

# 基于阈值优化的压电微动平台迟滞模型

王子宾,崔玉国,宋林,方凡

(宁波大学 机械工程与力学学院,浙江 宁波 315211)

**摘要:**为减少PI迟滞模型无效算子数,进而提高模型的运算速度,采用阈值优化法来改进PI迟滞模型。采用PI迟滞模型拟合被描述对象的实测曲线时,实测曲线在各阈值点处的斜率可用该点处迟滞算子的权重和来表达,该权重和越接近该点曲线的斜率,PI迟滞模型的精度就越高。这样便可在保证模型精度满足要求并使其在各阈值点处相同的情况下,对模型的阈值进行优化,进而减少模型的算子数。根据测得的最大实测升程曲线,基于阈值优化法,建立了压电微动平台的迟滞模型。实验结果表明,所建模型算子数仅为7个,且不含无效算子;在0~15.94  $\mu\text{m}$ 的位移范围内,所建模型的误差变化范围为0.23~0.40  $\mu\text{m}$ ,即1.4%~2.5%。所建模型可较好地描述压电微动平台的迟滞非线性。

**关键词:**微动平台;压电执行器;迟滞模型;阈值优化

**中图分类号:**TN39 **文献标识码:**A

## The Hysteresis Model of Piezoelectric Micro-positioning Stage Based on Threshold Optimization

WANG Zibin, CUI Yuguo, SONG Lin, FANG Fan

(The Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

**Abstract:** In order to reduce the number of invalid operators of PI hysteresis model, and to improve the operation speed of the model, the threshold optimization method is adopted to improve the PI model. When PI hysteresis model is used to fit the measured curves of an object, the slope of the measured curve can be expressed by the weight sum of the operator at each threshold point, the smaller difference between the weight sum and the curve slope, the higher accuracy of the PI hysteresis model. In this way, the threshold of PI hysteresis model can be optimized, and the operator number can be reduced, when the model accuracy meets the requirements and the accuracy is same at each threshold. According to the maximum measured lifting curve, the hysteresis model of a piezoelectric micro-positioning stage is established based on the threshold optimization method. The experimental results show that the numbers of the model operators are only 7, and they do not contain the invalid operators; within the displacement range of 0~15.94  $\mu\text{m}$ , the error range of the model is 0.23~0.40  $\mu\text{m}$ , that is 1.4%~2.5%. The model can better describe the hysteresis nonlinearity of the piezoelectric micro-positioning stage.

**Key words:** micro-positioning stage; piezoelectric actuator; hysteresis model; threshold optimization

### 0 引言

微动平台是一种行程小,精度和分辨率高的微位移机构。其可用于精密加工中的刀具微进给及加工误差的补偿、精密测量过程中传感器的微调节、光纤精密对接过程中的微对准,还可结合其他微执行器(如微夹钳、微探针)对细胞、原子等进行微操作和移植。

压电微动平台采用压电陶瓷执行器驱动,因为压电执行器具有体积小,刚度高,频响快及分辨率高等优点,从而使压电微动平台获得了更广泛的应用。另一方面,由于压电执行器位移输出具有迟滞非线性,从而使微动平台产生定位误差。为了通过相应的控制方法消除微动平台的这种定位误差,需要建

收稿日期:2015-12-01

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175271);教育部留学回国人员科研启动基金资助项目;浙江省高等学校中青年学科带头人学术攀登基金资助项目(Pd2013091)

作者简介:王子宾(1989-),男,河南平顶山人,硕士生,主要从事微/纳米定位技术的研究。崔玉国(1971-),男,教授,博士生导师,主要从事微/纳米定位技术、精密测量技术的研究。

立其迟滞模型。关于描述压电微动平台迟滞特性的数学模型,目前应用最多的有 Krasnoselskii-Pokrovskii(KP)模型<sup>[1]</sup>、广义 Maxwell 滑动模型<sup>[1-2]</sup>、Duhem 模型<sup>[1,3]</sup>、Preisach 模型<sup>[1,4-6]</sup>、Prandtl-Ishlinskii(PI)模型<sup>[1,7-9]</sup>等。其中,PI模型是对 Preisach 模型改进后得到的,即将 Preisach 模型进行离散化,并将 Preisach 模型中的迟滞算子由阶跃函数改为斜坡函数,以更精确地拟合被描述对象的迟滞非线性特性,其算法实现容易、求逆方便,应用更广泛。

