

Cordic 算法在半球陀螺中的应用及实现

韩世川, 严隆辉, 蒋春桥, 方 针, 江 黎, 方海斌

(中国电子科技集团公司第二十六研究所, 重庆 400060)

摘 要:半球谐振陀螺仪是一种新型长寿命、高可靠和高精度固体振动陀螺仪,其谐振频率会随环境温度的改变而变化,这种变化会对陀螺的控制精度产生不利影响。在介绍半球谐振陀螺基本控制原理的基础上,提出了一种基于 Cordic 算法的数字锁相环(DPLL),并给出 Cordic 算法的原理及在现场可编程门阵列(FPGA)上的设计方法。通过 Modelsim 仿真软件给出了时序仿真结果,系统主时钟 20 MHz,频率精度为 0.004 6 Hz,相位精度为 0.06°,7.2 万门 FPGA 的资源利用率为 65%。性能测试结果表明,在 4.5~5 kHz 内,该低频数字锁相环实现了对半球陀螺频率、相位缓慢变化的精确跟踪功能。

关键词:半球谐振陀螺仪;Cordic 算法;数字锁相环(DPLL);可编程门阵列(FPGA)

中图分类号:TP24 **文献标识码:**A

Application and Implementation of CORDIC Algorithm in HRG

HAN Shichuan, YAN Longhui, JIANG Chunqiao, FANG Zhen, JIANG Li, FANG Haibin

(26th Institute of China Electronic Technology Group Corporation, Chongqing 400060, China)

Abstract:HRG(Hemispherical Resonator Gyro) is a new kind of solid state vibratile gyro with high-precision, high-reliability and long-life. The resonant frequency's change with the temperature will have a disadvantageous effect on Gyro's control precision. The basic control principle of HRG is introduced in this paper, and a DPLL based on the Cordic algorithm is proposed. The Cordic algorithm principle and the design method on FPGA have been given. The simulation with Modelsim shows that the frequency precision is 0.004 6 Hz and the phase precision is 0.06°, when the system main clock is 20 MHz. The efficiency of FPGA with 7.2 ten thousands gates is 65%. The results of performance test show that the slow frequency DPLL realize the function of accurate following the slow change of HRG's vibratile frequency and phase from 4.5 kHz to 5 kHz.

Key words:HRG; Cordic algorithm; DPLL; FPGA

0 引言

半球谐振陀螺仪是一种高精度、高可靠性和长寿命的新型惯导级固体陀螺仪,它是利用半球壳唇缘的径向驻波进动效应来感测基座旋转的一种新型振动陀螺。由于半球谐振陀螺仪无高速运动部件,内部功耗小,对磁场不敏感,加速度灵敏度可忽略,潜在的失效因数最少,因而其具有很高的测量精度,超强的稳定性和可靠性。由半球谐振陀螺仪构建的惯性姿态敏感单元是航天任务最理想的选择^[1]。

由于半球谐振陀螺的振动频率与外界环境温度的变化相关^[2],需要有一个相位同步系统,跟踪陀螺的振动信号频率与相位的变化,同步系统的精度决

定了陀螺的解调精度及控制精度。本文介绍了一种基于 Cordic 算法的相位同步系统,利用现场可编程门阵列(FPGA)有限的硬件资源,实现了 4.5~5 kHz 低频数字锁相环(DPLL)。频率、相位精度优于当前基于只读存储器(ROM)查找表方式的直接数字频率合成器(DDS),节省了硬件存储资源。

1 半球谐振陀螺基本原理

半球谐振陀螺是一种基于哥式力的新型固态振动陀螺,主要由静电激励罩、酒杯型半球谐振子和驻波敏感读出基座 3 部分组成。其基本工作原理可简单概括为:半球形谐振子在谐振状态下产生驻波振动,当半球谐振子以角速率 ω 旋转时,驻波振动将

收稿日期:2016-04-01

基金项目:重点预研基金资助项目(9140A09012015DZ36025)

