

光纤陀螺寻北仪四位置参数补偿算法

刘程

(中国电子科技集团公司第二十六研究所,重庆 400060)

摘要:传统四位置寻北方案中,认为对称位置上陀螺的零位、标度因数是固定值且无交叉耦合影响,这点严重制约倾斜下的寻北精度。该文首先推导了倾斜下,四位置寻北的数值计算方法,然后分别建立对称位置的误差模型,采用水平 12 位置法标定误差模型中的残余零位、标度因数和交叉耦合系数,利用补偿参数后得到两个水平分量来参与寻北计算。实验数据表明,在倾斜 10° 范围以内,传统寻北精度随倾斜角度的增加而变差,达到 0.2° , 而采用该文提出的参数补偿法,依旧保持在 0.1° 以内。

关键词:误差模型;参数补偿;四位置;寻北仪

中图分类号: TN253; TP212.1; U666.1 **文献标识码:** A

Parameter Compensation Algorithm for Four-position FOG North Seeker

LIU Cheng

(26th Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Chongqing 400060, China)

Abstract: In the traditional four-position north seeker scheme, it is considered that the gyroscope's bias and scale factor are fixed value on the symmetrical position, and there is no cross-coupling effect, which severely restrict the accuracy of the north seeker in tilt state. In this paper, the numerical calculation method of four-position north seeker in tilt state is derived firstly. And then, the error model of the symmetric position is established and the parameters in the error model, including residual biases, scale factors and cross coupling coefficients, are calibrated by using the horizontal 12-position method. The horizontal components compensated for parameters are used to participate in the north seeker calculation. The experimental data show that within the range of 10° inclination, the accuracy of the traditional north seeker decreases with the increase of the inclination angle and was up to 0.2° , while adopting parameter compensation method proposed in this paper still remains within 0.1° .

Key words: error model; parameter compensation; four-position; north seeker

0 引言

光纤陀螺寻北仪是一种能在静态下全天候自动指示方位的高精度惯性仪表。高精度快速定向系统在军事或民用部门都有广阔的应用前景,军事上的导弹及火炮等武器系统的快速精确定位、定向,民用中的精密大地测量、矿井工程及贯通测量都需要精确的方位基准^[1]。

随着光学陀螺的发展,捷联式寻北仪成为研究的热点,其具有结构简单,寻北时间短,寻北精度较高的优点。基于旋转调制的寻北方案主要有二位置法、四位置法和连续旋转法,很多文献都对寻北误差进行了详细的分析及报道了误差补偿方法^[2-5],但大多数仅分析了陀螺漂移、转位误差、刻度系数误差、倾角误差、纬度误差、重力加速度误差等。然而,在

实际工程应用中,每套陀螺的标度因数并非出厂设定的固定值,且在装配过程中还存在一定的安装误差,表现为交叉耦合参数。对于寻北仪而言,以上两个参数影响寻北的结果所占的误差比率最大,其次是倾角误差,因此需要建立特定的建模来达到补偿的效果。

传统四位置寻北计算过程中,都认为在 4 个位置上陀螺的标度因数和陀螺零位一致,并忽略水平轴向上的交叉耦合影响,这样的忽略最终导致的结果是在双倾斜下寻北,无论是否补偿了倾斜角度,寻北误差依旧很大。本文首先介绍倾斜下四位置寻北原理和数值计算方法,建立单陀螺对称位置误差模型,通过水平 12 位置标定陀螺在对称位置下的标定因数、交叉耦合系数及相应的残差零位。实验数据