本文通过对 PI 模型的阈值进行优化来建立压电微动平台的迟滞模型,以使所建模型算子数较少且不含无效算子,进而在保证模型精度的情况下,提高模型的运算速度。

### 1 PI 迟滞模型描述

PI 模型基于 Backlash 算子来实现,如图 1 所示。Backlash 算子可表达为

$$y = \begin{cases} \omega(x-r) & x - \frac{y}{\omega} = r \\ c & -r < x - \frac{y}{\omega} < r \\ \omega(x+r) & x - \frac{y}{\omega} = -r \end{cases} \quad (1)$$

式中  $x, y, \omega, r$  分别为算子的输入、输出、权重和阈值。通过式(1)可见,Backlash 算子输出与输入间的关系取决于  $r, \omega$ 。

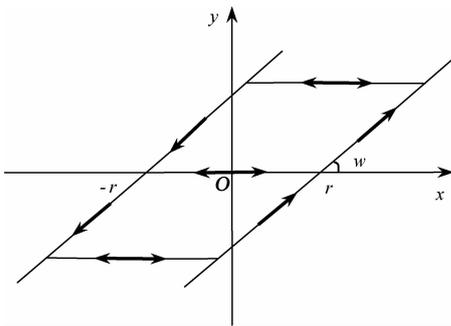


图1 Backlash 算子

为运算方便,Backlash 算子常用数值迭代的形式来描述:

$$y(t) = H_{r,\omega}[x(t), y(0)] = \omega \max\{x(t) - r, \min\{x(t) + r, y(t - T)\}\} \quad (2)$$

式中  $T$  为采样周期。

式(2)的初始条件为

$$y(0) = \omega \max\{x_0 - r, \min\{x_0 + r, y_0\}\} \quad (3)$$

式中:  $x_0 = x(0); y_0$  为算子初值,通常取为 0。

$n$  个阈值及权重不同的 Backlash 算子相加,即

为被描述对象的 PI 迟滞模型:

$$y(t) = \sum_{i=0}^{n-1} H_{r^i, \omega^i} [x(t), y^i(0)] = \sum_{i=0}^{n-1} \omega^i \max\{x(t) - r^i, \min\{x(t) + r^i, y^i(t - T)\}\} = \mathbf{W}^T H_r [x, y_0] \quad (4)$$

式中:  $0 = r^0 < r^1 < \dots < r^{n-1} < +\infty; y^i(0)$  为算子初值,通常均取为 0;  $\mathbf{W}^T = [\omega^0 \ \omega^1 \ \dots \ \omega^{n-1}]$ 。

由式(4)可知,要获得被描述对象的 PI 迟滞模型,应求得阈值  $r^i$ 、权重  $\omega^i$ 。 $r^i, \omega^i$  可采用如下方法求得:

1) 通过实验获得被描述对象在输入从最小值到最大值作用下的实测升程曲线(见图 2),用相应数量的  $r^i$  对该最大实测升程曲线进行划分,从而将其描述为分段线性函数,即

$$\hat{y}(t) = \sum_{j=0}^i \omega^j (r - r^j) \quad r^i < r < r^{i+1}, i = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (5)$$

式中  $\sum_{j=0}^i \omega^j$  为各段线性函数的斜率,即最大实测升程曲线在各阈值点处的斜率,即

$$\frac{d}{dr} \hat{y}(t) = \sum_{j=0}^i \omega^j \quad r^i < r < r^{i+1}, i = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (6)$$

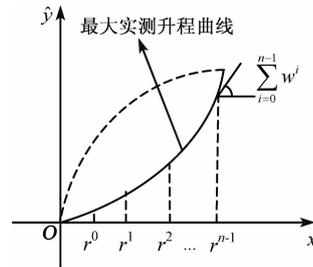


图2 压电微动平台最大实测升程曲线示意图

2) 根据所划分的  $r^i$ ,通过使 PI 迟滞模型曲线  $y(t)$  与最大实测升程曲线  $\hat{y}(t)$  之间误差的二范数  $L_2^2$  为最小,求出各 Backlash 算子的  $\omega^i$ 。 $y(t)$  与  $\hat{y}(t)$  之间误差的二范数为

$$L_2^2 = \min \|\mathbf{W}^T H_r [x, y_0] - \hat{y}(t)\|_2^2 = \min \left\{ \mathbf{W}^T \int_t H_r [x, y_0] H_r [x, y_0]^T dt \cdot \mathbf{W} - 2 \int_t \hat{y}(t) H_r [x, y_0] dt^T \cdot \mathbf{W} + \int_t \hat{y}(t)^2 dt \right\} \quad (7)$$

$st: \mathbf{U} \omega - \mathbf{u} > 0$

其中

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$u = \begin{bmatrix} \epsilon \\ \epsilon \\ \vdots \\ \epsilon \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中  $\epsilon$  为无穷小的正数。

