文章编号:1004-2474(2017)03-0472-07

基于二阶插值滤波的室内航向估计算法研究

周广平,贺锋涛,赵胜利,关云静
(西安邮电大学 电子工程学院,陕西 西安 710121)

摘　要:在室内行人导航中,为获取精确的航向角,提出了一种基于二阶插值滤波的航向估计算法。该算法通过建立四元数姿态运动测量模型,采用二阶插值滤波对陀螺仪、加速计和磁强计的测量数据进行数据融合,实现航向角解算,以过程噪声和测量噪声为设计参数,构造自适应噪声协方差矩阵,实现协方差误差估计最小化。通过对行走长方形参考路径得到的数据进行处理,加速计和磁强计组合与陀螺仪航向估计算法动态误差分别为13.6°和6.9°,采用二阶插值滤波航向估计算法后动态误差为2.3°。实验结果表明,该算法有效提高了航向估计的精度,减小了陀螺仪漂移、载体的线性加速度和周围局部磁场干扰对航向估计的影响。

关键词:室内导航;插值滤波;四元数;微机电系统(MEMS);航向估计

中图分类号:TN966; U666.12　　**文献标识码**:A

Study on A Heading Estimation Algorithm Based on Second-order Divided Difference Filter

ZHOU Guangping, HE Fengtao, ZHAO Shengli, GUAN Yunjing
(College of Electronic Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China)

Abstract: A heading estimation algorithm based on second-order divided difference filter (DDF2) was presented to obtain the high accuracy of the heading angle in the indoor pedestrian navigation. Through establishing a quaternion attitude movement measurement model, the heading angle calculation was realized by using the DDF2 to fusion the measured data of the gyroscope, accelerometer and magnetometer. By using the process noise and measurement noise as the design parameters, the adaptive noise covariance matrix is constructed to minimize the covariance error estimation. By processing the data obtained from the rectangular reference path, the dynamic errors from the combination of accelerometer and magnetometer as well as the gyro heading estimation algorithm were 13.6°, 6.9° respectively, while the dynamic error was 2.3° after DDF2 heading estimation algorithm was used. The experimental results showed that the proposed algorithm has effectively improved the accuracy of heading estimation, reduced the effects of gyroscope drift, the linear acceleration of the vehicle and the local magnetic disturbance on the heading estimation.

Key words: indoor navigation; divided difference filter; quaternion; microelectromechanical systems (MEMS); heading estimation

0 引言

随着微机电系统(MEMS)传感器在智能终端上的广泛应用,室内行人导航成为国内外研究的热点[1-2]。基于惯性测量单元(IMU)的捷联惯性导航不依赖于室内已有的建筑结构,且具有很强的自主性[3],因此相比其他室内导航技术[4-6]更具有竞争力。

精确的航向角估计是室内行人导航的关键。而获取稳定可靠的姿态角需要融合陀螺仪、加速计和磁强计测量的数据,常用的数据融合方法主要有互补滤波[7]、粒子滤波[8]、扩展卡尔曼滤波(EKF)[9]、无迹卡尔曼滤波(UKF)[10]等。互补滤波虽然算法简单易实现,但是解算出的航向角精度不高;粒子滤波计算量

收稿日期:2016-05-21
基金项目:陕西省科技统筹创新工程计划资助项目(2014KTCQ01-21);西安邮电大学研究生创新基金资助项目(CXL2015-38)
作者简介:周广平(1989-),男,安徽阜南人,硕士生,主要从事嵌入式系统应用研究。通信作者:贺锋涛(1974-),男,副教授,硕士生导师,主要从事信息光电子学、电路与系统等方面的研究。E-mail: hefengtao@xupt.edu.cn。

大且很难实现;而 EKF 很难在高度非线性和局部线性化之间做出适当的调整,而滤波器的发散会引入很大的估计误差;UKF 的估计精度对任何非线性系统而言可以达到二阶以上,但是当系统维数较高时,计算复杂度会大量增加。

为实现精确的室内航向角估计,提出了一种基于二阶插值滤波(DDF2)的航向估计算法。该算法以四元数来表示姿态角可以避免欧拉角存在的奇异点问题[11];利用 Stirling 插值公式的近似估计方法线性化系统的非线性动力学模型,不需计算雅克比矩阵,降低了计算复杂度;以过程噪声和测量噪声为设计参数,计算最小协方差,从而提高航向估计精度。