收稿日期:2015-09-07

作者简介:刘程(1986-),男,重庆人,工程师,硕士生,主要从事组合导航算法的研究。E-mail:510152097@qq.com。

表明,通过本文建立的误差模型,在双倾斜 10° 的条件下,寻北精度依然在 0.1° 以内。

1 倾斜下陀螺加速计输出

采用东北天坐标系, L 为纬度,北纬为正; ψ 为北向角,顺时针为正; θ 为俯仰角,抬头为正; γ 为横滚角,右倾为正; ω_{ie} 为地球自转角速率; g 为重力加速度。先绕 z 轴转动 $-\psi$,其次绕 x 轴转动 θ ,最后绕 y 轴转动 γ ,陀螺敏感轴和加速度计敏感轴一致,初始时刻均敏感寻北仪基准轴(y 轴),寻北仪与载体固联后,其基准轴与载体首尾线平行。陀螺三轴敏感信息 ω^b 与 ω_{ie} 的关系^[6]为

$$\omega^b = C_y C_x C_z \omega_{ie}^n \quad (1)$$

式中: b 为载体坐标系; n 为当地坐标系; C_z 、 C_x 、 C_y 分别为绕 z 、 x 、 y 轴旋转的姿态矩阵,其值为

$$C_z = \begin{bmatrix} cf & -sf & 0 \\ sf & cf & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & ct & st \\ 0 & -st & ct \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$C_y = \begin{bmatrix} cg & 0 & -sg \\ 0 & 1 & 0 \\ sg & 0 & cg \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: $si, ci (i=t, g, f)$ 分别为对应姿态角 θ, γ, ψ 的正弦值与余弦值,其中 t 对应 θ, g 对应 γ, f 对应 ψ 。

ω_{ie}^n 是地球自转角速率在当地坐标系下的分量,其值为

$$\omega_{ie}^n = [0 \quad \omega_{ie} \cdot cl \quad \omega_{ie} \cdot sl]^T \quad (5)$$

式中 sl, cl 为纬度 L 的正弦与余弦值。

将式(1)展开得到陀螺输出有

$$\omega_x^b = \omega_{ie} (-cg \cdot sf \cdot cl + sg \cdot cf \cdot st \cdot cl - sg \cdot ct \cdot sl) \quad (6)$$

$$\omega_y^b = \omega_{ie} (cf \cdot ct \cdot cl + st \cdot sl) \quad (7)$$

$$\omega_z^b = \omega_{ie} (-sg \cdot sf \cdot cl - cg \cdot cf \cdot st \cdot cl + cg \cdot ct \cdot sl) \quad (8)$$

同理可得加速计输出有:

$$a_x^b = g \cdot sg \cdot ct \quad (9)$$

$$a_y^b = -g \cdot st \quad (10)$$

$$a_z^b = -g \cdot cg \cdot ct \quad (11)$$

2 四位置寻北方案

设光纤陀螺的常值漂移为 ω_0 , 加速度计常值零

偏为 ∇_0 , 忽略随机漂移, 寻北仪四位置转动顺序如图 1 所示。

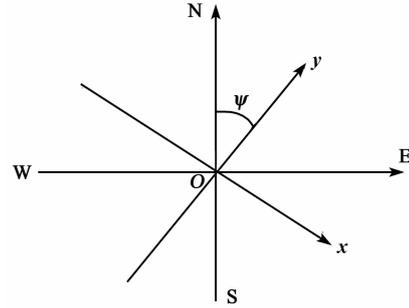


图 1 寻北仪四位置转序

在寻北过程中, 光纤陀螺仪和加速度计在 4 个位置上的输出^[7]分别为

位置 1 时:

$$U_{1o} = \omega_0 + K_g \omega_y^b \quad (12)$$

$$A_{1o} = \nabla_0 + K_a a_y^b \quad (13)$$

位置 2 时:

$$U_{2o} = \omega_0 - K_g \omega_y^b \quad (14)$$

$$A_{2o} = \nabla_0 - K_a a_y^b \quad (15)$$

位置 3 时:

$$U_{3o} = \omega_0 + K_g \omega_x^b \quad (16)$$

$$A_{3o} = \nabla_0 + K_a a_x^b \quad (17)$$

位置 4 时:

$$U_{4o} = \omega_0 - K_g \omega_x^b \quad (18)$$

$$A_{4o} = \nabla_0 - K_a a_x^b \quad (19)$$

式中: $U_{io} (i=1, 2, 3, 4)$ 为陀螺在 4 个位置上的输出; $A_{io} (i=1, 2, 3, 4)$ 为加速度计在 4 个位置上的输出; K_g, K_a 分别为陀螺和角速度计的标度因素。将式(12)、(13)减去式(14)、(15), 式(16)、(17)减去式(18)、(19), 并结合式(9)~(11)可计算出姿态角为