作者简介:韩世川(1984-),男,重庆涪陵人,工程师,硕士,主要从事半球谐振陀螺技术研究。

受哥氏力作用相对半球谐振子进动,且驻波振动的振型进动速率与输入角速率成比例关系^[3]。输出角与输入角速率之间的传递函数为 0.3 (°)/s,如图 1 所示。

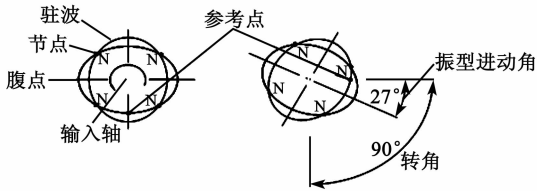


图 1 陀螺进动示意图

其基本控制原理如图 2 所示,缓冲放大电路将半球陀螺的机械振动信号转化为微弱的电信号波腹点 C,波节点 S。S、C 信号经信号调理放大后,分别进入相位同步系统、信号解调。经过信号解调,得到正交控制、力反馈控制、幅度控制 3 个环路的控制量^[4]。相位同步系统在半球谐振陀螺的解调控制系统中,主要用来产生同步解调的本地参考信号,以及产生力反馈、幅度高压驱动调制的载波信号。

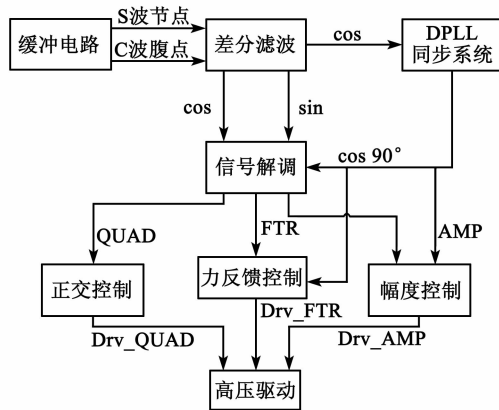


图 2 半球谐振陀螺控制基本原理图

2 Cordic 算法

坐标旋转数字计算(简称 Cordic 算法)是一种循环迭代算法,通过一系列简单的二进制数字移位和加减运算,完成坐标的矢量旋转,适合计算机操作。Cordic 算法有旋转和矢量两种操作模式。本文采用旋转模式实现角度到其对应正、余弦值的计算^[5]。

如图 3 所示,坐标轴内的起始向量 (x_i, y_i) 到目标向量 (x_j, y_j) ,需要逆时针旋转角度 θ ,坐标角度关系^[6]可表达为

$$\begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix} = \cos \theta \begin{bmatrix} 1 & -\tan \theta \\ \tan \theta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$x_j = x_i \cos \theta - y_i \sin \theta \quad (2)$$

$$y_j = y_i \cos \theta + x_i \sin \theta \quad (3)$$

由式(2)、(3)可得

$$x_j = \cos \theta (x_i - y_i \tan \theta) \quad (4)$$

$$y_j = \cos \theta (y_i + x_i \tan \theta) \quad (5)$$

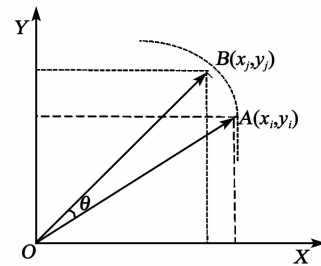


图 3 Cordic 算法向量旋转的坐标表示

假设经过 n 次坐标旋转,向量 OA 旋转到向量 OB 的旋转角度为 θ , θ 由 n 个特殊的 θ_n 叠加而成。由式(1)可知,第 n 次旋转的坐标角度为

$$\begin{bmatrix} X_{n+1} \\ Y_{n+1} \end{bmatrix} = \cos \theta_n \begin{bmatrix} 1 & -\tan \theta_n \\ \tan \theta_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_n \\ Y_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

由向量 OA 旋转得到向量 OB , n 步叠加,得到

$$\begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \end{bmatrix} = \cos \theta_0 \cos \theta_1 \cdots \cos \theta_n \begin{bmatrix} 1 & -\tan \theta_0 \\ \tan \theta_0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} 1 & -\tan \theta_n \\ \tan \theta_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