1　航向估计

1.1　坐标系定义与转换

室内导航的主要任务是确定导航参数中最重要的姿态角。设导航坐标系为 $OX_nY_nZ_n$,X_n、Y_n 和 Z_n 轴分别指向地理坐标系中的东、北和天方向。以载体的质心为原点,设载体坐标系为 $OX_bY_bZ_b$,X_b、Y_b 和 Z_b 分别指向载体的右舷、头部和上方。初始状态 $OX_bY_bZ_b$ 与 $OX_nY_nZ_n$ 重合。载体坐标系 b 可由导航坐标系 n 通过 3 个连续旋转角航向角(ψ)、俯仰角(θ)和横滚角(φ)旋转得到。从导航坐标系到载体坐标系的转换矩阵可表示为

$$\boldsymbol{C}_n^b=\begin{bmatrix}\cos\varphi\cos\psi-\sin\theta\sin\varphi\sin\psi & \cos\varphi\sin\psi+\sin\theta\sin\varphi\cos\psi & -\cos\theta\sin\varphi\\ -\cos\theta\sin\psi & \cos\theta\cos\psi & \sin\theta\\ \sin\varphi\cos\psi+\sin\theta\cos\varphi\sin\psi & \sin\varphi\sin\psi-\sin\theta\cos\varphi\cos\psi & \cos\theta\cos\varphi\end{bmatrix}\tag{1}$$

1.2　加速计、磁强计组合航向估计

横滚角和俯仰角可以通过加速计信号计算得到,而航向角可由磁强计的输出确定[12]。载体坐标系下加速计测量的重力场分量(a_x,a_y,a_z)与导航坐标系下的重力场分量(0,0,g) 的关系为

$$\begin{bmatrix}a_x\\ a_y\\ a_z\end{bmatrix}=\boldsymbol{C}_n^b\begin{bmatrix}0\\ 0\\ g\end{bmatrix}=g\begin{bmatrix}-\cos\theta\sin\varphi\\ \sin\theta\\ \cos\theta\cos\varphi\end{bmatrix}\tag{2}$$

因此,由加速计的输出得到横滚角和俯仰角分别为

$$\theta=\arctan\left(\frac{a_y}{\sqrt{a_x^2+a_z^2}}\right)$$

$$\varphi=-\arctan\left(\frac{a_x}{a_z}\right)\tag{3}$$

载体坐标系下磁强计测量的地磁场强度(m_x,m_y,m_z)与导航坐标系下的地磁场强度(M_x,M_y,M_z)的转换关系为

$$\begin{bmatrix}M_x\\ M_y\\ M_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\varphi\sin\theta & \cos\varphi\sin\theta\\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi\\ -\sin\theta & \sin\varphi\cos\theta & \cos\varphi\cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}m_x\\ m_y\\ m_z\end{bmatrix}\tag{4}$$

基于加速计、磁强计组合的航向估计为

$$\psi_{\mathrm{mag}}=\arctan\left(\frac{M_y}{M_x}\right)\tag{5}$$

考虑到本地的磁偏角 D,则 $\psi=\psi_{\mathrm{mag}}+D$。

1.3　陀螺仪航向估计

在一个四维的四元数向量空间中,任何旋转都可以用下式表示

$$\boldsymbol{q}=[q_0\quad q_1\quad q_2\quad q_3]^{\mathrm{T}}=[q_0\quad \boldsymbol{e}]^{\mathrm{T}}\tag{6}$$

式中 $\boldsymbol{e}=[q_1\quad q_2\quad q_3]$ 为向量部分;q_0 为标量部分。由于使用四维向量描述三维空间,因此四元数各元素之间并不是相互独立的,而是满足归一化约束 $\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{q}=1$。

基于四元数的状态更新方程为

$$\dot{\boldsymbol{q}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{q}\otimes\boldsymbol{\omega}=\frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}(\omega)\boldsymbol{q}\tag{7}$$

式中:$\otimes$表示四元数乘法;ω 为陀螺仪的测量值;$\boldsymbol{\Omega}$ 为载体系中各轴的角速度分量。

采用一阶龙格-库塔法求解四元数微分方程,可得其离散时间模型为

$$\boldsymbol{q}(k)=\boldsymbol{q}(k-1)+\frac{\mathrm{T}}{2}\boldsymbol{\Omega}(k-1)\boldsymbol{q}(k-1)=\left[\boldsymbol{I}+\frac{T}{2}\boldsymbol{\Omega}(k-1)\right]\boldsymbol{q}(k-1)\tag{8}$$

式中 T 为采样时间间隔。

由四元数表示的转换矩阵为

$$\boldsymbol{C}_n^b=\begin{bmatrix}q_0^2+q_1^2-q_2^2-q_3^2 & 2(q_1q_2+q_0q_3) & 2(q_1q_3-q_0q_2)\\ 2(q_1q_2-q_0q_3) & q_0^2-q_1^2+q_2^2-q_3^2 & 2(q_2q_3+q_0q_1)\\ 2(q_1q_3+q_0q_2) & 2(q_2q_3-q_0q_1) & q_0^2-q_1^2-q_2^2+q_3^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}T_{11} & T_{12} & T_{13}\\ T_{21} & T_{22} & T_{23}\\ T_{31} & T_{32} & T_{33}\end{bmatrix}\tag{9}$$