$$st = \frac{-(A_{1o} - A_{2o})}{2} g \quad (20)$$

$$cg = \frac{(A_{3o} - A_{4o})}{2g \cdot ct} \quad (21)$$

由于 θ, γ 的值在 $\pm 90^\circ$ 之间, 因此, 其正弦、余弦值均为单值, 根据式(20)、(21)可计算出 ct, sg , 到此姿态信息全部已求解。

3 解析法求解纬度和方位

同样, 将式(12)、(13)减去式(14)、(15), 式(16)、(17)减去式(18)、(19)可计算出光纤陀螺在 y, x 轴的输出, 并结合式(6)~(8), 将未含方位信息的项移到等号左边, 经移项整理后有

$$M - st \cdot sl = ct \cdot cl \cdot cf \quad (22)$$

$$N + sg \cdot ct \cdot sl = sg \cdot st \cdot cl \cdot cf - cg \cdot cl \cdot sf \quad (23)$$

其中

$$M = \frac{U_{2_0} - U_{2_0}}{2K_g \omega_{ie}} \quad (24)$$

$$N = \frac{U_{3_0} - U_{4_0}}{2K_g \omega_{ie}} \quad (25)$$

根据式(22)、(23)解算方位的余弦和正弦值,有

$$cf = \frac{M - sl \cdot st}{cl \cdot ct} \quad (26)$$

$sf =$

$$\frac{\left(\frac{sg \cdot st \cdot M}{ct} - N\right) - sl \left(\frac{sg \cdot st^2}{ct} + sg \cdot ct\right)}{cl \cdot cg} \quad (27)$$

恒等式为

$$cf^2 + sf^2 = 1 \quad (28)$$

将式(26)、(27)代入式(28)并结合 $cl^2 = 1 - sl^2$,

整理可得

$$x^2 + Bx + C = 0 \quad (29)$$

其中

$$x = sl \quad (30)$$

$$B = 2(N \cdot ct \cdot sg - M \cdot st) \quad (31)$$

$$C = (M \cdot cg)^2 + (M \cdot st \cdot sg - N \cdot ct)^2 - (ct \cdot cg)^2 \quad (32)$$

由式(29)可知,该等式是一个关于纬度正弦值的一元二次方程,通过解算该方程可得寻北测量点的纬度信息。

$$L = a \sin\left(\frac{-B + \sqrt{B^2 - 4C}}{2}\right) \quad (33)$$

将上式解算的纬度信息代入式(26)、(27),并结合式(20)、(21)计算得到的姿态信息,便可计算出方位信息。

4 陀螺误差建模

从式(13)~(19)中可发现,传统四位置寻北法中,认为在4个位置上,陀螺的零位、标度因数一致,且忽略水平面内的交叉耦合影响。而忽略了以上的因素,都会造成寻北误差^[8],因此需要对式(13)~(19)进行误差项扩展。扩展误差项后,光纤陀螺仪在4个位置上的输出如下:

位置1时:

$$U_1 = \omega_{1_0} + K_{xy1} \omega_x^b + K_{g1} \omega_y^b + K_{zy1} \omega_z^b \quad (34)$$

位置2时:

$$U_2 = \omega_{2_0} - K_{xy2} \omega_x^b - K_{g2} \omega_y^b + K_{zy2} \omega_z^b \quad (35)$$

位置3时:

$$U_3 = \omega_{3_0} + K_{g3} \omega_x^b - K_{yr3} \omega_y^b + K_{zr3} \omega_z^b \quad (36)$$

位置4时:

$$U_4 = \omega_{4_0} - K_{g4} \omega_x^b + K_{yr4} \omega_y^b + K_{zr4} \omega_z^b \quad (37)$$

式中: U_j ($j=1,2,3,4$)为在4个位置上的光纤陀螺输出; ω_{j_0} 为4个位置上的光纤陀螺零位; K_{gj} 为4个位置上的光纤陀螺标度因数; K_{xy} 、 K_{zy} 、 K_{yr} 、 K_{zr} 是相应位置上的交叉耦合系数。