归一化为 1,二进制数据右移 1 位表示为 2^{-1} ,右移 n 位为 2^{-n} ,故取 $\theta_n = \arctan\left(\frac{1}{2^n}\right)$,即 $\tan \theta_n = S_n 2^{-n}$, S_n 为符号位,由每一步的具体情况而定,表示当次旋转的方向。式(7)中的 $\cos \theta_0 \cos \theta_1 \cdots \cos \theta_n$ 连乘的极限,即

$$K = \prod_{n=0}^{\infty} \cos \theta_n = \prod_{n=0}^{\infty} \cos \left[\arctan\left(\frac{1}{2^n}\right) \right] \approx 0.607253 \quad (8)$$

由于 $\cos \theta_0 \cos \theta_1 \cdots \cos \theta_n$ 连乘的极限可以计算,简化式(6),可得

$$\begin{bmatrix} X_{n+1} \\ Y_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -S_n 2^{-n} \\ S_n 2^{-n} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_n \\ Y_n \end{bmatrix} \quad (9)$$

在 $K = \cos \theta_0 \cos \theta_1 \cdots \cos \theta_n \approx 0.607253$ 已知的情况下,起始向量 OA ,经过 n 次坐标旋转,可由式

(4)经 n 次循环迭代计算得到目标向量 OB 。计算的精度由 n 的大小决定,即旋转的次数, n 越大,每次旋转的角度越小,精度越高。

下面介绍具体已知 θ ,求 $\cos \theta$ 的步骤^[7-8],建模如下:

起始向量 $OA=[X_i, Y_i, \theta_i]=[1, 0, 0]$,终止向量 $OB=[X_j, Y_j, \theta_j]=[\cos \theta, \sin \theta, \theta]$,如图 4 所示。

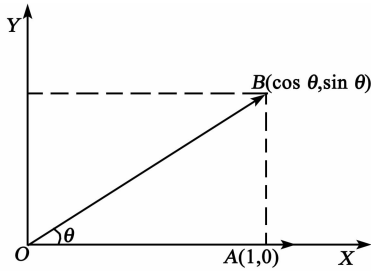


图 4 向量旋转坐标图

OA 旋转经过 n 步旋转得到 OB ,算法流程图如图 5 所示。设 Z_n 为经过 n 步旋转后,得到的结果与 θ 的差值,即 $Z_n = \theta - \sum_{i=0}^n \theta_i$,通过这样的假设可得

$$S_n = \begin{cases} 1 & Z_n \geq 0 \\ -1 & Z_n < 0 \end{cases} \quad (10)$$

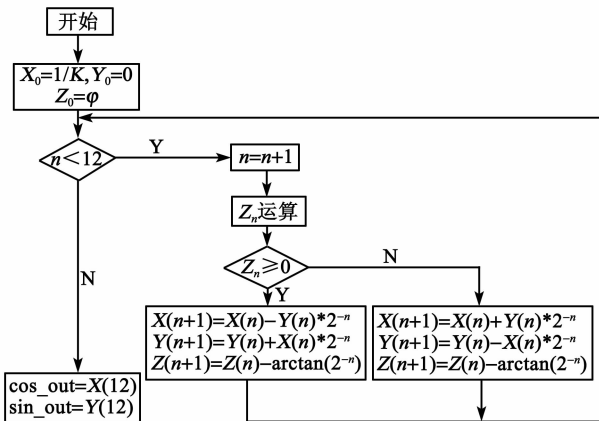


图 5 Cordic 算法流程图

3 基于 CORDIC 算法的 DPLL 的 FPGA 实现

软件设计采用分层设计法。底层的软件设计为正、余弦计算,完成由角度相位到正、余弦值的计算;在正、余弦计算的基础上增加相位累加部分,形成正、余弦波发生器;在正、余弦波发生器的基础上,增加鉴相器,完成对输入方波信号和输出信号的鉴相,形成闭环,完成数字锁相环(DPLL)的设计;在完成 DPLL 设计的同时,完成数字模拟转换器(DAC)时