基于四元数和陀螺仪的航向角估计为

$$\begin{bmatrix}\varphi\\ \theta\\ \psi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\arctan(T_{13}/T_{33})\\ \arcsin(T_{23})\\ -\arctan(T_{21}/T_{22})\end{bmatrix}$$

$$\psi_{\mathrm{gyro}}=-\arctan\left[\frac{2(q_1q_2-q_0q_3)}{q_0^2-q_1^2+q_2^2-q_3^2}\right] \tag{10}$$

1.4 磁强计误差补偿

航向角可由磁强计的输出确定，因此任何影响地磁接收的因素都会导致磁强计的测量存在误差。磁传感器误差可分为制造误差、安装误差及周围存在的局部磁场干扰而产生的误差。在理想情况下，将磁强计在水平面内作圆形旋转，磁强计 x 和 y 轴的输出映射在坐标系上为圆心在(0,0)处的圆。硬磁干扰引起零位误差，使圆心偏移(0,0)处；软磁干扰引起灵敏度误差，使该圆畸变为椭圆。可采用以下方法对磁强计误差进行校正和补偿。

$$\begin{cases}K_x=\max\left(1,\dfrac{m_{y\max}-m_{y\min}}{m_{x\max}-m_{x\min}}\right)\\ K_y=\max\left(1,\dfrac{m_{x\max}-m_{x\min}}{m_{y\max}-m_{y\min}}\right)\end{cases} \tag{11}$$

$$\begin{cases}B_x=\left(\dfrac{m_{x\max}-m_{x\min}}{2}-m_{x\max}\right)K_x\\ B_y=\left(\dfrac{m_{y\max}-m_{y\min}}{2}-m_{y\max}\right)K_y\end{cases} \tag{12}$$

式中：$m_{x\max}$、$m_{y\max}$、$m_{x\min}$ 和 $m_{y\min}$ 分别为磁强计水平旋转一周测量的地磁场强度最大值和最小值；K_x 和 K_y 分别为磁强计 x 和 y 轴的灵敏度误差系数；B_x 和 B_y 为 x 和 y 轴的零偏。

结合式(11)、(12)可得误差补偿为

$$\begin{cases}M_x=K_xm_x+B_x\\ M_y=K_ym_y+B_y\end{cases} \tag{13}$$

2 系统模型的建立

2.1 系统结构

图 1 为航向估计的系统框图。为获取精确、稳定的航向角，本文利用加速计和磁强计组合获得的航向角和陀螺仪经过四元数更新得到的航向角通过二阶插值滤波进行数据融合，获取新的航向角估计，更新转换矩阵，并利用传感器测量的数据通过对比分析获取自适应的过程噪声协方差和测量噪声协方差，从而提高了航向角的估计精度。

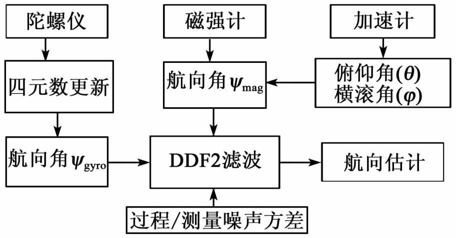

图 1 航向估计系统结构框图

2.2 系统模型

为达到所期望的航向估计，首先有必要确定载体的动力学模型，这个模型包括过程和测量模型。由于载体动力学模型多半是非线性的，因此对非线性离散系统有

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}(n+1)=F(n)\boldsymbol{X}(n)+\boldsymbol{w}(n)\\ \boldsymbol{Y}(n+1)=H[\boldsymbol{X}(n)]+\boldsymbol{v}(n)\end{cases} \tag{14}$$

式中：w 是协方差矩阵为 $\boldsymbol{Q}$ 的过程噪声；v 是协方差矩阵为 $\boldsymbol{R}$ 的测量噪声。

根据第 2.1 节的分析，可构建状态量 $\boldsymbol{X}=[q_0\quad q_1\quad q_2\quad q_3]^{\mathrm{T}}$，观测量 $\boldsymbol{Y}=[\varphi\quad\theta\quad\psi]^{\mathrm{T}}$ 的状态方程和观测方程。系统矩阵 $\boldsymbol{F}$ 和输出函数 $\mathbf{H}[\mathbf{X}(n)]$ 分别为

$$F=\boldsymbol{I}+\frac{T}{2}\boldsymbol{\Omega}(\omega) \tag{15}$$

$$\boldsymbol{H}[\boldsymbol{X}(n)]=\begin{bmatrix}-\arctan\left(\dfrac{2(q_1q_3-q_0q_2)}{q_0^2-q_1^2-q_2^2+q_3^2}\right)\\ \arcsin 2(q_2q_3+q_0q_1)\\ -\arctan\dfrac{2(q_1q_2-q_0q_3)}{q_0^2-q_1^2+q_2^2-q_3^2}\end{bmatrix} \tag{16}$$