将式(34)减去式(35),左右两边同时除以2可得

$$\frac{U_1 - U_2}{2} = \frac{\omega_{1_0} - \omega_{2_0}}{2} + \frac{(K_{xy1} + K_{xy2})}{2} \omega_x^b + \frac{(K_{g1} + K_{g2})}{2} \omega_y^b + \frac{(K_{zy1} - K_{zy2})}{2} \omega_z^b \quad (38)$$

在四位置寻北过程中,参与寻北计算的主要是水平面内的 ω_x^b 、 ω_y^b ,因此将式(38)改为

$$U_{12} = \omega_{12_0} + K_{xy} \omega_x^b + K_{g12} \omega_y^b \quad (39)$$

式中: ω_{12_0} 为位置1、2减去固定零位后剩余零位残差和天向对输出轴影响的残差均值; K_{xy} 为 x 轴对 y 轴输出的交叉耦合系数均值,或是陀螺敏感轴在位置1、2时,位置3、4对输出轴的影响系数均值; K_{g12} 为陀螺敏感轴在位置1、2时的标度因数均值。式(39)相对式(38)略去天向分量的交叉耦合影响,这样做的好处是通过4个对称位置可建立2个二元一次方程组,联解 ω_x^b 、 ω_y^b ,若考虑天向分量,通过4个对称位置只能建立2个三元一次方程组,无法求解。另一个原因是对称位置上天向分量影响量级是一致的,再相减,天向分量影响就更小,因此可以将剩余的残差纳入 ω_{12_0} 中。

同理,将式(37)减去式(36),左右两边同时除以2可得

$$U_{43} = \omega_{43_0} + K_{g43} \omega_x^b + K_{yr} \omega_y^b \quad (40)$$

采用式(39)、(40)建立的误差模型相对传统解算有如下考虑:

1) 对称位置上的零位并非能够完全对消掉,还剩部分残余误差,该残余误差包含陀螺漂移项、天向对水平输出轴的影响分量残差,天向残差主要是由于转位时,天向轴向不稳导致的。

2) 标度因数并非陀螺固定出产标度因数,而是

对称位置上标定因数的均值,且位置 1、2 和位置 3、4 上的标定因数不一致。

3) 水平面内的交叉耦合系数,也是对称位置上的均值,且位置 1、2 和位置 3、4 上的系数也不一致,这点主要是由于转位机构存在转位误差导致。以上 3 个考虑也是相对传统寻北计算的优点所在,通过补偿相应的参数,联合式(39)、(40)可解算出水平分量 ω_x^b 、 ω_y^b ,从而可提高四位置寻北精度。

5 陀螺参数标定

为了有效计算出水平面内的分量 ω_x^b 、 ω_y^b ,需要知道式(39)、(40)中的 6 个参数,本文采用水平静态 12 位置法来标定以上参数。在标定的位置转台上,让寻北仪 y 轴初始指向北向,然后顺时针依次增加 30°方位,标定到 330°方位,共计 12 组数组。在每个标定的方位下,光纤陀螺在 4 个位置上的数据输出为 U_{1_i} 、 U_{2_i} 、 U_{3_i} 和 U_{4_i} ($i=1,2,\dots,12$),通过最小二乘处理可以对光纤陀螺误差模型的系数进行估计。

$$Y = \begin{bmatrix} U_{12_1} & U_{12_2} & \dots & U_{12_i} \\ U_{43_1} & U_{43_2} & \dots & U_{43_i} \end{bmatrix}^T \quad (41)$$

其中

$$U_{12_i} = \left(\frac{U_{1_i} - U_{2_i}}{2} \right) \quad (42)$$

$$U_{43_i} = \left(\frac{U_{4_i} - U_{3_i}}{2} \right) \quad (43)$$

$$X = \begin{bmatrix} \omega_{12_0} & K_{xy} & K_{g12} \\ \omega_{43_0} & K_{gx} & K_{g43} \end{bmatrix}^T \quad (44)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\omega_n \sin 0 & \omega_n \cos 0 \\ 1 & -\omega_n \sin \frac{\pi}{6} & \omega_n \cos \frac{\pi}{6} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & -\omega_n \sin \frac{\pi(i-1)}{6} & \omega_n \cos \frac{\pi(i-1)}{6} \end{bmatrix} \quad (45)$$