序控制设计。其基本层次关系如图 6 所示。

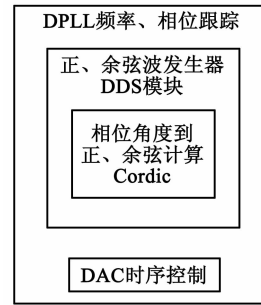


图 6 软件设计层次关系图

软件由以下几个模块组成:由角度到正、余弦的计算;累加角度实现正弦波相位的周期性变化;鉴相器模块来检测相位的超前滞后,实现对陀螺波腹点正弦振动信号相位与同步信号的鉴相;DAC 时序控制模块完成 D/A 时序控制,DPLL 软件模块框图如图 7 所示。

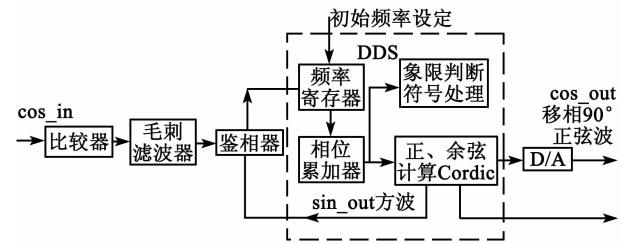


图 7 DPLL 软件模块框图

4 测试验证

4.1 Cordic 算法仿真测试验证

假设输入、输出数据量化为 12 位,输入 16 进制数据 554,乘以量化单位,即 $1\ 364 \times 90^\circ / (2^{12} - 1) = 29.98^\circ$;输出正弦数据 10 进制为 2 046,乘以量化单位,即 $2\ 046 / (2^{12} - 1) = 0.499\ 633\ 7$,实际值为 0.499 6;同理,余弦数值为 3 546,乘以量化单位,余弦值为 0.865 722 656 25,实际值为 0.866 3。测试了 $45^\circ, 60^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 330^\circ, 10^\circ, 89^\circ$ 等角度,与实际值基本相符合。仿真结果表明,Cordic 模块功能正常,符合设计要求,如图 8 所示。

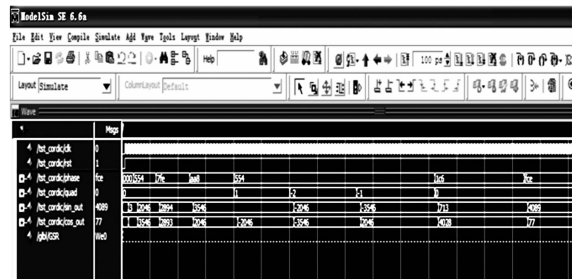


图 8 Cordic 模块测试结果

4.2 DDS 仿真测试验证

输入的主时钟频率为 22.118 4 MHz,控制字 F 为 999 224,陀螺频率 = $(22.118 4 \text{ MHz} / 2^{32}) \times f = 5 145.845 \text{ Hz}$,测试生成的 sin_out 数据的符号位频率作为正弦波的频率,测量结果为 5 145.867 Hz,与设计值基本符合。sin_out 与 cos_out 相位相差 89.96°,互相正交。仿真结果表明,DDS 模块功能正常,符合设计要求,如图 9 所示。

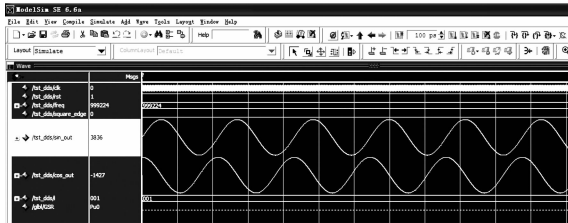


图 9 DDS 模块测试结果

4.3 DPLL 仿真测试验证

输入的主时钟频率为 20 MHz,输入的方波频率为 4 737.08 Hz,测试经过锁相环路跟踪后生成的方波信号 s_square,频率为 4 737.087 Hz,相位差为 90.09°。输出与输入方波的相位关系在正、负 1 个主时钟周期内跳动,与设计相符。锁相后的正、余弦波形 cos_wire、sin_wire 彼此正交,频率为 4 737.087 Hz,DDS 的频率控制字为 F85C2 正、负 1 个字跳动,达到 $20 \text{ MHz} / 2^{32}$ 的频率精度,与设计相符。仿真结果表明,DPLL 模块功能正常,符合设计要求,如图 10 所示。