2.3 过程噪声和测量噪声的协方差分析

在系统模型构建时，为实现协方差误差估计最小化，我们考虑把过程噪声和测量噪声作为系统模型的设计参数。因此，有必要对过程噪声和测量噪声协方差进行分析。航向估计系统模型中过程噪声源于陀螺仪的测量值($\omega_x,\omega_y,\omega_z$)，假设 $\omega_x=\bar{\omega}_x+\hat{\omega}_x$、$\omega_y=\bar{\omega}_y+\hat{\omega}_y$、$\omega_z=\bar{\omega}_z+\hat{\omega}_z$，其中 $\bar{\omega}_x$、$\bar{\omega}_y$ 和 $\bar{\omega}_z$ 分别为 ω_x、ω_y 和 ω_z 的平均值，$\hat{\omega}_x$、$\hat{\omega}_y$ 和 $\hat{\omega}_z$ 分别为 ω_x、ω_y 和 ω_z 的偏差。式(7)可写成如下形式[13]：

$$\dot{\boldsymbol{q}}=\frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}(\omega)\boldsymbol{q}=\frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}(\bar{\omega})\boldsymbol{q}+\boldsymbol{M}_Q\begin{bmatrix}\hat{\omega}_x(t)\\ \hat{\omega}_y(t)\\ \hat{\omega}_z(t)\end{bmatrix} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{M}_Q=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-q_1 & -q_2 & q_3\\ q_0 & -q_3 & -q_2\\ q_3 & q_0 & -q_1\\ -q_2 & q_1 & q_0\end{bmatrix} \tag{18}$$

与系统模型作对比，过程噪声可认为是式(17)的右半部分，对于离散系统，过程噪声协方差 Q 可

表示为

$$\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{M}_{\mathrm{Q}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{Q}}\boldsymbol{M}_{\mathrm{Q}}^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

式中 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{Q}}=\mathrm{diag}[\sigma_{\omega_x}^2\quad\sigma_{\omega_y}^2\quad\sigma_{\omega_z}^2]$，$\sigma_{\omega_x}^2$，$\sigma_{\omega_y}^2$ 和 $\sigma_{\omega_z}^2$ 分别为陀螺仪的测量值 ω_x、ω_y 和 ω_z 的方差，可在陀螺仪相关数据手册中获得。

测量噪声协方差是由测量过程决定的。而观测向量中的横滚角(φ)、俯仰角(θ)和航向角(ψ)是由加速计和磁强计的测量值计算得到。假设 $\hat{a}_x$、$\hat{a}_y$ 和 $\hat{a}_z$ 为加速计的输出值 a_x、a_y 和 a_z 的偏差，将式(2)进行泰勒级数展开，横滚角和俯仰角的偏差为

$$\begin{bmatrix}\hat{\varphi}\\ \hat{\theta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -\dfrac{a_z}{a_x^2+a_z^2} & \dfrac{a_x}{a_x^2+a_z^2}\\ -\dfrac{a_x a_y}{(a_x^2+a_y^2+a_z^2)\sqrt{a_x^2+a_z^2}} & \dfrac{\sqrt{a_x^2+a_z^2}}{(a_x^2+a_y^2+a_z^2)} & -\dfrac{a_y a_z}{(a_x^2+a_y^2+a_z^2)\sqrt{a_x^2+a_z^2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{a}_x\\ \hat{a}_y\\ \hat{a}_z\end{bmatrix}=M_{\varphi\theta}\begin{bmatrix}\hat{a}_x\\ \hat{a}_y\\ \hat{a}_z\end{bmatrix} \tag{20}$$

同理，基于磁强计的航向角偏差，可通过式(3)、(5)的泰勒级数展开可得

$$\hat{\psi}_{\mathrm{mag}}=\begin{bmatrix}-\dfrac{M_y}{M_x^2+M_y^2} & \dfrac{M_x}{M_1^2+M_y^2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\varphi\sin\theta & \cos\varphi\sin\theta\\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{m}_x\\ \hat{m}_y\\ \hat{m}_z\end{bmatrix}=M_{\psi}\begin{bmatrix}\hat{m}_x\\ \hat{m}_y\\ \hat{m}_z\end{bmatrix} \tag{21}$$

由此可推导出 φ 和 θ 的协方差为

$$\sigma_{\varphi\theta}^2=M_{\varphi\theta}\boldsymbol{R}_{\varphi\theta}M_{\varphi\theta}^{T} \tag{22}$$

同理，可推导出基于磁强计的航向角协方差为

$$\sigma_{\psi}^2=M_{\psi}\boldsymbol{R}_{\psi}M_{\psi}^{\mathrm{T}} \tag{23}$$

式中：$\boldsymbol{R}_{\varphi\theta}=\mathrm{diag}[\sigma_{a_x}^2\quad\sigma_{a_y}^2\quad\sigma_{a_z}^2]$，$\sigma_{a_x}^2$、$\sigma_{a_y}^2$ 和 $\sigma_{a_z}^2$ 分别为加速计的输出 a_x、a_y 和 a_z 的方差；$R_{\psi}=\mathrm{diag}[\sigma_{m_x}^2\quad\sigma_{m_y}^2\quad\sigma_{m_z}^2]$，$\sigma_{m_x}^2$、$\sigma_{m_y}^2$、$\sigma_{m_z}^2$ 为磁强计的输出 m_x、m_y、m_z 的方差。

