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2009.
- [10] 李宗春, 李广云, 张冠宇, 等. GYROMAT2000 陀螺经纬仪定向程序探讨[J]. 测绘科学, 2006, 31(5): 107-109.
LI Zongchun, LI Guangyun, ZHANG Guanyu. The discussion on the steps of orientation of GYROMAT2000 [J]. Surveying and Mapping, 2006, 31(5): 107-109.
- [11] 王亚江, 李广云, 邢坤, 等. Gyromat3000 陀螺经纬仪温度影响测试与分析[J]. 测绘科学, 2012, 37(6): 128-129.
WANG Yajiang, LI Guangyun, XING Shen. The measurement and analysis of effects of temperature on GYROMAT3000[J]. Surveying and Mapping, 2012, 37(6): 128-129.