### 2 PI 迟滞模型的阈值优化

由式(5)可知,用 PI 迟滞模型来拟合被描述对象的实测曲线时,拟合精度的高低取决于阈值的划分。通常,为保证所建 PI 迟滞模型的精度,常将阈值区间划分得很小,以使所划分最大实测升程曲线的各段尽量接近于直线,但这使得算子数过多,且其中多数是权重为 0 的无效算子。由式(4)可知,算子数增加,必将增加模型的运算量,从而使模型的求解时间变长。可见,合理划分阈值即对阈值进行优化,在保证模型精度的情况下,减小模型算子数,必将提高模型的求解速度。

由式(6)可知,用 PI 迟滞模型来拟合被描述对象的实测曲线时,最大实测升程曲线在各阈值点处的斜率用该点处迟滞算子的权重和来表达,迟滞算子在各阈值点处的权重和越接近于该点曲线的斜率,PI 迟滞模型的精度就越高。因此,在保证模型精度满足要求并使其在各阈值点处相同的情况下,可根据权重和的大小来划分阈值。本文基于该思想来划分阈值,具体如下:

- 1) 用多项式函数拟合最大实测升程曲线。
- 2) 求出多项式函数在各采样点处的导数(即斜率,该斜率可认为是迟滞算子在相应采样点处的权重)以及所有采样点处的斜率和。
- 3) 将斜率和分为  $n$  等分,其中  $n$  为算子个数。
- 4) 求取各等分斜率和(该斜率和可认为是在各阈值区间的迟滞算子的权重和)处所对应的阈值。

### 3 微动平台迟滞模型的建立

图 3 为测量压电微动平台输出位移的实验系统,该系统包括计算机、多功能卡、驱动电源、执行器、平台和位移传感器。测试过程为:计算机输出相应的控制信号,该信号被 D/A 转换后输出到驱动电源,电源将驱动电压施加给执行器,从而使平台输出位移,传感器测得位移后,经 A/D 转换输出到计算机。

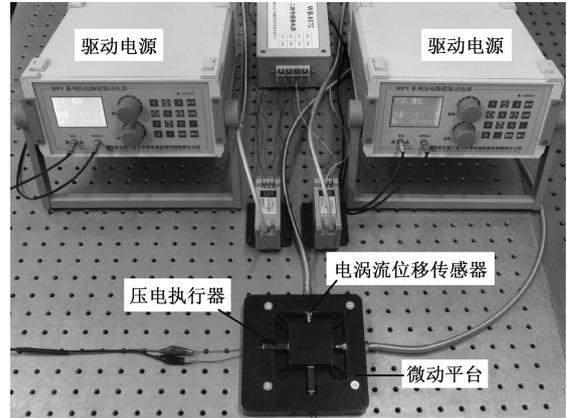


图 3 压电微动平台位移特性测试系统

基于所搭建的实验系统,给压电执行器施加从 0 到 75 V,然后再回到 0 的三角波驱动电压,在测得压电微动平台的最大实测升程曲线后,为了求得平台迟滞模型的合理算子数  $n$ ,将  $n$  分别取为 2~15,通过式(7)可辨识出相应的模型参数  $r^i$  和  $w^i$ 。图 4 为不同算子数下最大实测升程曲线和模型曲线之间的误差。由图可知,当算子数超过 7 后,模型误差的减小已不明显,渐趋稳定,故选择算子数为 7。表 1 为算子数为 7 时所建模型的阈值及权重。由表可知,所建模型中不含权重为 0 的无效算子。

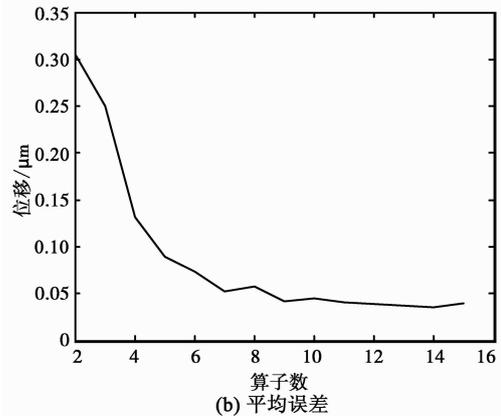
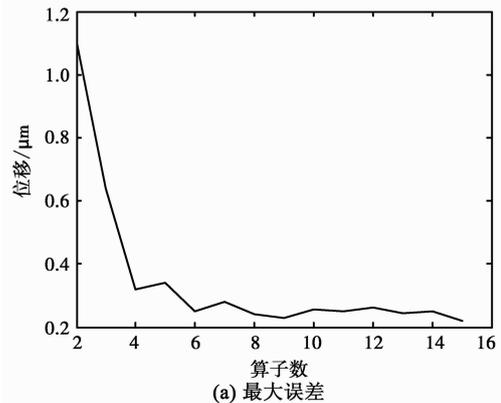