最终，测量噪声的 $\boldsymbol{R}$ 可表示为

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}\sigma_{\varphi\theta}^2 & \\ & \sigma_{\psi}^2\end{bmatrix} \tag{24}$$

当载体的线性加速度和外界局部磁场干扰越大时，相应的协方差也越大，此时算法的状态增益将减少，来减缓二阶插值滤波的预测校准，从而使载体线性加速度和外界局部磁场干扰对航向估计的影响降到最低。

3　二阶插值滤波(DDF2)

插值滤波(DDF)使用多维插值公式来近似非线性变换，且是基于多维 Stirling 插值公式展开的[14]。考虑到均值为零协方差为 P_{xx} 的非线性函数 $y=h(x)$，如果函数 h 解析，则均值为 $\bar{x}$ 的随机变量 x 的多维泰勒级数展开可写成如下形式：

$$y\approx h(\bar{x}+\Delta x)=h(\bar{x})+D_{\Delta x}h+\frac{1}{2!}D_{\Delta x}^2h+\frac{1}{3!}D_{\Delta x}^3h+\frac{1}{4!}D_{\Delta x}^4h+\cdots \tag{25}$$

式中 $D_{\Delta x}^i h$ 为 $h(x)$ 的全微分，且

$$D_{\Delta x}^i h=\left(\Delta x_1\frac{\partial}{\partial x_1}+\Delta x_2\frac{\partial}{\partial x_2}+\cdots+\Delta x_n\frac{\partial}{\partial x_n}\right)^i h(x)\big|_{x=\bar{x}} \tag{26}$$

函数的二阶插值近似是通过使用 Stirling 插值公式的向量形式来确定的，这类似于泰勒级数近似展开，因此，多维插值公式可描述为

$$y\approx h(\bar{x})+\widetilde{D}_{\Delta x}h+\frac{1}{2!}\widetilde{D}_{\Delta x}^2h \tag{27}$$

$$\widetilde{D}_{\Delta x}h=\frac{1}{h^*}\left(\sum_{p=1}^{n}\Delta x_p\mu_p\delta_p\right)h(\bar{x}) \tag{28}$$

$$\widetilde{D}_{\Delta x}^2h=\frac{1}{h^{*2}}\left(\sum_{p=1}^{n}\Delta x_p^2\delta_p^2+\sum_{p=1}^{n}\sum_{q=1,q\neq p}^{n}\Delta x_p\Delta x_q(\mu_p\delta_p)(\mu_q\delta_q)\right)h(\bar{x}) \tag{29}$$

式中：h^* 为固定步长，对于高斯分布，$h^*=\sqrt{3}$；δ_p 和 μ_p 分别为差分算子和平均算子。

$$\delta_p h(\bar{x})=h\left(\bar{x}+\frac{h^*}{2}e_p\right)-h\left(\bar{x}-\frac{h^*}{2}e_p\right) \tag{30}$$

$$\mu_p h(\bar{x})=\frac{1}{2}\left\{h\left(\bar{x}+\frac{h^*}{2}e_p\right)-h\left(\bar{x}-\frac{h^*}{2}\boldsymbol{e}_p\right)\right\} \tag{31}$$

式中 $\boldsymbol{e}_p$ 为沿着 $\bar{x}$ 张成的空间坐标轴的第 p 个单位向量。

基于插值近似公式构建的二阶插值滤波器不需要计算系统的动力学方程和测量方程的偏导数[15]。通过对状态估计协方差进行 Cholesky 分解，最终得到 4 个分解算子[16]。

$$Q=S_{\bar{n}}S_{\bar{n}}^{\mathrm{T}} \tag{32}$$

$$R=S_vS_v^{\mathrm{T}} \tag{33}$$

$$\bar{P}=\bar{S}_x\bar{S}_x^{\mathrm{T}} \tag{34}$$

$$\hat{P}=\hat{S}_x\hat{S}_x^{\mathrm{T}} \tag{35}$$

式中：$\hat{P}$ 和 $\bar{P}$ 分别为估计协方差和预测协方差，其分解因子 $\hat{S}_x$ 和 $\bar{S}_x$ 在滤波中直接更新，而噪声协方差 $\boldsymbol{Q}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 的分解因子 $S_{\bar{n}}$ 和 S_v 可预先计算得到。用 $\bar{S}_{x,j}$ 表示 $\bar{S}_x$ 的第 j 列，其他分解因子表示方法类似。DDF2 的 8 个均方差矩阵可定义为

$$\boldsymbol{S}_{x\hat{x}}^{(1)}(k)=\{S_{x\hat{x}}^{(1)}(i,j)\}=\left\{\left[f_i(\hat{x}_k+h\hat{S}_{x,j},\boldsymbol{\omega}_k,\bar{n})-\frac{f_i(\hat{x}_k-h\hat{S}_{x,j},\boldsymbol{\omega}_k,\bar{n})\right]}{2h}\right\} \tag{36}$$