式中: $\omega_n = \omega_{ie} \cos l$ 为地球自转角速度在北向分量。组成线性方程

$$Y = AX \quad (46)$$

其最小二乘解为

$$X = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (47)$$

在求得光纤陀螺误差模型的参数后,代入式(39)、(40)可求得水平面内的两个分量。

$$\omega_x^b = \frac{(U_{43} - \omega_{43_0})K_{g12} - (U_{12} - \omega_{12_0})K_{gx}}{K_{g12}K_{g43} - K_{xy}K_{gx}} \quad (48)$$

$$\omega_y^b = \frac{(U_{12} - \omega_{12_0})K_{g43} - (U_{43} - \omega_{43_0})K_{xy}}{K_{g12}K_{g43} - K_{xy}K_{gx}} \quad (49)$$

将参数补偿后计算得到的式(48)、(49),代入式(22)~(33),就可以完成补偿参数方法下的寻北计算。

6 实验数据计算与分析

按照第 5 节介绍的标定方法,在位置转台上进行水平 12 位置参数标定,其标定结果如表 1 所示。

表 1 标定参数

参数名	数值	参数名	数值
ω_{12_0}	0.222 375	ω_{43_0}	2.967 25
K_{xy}	-0.002 468 697 64	K_{gx}	0.001 812 797 3
K_{g12}	1 000 045.874 09	K_{g43}	999 237.851 86

由表 1 可知,对称位置上相减并不能完全抵消掉零位,还剩余部分残差零位;标度因数并非出产设置的 100 万,并且水平面内还存在一定的交叉耦合。为检验参数补偿法与传统计算寻北算法效果,在标定的三轴转台上做以下几种对比实验,即双倾斜 3°、5°、8°、10°,每种双倾斜又分俯仰正横滚正、俯仰正横滚负、俯仰负横滚正、俯仰负横滚负 4 中情况。每种情况均进行 12 位置圆周采集,计算圆周精度,其数据对比分析如表 2 所示。

表 2 双倾寻北实验参数补偿前、后对比

倾斜 角度	3°		5°	
	补偿前	补偿后	补偿前	补偿后
俯仰+横滚+	0.068	0.037	0.084	0.073
俯仰-横滚+	0.052	0.041	0.071	0.047
俯仰-横滚-	0.084	0.046	0.124	0.066
俯仰+横滚-	0.085	0.073	0.159	0.087
倾斜 角度	8°		10°	
	补偿前	补偿后	补偿前	补偿后
俯仰+横滚+	0.142	0.060	0.191	0.074
俯仰-横滚+	0.113	0.069	0.130	0.039
俯仰-横滚-	0.139	0.049	0.156	0.062
俯仰+横滚-	0.172	0.063	0.190	0.056

由表 2 可知,参数补偿后的寻北圆周精度优于补偿前的精度,且倾斜角度越大,传统寻北解算方法圆周精度越差,到达 0.19°,远达不到寻北技术指标 0.1°的要求;而参数补偿后的结果,在双倾 10°内,依

旧能满足指标要求,说明参数补偿法是有效的。

7 结束语

传统四位置寻北方案中,认为陀螺在 4 个位置上的零位,标度因数是固定值,采用对称位置相减来抵消零位,并且忽略掉交叉耦合影响。以上因素都将会导致寻北精度的降低,尤其是在倾斜寻北下。本文首先推导倾斜下的寻北数值计算方法,在对称位置上建立相应的陀螺误差模型,该模型中考虑对称位置上的零位残差,标定因数不一致以及水平交叉耦合,然后采用水平 12 位置方法来标定模型中的 6 个参数。从实验数据来看,采用参数补偿法进行寻北计算能满足倾斜在 10° 内的的寻北精度,说明本文建立的方位解析法和误差参数补偿是有效的。