图 4 不同算子数下实测曲线与模型曲线之间的误差

表1 改进PI模型的参数辨识结果

$i$	$r^i$	$w^i$
1	0	0.150 160
2	13.782	0.069 841
3	24.930	0.025 238
4	35.064	-0.057 557
5	44.995	0.0582 18
6	54.926	-0.009 704
7	65.060	-0.020 715

图5是算子数为7时,压电微动平台的迟滞模型。由图可知,模型曲线可较好地拟合实测曲线。在 $0 \sim 15.94 \mu\text{m}$ 的位移范围内,所建模型的误差变化范围为 $0.23 \sim 0.40 \mu\text{m}$ ,即 $1.4\% \sim 2.5\%$ 。

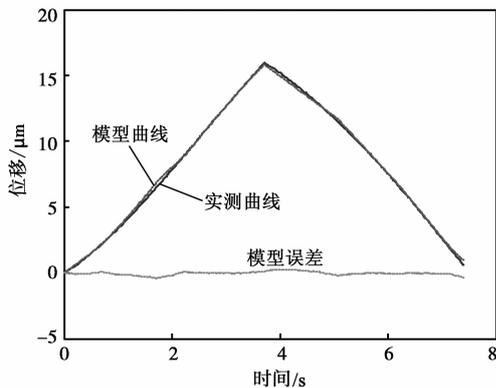


图5 算子数为7时的模型曲线

#### 4 结束语

本文基于阈值优化思想,提出了用于描述压电微动平台迟滞特性的改进PI模型的建立方法,该方法在保证模型精度的情况下,使模型的算子数减小,运算速度加快。基于所提方法,通过实验建立了压电微动平台的迟滞模型。结果表明,所建模型算子数仅为7个,且不含无效算子;在 $0 \sim 15.94 \mu\text{m}$ 的位移范围内,所建模型的误差变化范围为 $0.23 \sim 0.40 \mu\text{m}$ 。所建模型可较好地描述压电微动平台的迟滞非线性。

#### 参考文献:

[1] HASSANI V, TJAHHJOWIDODO T, DO T N. A survey on hysteresis modeling, identification and control [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, 49(1/2): 209-233.

[2] JUHÁSZ L, MAAS J, BOROVIAC B. Parameter identification and hysteresis compensation of embedded piezoelectric stack actuators[J]. Mechatronics, 2011, 21(1): 329-338.

[3] 陈辉, 谭永红, 周杏鹏, 等. 压电陶瓷执行器的动态模型辨识与控制[J]. 光学精密工程, 2012, 20(1): 88-95.

CHEN Hui, TAN Yonghong, ZHOU Xingpeng, et al. Identification and control of dynamic modeling for piezoceramic actuator [J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20(1): 88-95.

[4] 李黎, 刘向东, 侯朝桢, 等. 基于不对称指数函数迟滞算子的压电陶瓷执行器动态 Preisach 迟滞模型[J]. 中国机械工程, 2009, 20(12): 1468-1472.

LI Li, LIU Xiangdong, HOU Chaozhen, et al. Hysteresis Preisach model of a piezoceramic actuator based on asymmetric exponential function hysteresis operators [J]. China Mechanical Engineering, 2009, 20(12): 1468-1472.

[5] PENG J Y, CHEN X B. Novel models for one-sided hysteresis of piezoelectric actuators[J]. Mechatronics, 2012, 22(6): 757-765.

[6] WOLF F, SUTOR A, RUPITSCH S J, et al. Modeling and measurement of creep-and rate-dependent hysteresis in ferroelectric actuators[J]. Sensors and Actuators, 2011, 172(1): 245-252.

[7] 张桂林, 张承进, 李康. 基于PI迟滞模型的压电驱动器自适应辨识与逆控制[J]. 纳米技术与精密工程, 2013, 1(1): 85-89.

ZHANG Guilin, ZHANG Chengjin, LI Kang. Adaptive identification and inverse control of piezoelectric actuators based on PI hysteresis model[J]. Nanotechnology and Precision Engineering, 2013, 1(1): 85-89.

[8] LIU Xiangdong, WANG Ying, GENG Jie, et al. Modeling of hysteresis in piezoelectric actuator based on adaptive filter[J]. Sensors and Actuators, 2013, 189: 420-428.

[9] PARK Y W, SEOK Y T, PARK H J, et al. Hysteresis modeling based on saturation operator without constraints[J]. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 2007, 310(2): 2647-2649.