$$\boldsymbol{S}_{x\bar{n}}^{(1)}(k)=\{S_{x\bar{n}}^{(1)}(i,j)\}=\{[f_i(\hat{x}_k,\boldsymbol{\omega}_k,\bar{n}+h\hat{S}_{\bar{n},j})-f_i(\hat{x}_k,\boldsymbol{\omega}_k,\bar{n}-h\hat{S}_{\bar{n},j})]/2h\} \tag{37}$$

$$\boldsymbol{S}_{y\bar{x}}^{(1)}(k)=\{S_{y\bar{x}}^{(1)}(i,j)\}=\{g_i(\bar{x}_k+h\bar{S}_{x,j},\bar{v}_k)-g_i(\bar{x}_k-h\bar{S}_{x,j},\bar{v}_k)]/2h\} \tag{38}$$

$$\boldsymbol{S}_{yv}^{(1)}(k)=\{S_{yv}^{(1)}(i,j)\}=\{[g_i(\bar{x}_k,\bar{v}_k+hS_{v,j})-g_i(\bar{x}_k,\bar{v}_k-hS_{v,j})]/2h\} \tag{39}$$

$$\boldsymbol{S}_{x\hat{x}}^{(2)}=\left\{\frac{\sqrt{h^2-1}}{2h^2}f_i(\hat{x}_k+h\hat{S}_{x,j},\boldsymbol{\omega}_k,\bar{n})+f_i(\hat{x}_k-h\hat{S}_{x,j},(\vec{\bar{\omega}})_k,\bar{n})-2f_i(\hat{x}_k,\boldsymbol{\omega}_k,\bar{n})]\right\} \tag{40}$$

$$\boldsymbol{S}_{x\bar{n}}^{(2)}=\left\{\frac{\sqrt{h^2-1}}{2h^2}[f_i(\hat{x}_k,\boldsymbol{\omega}_k,\bar{n}+hS_{\bar{n},j})+f_i(\hat{x}_k,\boldsymbol{\omega}_k,\bar{n}-hS_{\bar{n},j})-2f_i(\hat{x}_k,\boldsymbol{\omega}_k,\bar{n})]\right\} \tag{41}$$

$$\boldsymbol{S}_{y\bar{x}}^{(2)}(k)=\left\{\frac{\sqrt{h^2-1}}{2h^2}[g_i(\bar{x}_k+h\bar{S}_{x,j},\bar{v}_k)+g_i(\bar{x}_k-h\bar{S}_{x,j},\bar{v}_k)-2g_i(\bar{x}_k,\bar{v}_k)]\right\} \tag{42}$$

$$\boldsymbol{S}_{yv}^{(2)}(k)=\left\{\frac{\sqrt{h^2-1}}{2h^2}[g_i(\bar{x}_k,\bar{v}_k+hS_{v,j})+g_i(\bar{x}_k,\bar{v}_k-hS_{v,j})-2g_i(\bar{x}_k,\bar{v}_k)]\right\} \tag{43}$$

式中 f_i 和 g_i 分别为第 i 个元素对应的状态方程 f 和观测方程 g，对于高斯分布 $h=\sqrt{3}$。在 DDF 的连续离散实现中，上述方程的函数估计是通过连续时间积分和四阶龙格-库塔方法进行的。DDF2 的实现步骤如图 2 所示。