参考文献:

- [1] 刘春宇. 全姿态挠性陀螺寻北仪的研制及其数据处理技术[D]. 上海: 上海交通大学, 2002.
- [2] 姜璐, 于运治, 姜庆国. 二位置光纤陀螺寻北方案及误差分析[J]. 兵工自动化, 2012, 31(3): 55-57.
JIANG Lu, YU Yunzhi, JIANG Qingguo. Two-position optical fibre gyro north-seeking scheme and error analysis[J]. Ordnance Industry Automation, 2012, 31(3): 55-57.
- [3] 王丽芬, 谢英, 杨功流, 等. 基于光纤陀螺的捷联寻北仪误差分析[J]. 光电工程, 2011, 38(5): 46-51.
WANG Lifen, XIE Ying, YANG Gongliu, et al. Error analysis of the strap-down north-finder based on the fiber optic gyroscope[J]. Opto-Electronic Engineering, 2011, 38(5): 46-51.
- [4] 白云超, 李学琴, 马小辉, 等. 采用旋转调制技术的高精度陀螺寻北方案[J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18(4): 421-424.
BAI Yunchao, LI Xueqin, MA Xiaohui, et al. High precision north determining scheme based on rotation modulation technology[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2010, 18(4): 421-424.
- [5] 王亮, 谭立龙, 仲启媛. 磁悬浮陀螺寻北仪信号去噪方法[J]. 四川兵工学报, 2012(5): 32-34.
- [6] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 7-8.
- [7] 张馨, 王宇. 光纤陀螺寻北仪航向效应误差分析和补偿[J]. 弹箭与制导学报, 2010, 5(30): 54-58.
ZHANG Xin, WANG Yu. Error analysis and compensation of heading effect for FOG north seeker[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2010, 5(30): 54-58.
- [8] 王文霞. 光纤陀螺寻北方案研究和比较[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2009.
- [2] HEDIYEH H, SAYED T, ZAKI M H, et al. Pedestrian gait analysis using automated computer vision techniques[J]. Transportmetrica A: Transport Science, 2014, 10(3): 214-232.
- [3] MA R, GUO Q, HU C, et al. An improved WiFi indoor positioning algorithm by weighted fusion[J]. Sensors, 2015, 15(9): 21824-21843.
- [4] LUOH L. ZigBee-based intelligent indoor positioning system soft computing[J]. Soft Computing, 2014, 18(3): 443-456.
- [5] SHIN S H, PARK C G. Adaptive step length estimation algorithm using optimal parameters and movement status awareness[J]. Medical Engineering & Physics, 2011, 33(9): 1064-1071.
- [6] TIAN Z, ZHANG Y, ZHOU M, et al. Pedestrian dead reckoning for MARG navigation using a smartphone[J]. Eurasip Journal on Advances in Signal Processing, 2014, 2014(1): 1-9.
- [7] KOSE A, CERREATTI A, DELLA CROCE U. Bilateral step length estimation using a single inertial measurement unit attached to the pelvis[J]. J Neuroeng Rehabil, 2012, 9(9): 0003-9.
- [8] JAHN J, BATZER U, SEITZ J, et al. Comparison and evaluation of acceleration based step length estimators for handheld devices[C]//Zurich: Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 2010 International Conference on IEEE, 2010: 1-6.
- [9] 薛洋. 基于单个加速度传感器的人体运动模式识别[D]. 广州: 华南理工大学, 2011.
- [10] HARLE R. A survey of indoor inertial positioning systems for pedestrians[J]. Communications Surveys & Tutorials, IEEE, 2013, 15(3): 1281-1293.
- [11] 沈强, 刘洁瑜, 王杰飞, 等. MEMS 陀螺仪随机误差的动态辨识[J]. 压电与声光, 2014, 36(6): 945-948.
SHEN Qiang, LIU Jieyu, WANG Jiefei, et al. Dynamic identification of MEMS gyros random error terms[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2014, 36(6): 945-948.

(上接第 769 页)