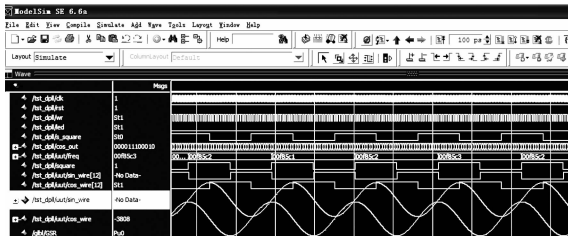


图 10 DPLL 模块测试结果

4.4 DPLL 实物验证

通过硬件电路设置输入信号的频率为 4 500 Hz, FPGA 软件需要在 4 500~4 550 Hz 内跟踪输入信号的频率改变。调节信号源改变输入信号频率,输出能迅速跟踪输入信号的频率变化,输出正弦波信号幅度稳定,FPGA 软件单机功能正常。测量输入方波与输出方波频率一致,相位相差 90.06°,同步生产的正弦波幅度为 5.05 V,符合半球谐振陀螺控

制回路同步解调驱动信号要求。

5 结束语

本文简单分析了 Cordic 算法的基本原理及其 FPGA 算法流程,利用 Cordic 算法实现了对应角度的正、余弦值计算,进而实现了性能优于 ROM 结构的 DDS。通过 Modelsim 仿真软件,做了 Cordic 算法、DDS、DPLL 模块的仿真,最终在 7.2 万门的 FPGA 上,资源利用率为 65%,实现了 4.5~5 kHz 的低频数字锁相环的功能。该设计已运用到半球谐振陀螺控制电路中,实现了对半球陀螺振动频率、相位随温度缓慢变化的跟踪,提高了陀螺的温度性能和随机漂移指标。该设计对类似的,有低频数字锁相需求的系统,有很大的借鉴作用。

参考文献:

- [1] 吕志清. 半球谐振陀螺在宇宙飞船上的应用[J]. 压电与声光,1999,21(5):349-353.
LV Zhiqing. The application of HRG in the spacecraft [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 1999, 21(5): 349-353.
- [2] 周强,覃施甦,方海斌,等. 半球谐振陀螺温度特性及补偿分析[J]. 压电与声光,2015, 37(5):818-820.
ZHOU Qiang, QIN Shisu, FANG Haibin, et al. The temperature characteristic and compensating analysis of HRG[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2015, 37(5):818-820.
- [3] 雷霆,彭慧,丁琴华,等. 半球陀螺微振动电容检测模型与分析[J]. 压电与声光,2011,33(1):34-35.
LEI Ting, PENG Hui, DING Qinghua, et al. Modeling and analysis of slight vibration capacitance of HRG[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2011, 33(1):34-35.
- [4] 陈小娟,李恺,王德钊,等. 半球谐振陀螺力反馈控制回路设计[J]. 空间控制技术与应用,2012,38(3):33-34.
- [5] 王勇,吕善伟,冯克明. 基于CORDIC算法的DDS在铷原子频标中的应用[J]. 宇航测试技术,2005, 25(3):15-18.
- [6] 张朝杰,金小军,郑阳明,等. 基于CORDIC算法的微小卫星接收机设计及实现[J]. 浙江大学学报,2008,42(6):960-962.
- [7] 侯武威,袁安民,赵颖辉. 基于CORDIC算法的数字下变频技术设计与实现[J]. 电子设计工程,2012,20(9):35-37.
- [8] 王玉良. 基于CORDIC算法的PLL在FPGA中的实现[J]. 计量学报,2012,33(3):259-262.