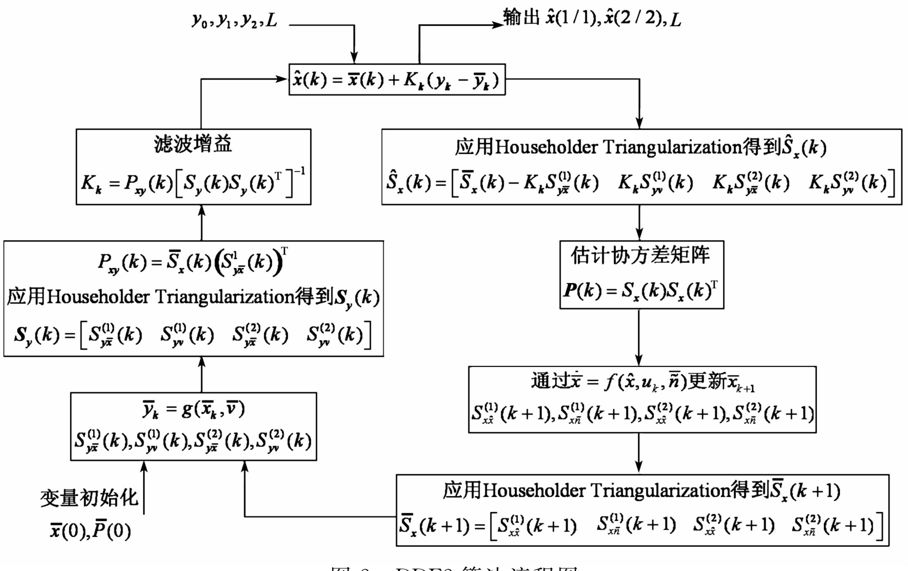

图 2 DDF2 算法流程图

4 实验结果与分析

为验证本文所提出的航向估计算法的性能和精度，采用意法半导体公司的 STM32F103RC 微处理器和 InvenSense 公司的 MPU9150 传感器（包括三轴加速计、陀螺仪和磁强计）组成的数据采集系统，沿着图 3 给出的参考路径行走（起点的航向角为 20°），以 100 Hz 的采样速率实时采集 MPU9150 传感器测量的原始数据，利用本文提出的二阶插值滤波器对原始数据进行数据融合，获取高精度的航向角估计。

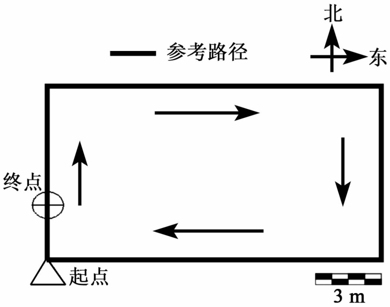

图 3 行人参考路径

图 4 为通过 3 种航向估计算法获取载体静止时的航向角估计。3 种航向估计算法分别为加速计、磁强计组合航向估计算法（A-M）；与四元数相结合的陀螺仪航向估计算法（G-Q）；利用 DDF2 滤波融合加速计、磁强计和陀螺仪输出数据的航向估计（DDF2）算法。由图 4 可看出，在载体静止时，由于无线性加速度和局部磁场的干扰，A-M 算法可准确解算出载体的航向角；由于陀螺仪自身存在漂移误差，使得 G-Q 算法解算出的航向角出现了发散问题；而 DDF2 算法静态时均方根误差为 0.2°，有效解决陀螺仪漂移误差对航向角估计的影响，且能获取精确的航向角估计。

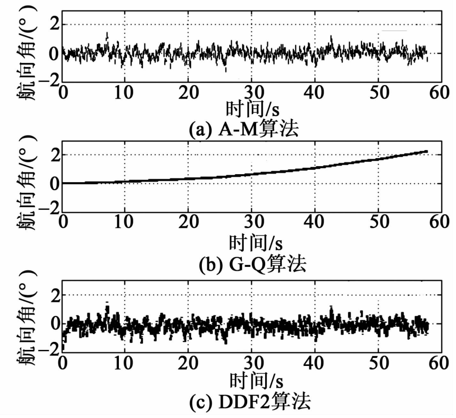

图 4　静态时的航向角估计

图 5 为行人沿着图 3 给出的参考路径顺时针方向行走。利用 3 种解算算法得到的航向角估计。由图 5(a)可看出，行走过程中存在线性加速度和局部磁场干扰，使得 A-M 算法解算出的航向角有较大的误差。而线性加速度和局部磁场干扰虽然不会对 G-Q 算法产生影响，但由图 5(b)仍可看出，航向角估计存在发散问题；DDF2 算法能有效解决 A-M 算法和 G-Q 算法存在的缺陷，从而获取精确的航向角估计。

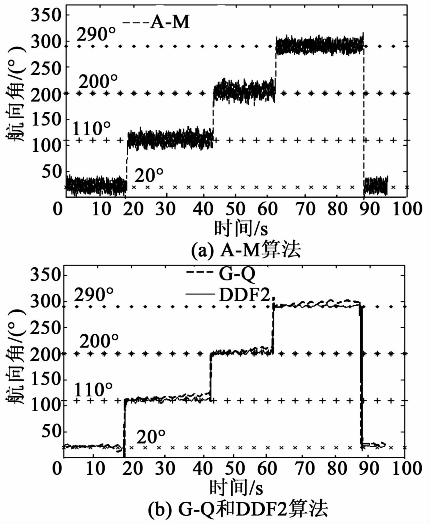

图 5　行人沿着图 3 给出的参考路径顺时针方向行走

图 6 为利用 3 种算法得到的航向角与参考方位角之间的误差。由图可看出，A-M 算法的航向角误差最大，均方根误差为 13.6°；G-Q 算法的航向角误差在每个方向上是不断累积的，均方根误差为6.9°；DDF2 算法的航向角误差最小，其均方根误差为 2.3°。航向角误差越小，说明解算效果越好，航向角估计精度越高。

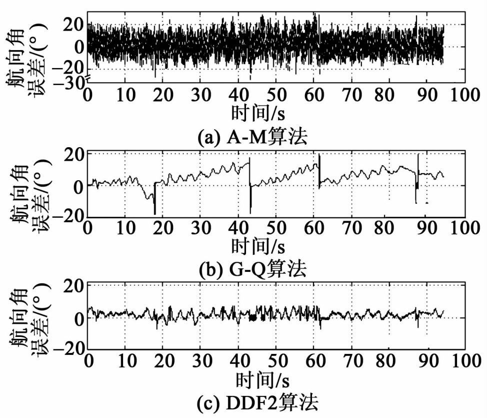

图 6　动态时 3 种算法的航向角误差

5　结束语

针对室内行人导航中航向角估计精度不高等问题，本文以过程噪声和测量噪声为设计参数，构造过程噪声和测量噪声的自适应协方差矩阵，对陀螺仪、加速计和磁强计进行补偿，减少了陀螺仪的漂移、载体的线性加速度和周围局部磁场的干扰。构建的二阶插值滤波器利用陀螺仪与磁强计的互补特性，对 IMU 数据进行融合，有效提高了航向估计精度。实验结果表明，本文提出的算法动态误差为 2.3°，不仅能很好地解决陀螺仪漂移、载体的线性加速度和周围局部磁场干扰的问题，还可获得精确的航向角估计。

参考文献：

[1]　田增山，张媛. 基于智能手机 MARG 传感器的行人导航算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版)，2014，26(2)：223-227.

TIAN Zengsan，ZHANG Yuan. Pedestrian navigation algor-ithm based on the smart phone MARG sensors

[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications(Natural Science Edition), 2014, 26(2):223-227.

[2] LIU J,CHEN R,PEI L,et al. A hybrid smartphone indoor positioning solution for mobile LBS[J]. Sensors, 2012(12):17208-17233.

[3] RENAUDIN V, SUSI M, LACHAPELLE G. Step len-gth estimation using handheld inertial sensors[J]. Sensors,2012(12):8507-8525.

[4] 李金凤,王庆辉,刘晓梅,等.基于 MEMS 惯性器件的行人室内定位系统[J]. 计算机测量与控制,2014,22(11):3761-3763.

LI Jinfeng, WANG Qinghui,LIU Xiaomei,et al. An indo-or pedestrian positioning system based on MEMS inertial devices[J]. Computer Measurement & Control,2014,22(11):3761-3763.

[5] ZhUANG Y,SYED Z,GEORGY J,et al. Autonomou-s smartphone-based WiFi positioning system by using ace-ss points localization and crowdsourcing[J]. Pervasive and Mobile Computing,2015(18):118-136.

[6] SAAD S S, NAKAD Z S. A standalone RFID indoor positioning system using passive tags[J]. IEEE Trans Ind Electron, 2011(58):1961-1970.

[7] 傅忠云,朱海霞,孙金秋,等. 基于惯性传感器 MPU6050 的滤波算法研究[J]. 压电与声光,2015,37(5):821-826.

FU Zhongyun, ZHU Haixia, SUN Jinqiu, et al. Study on filtering algorithm based on inertial sensors MPU6050[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics,2015,37(5):821-826.

[8] 蒲书祥. 基于粒子滤波的个人导航系统算法研究[D]. 厦门:厦门大学,2014.

[9] 宋宇,翁新武,郭昕刚. 基于四元数 EKF 算法的小型无人机姿态估计[J]. 吉林大学学报(理学版),2015,53(3):511-518.

SONG Yu,WENG Xinwu,GUO Xingang. Small UAV at-titude estimation based on the algorithm of quaternion ext-ended Kalman filter[J]. Journal of Jilin University(Science Edition),2015,53(3):511-518.

[10] 赵鹤,王喆垚. 基于 UKF 的 MEMS 传感器姿态测量系统[J]. 传感技术学报,2011,24(5):642-646.

ZHAO He, WANG Zheyao. MEMS sensors based attitude measurement system using UKF[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2011, 24(5): 642-646.

[11] VALENTI G R, DRYANOVSKI I, XIAO Jizhong. Ke-eping a good attitude: a quaternion-based orientation filter for IMUs and MARGs[J]. Sensors, 2015 (15):19302-19330.

[12] 张勇刚,张云浩,李宁. 基于互补滤波器的 MEMS/GPS 地磁组合导航系统[J]. 系统工程与电子技术,2014, 36(11):2272-2279.

ZHANG Yonggang, ZHANG Yunhao, LI Ning. MEMS/GPS/geomagnetic integrated navigation system based on com-plementary filter[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(11):2272-2279.

[13] MA D M,SHIAU J K,WANG I C,et al. Attitude d-etermination using a MEMS-based flight information meas-urement unit[J]. Sensors,2012(12):1-23.

[14] MOHAMMAD A,ALIREZA K,PAKNOUSH K. Attitude estimation by divided difference filter in quaternion space[J]. Acta Astronautica,2012(75):95-107.

[15] KARLGAARD D C,SHEN Haijun. Robust state estimation using desensitized divided difference filter[J]. ISA Transa-ctions,2013(52):629-637.

[16] 刘国海,施维,李康吉. 插值改进 EKF 算法在组合导航中的应用[J]. 仪器仪表学报,2007,28(10):1897-1901.

LIU Guohai, SHI Wei, LI Kangji. Application of Interpolation-based improved EKF algorithm in integrated navigation[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument,2007,28(10):1897-1901.