

压电叠堆执行器迟滞非线性建模与分析

郭亚子,朱玉川

(南京航空航天大学 机电学院,江苏 南京 210016)

摘要:压电叠堆执行器输出位移具有迟滞非线性特性,在高精度控制和电静液作动器等应用领域,为实现进一步研究和控制,需要针对该特性进行建模。该文首先针对压电叠堆执行器的静态特性,采用改进的非对称 Bouc-Wen 模型建立压电叠堆执行器的准静态模型;其次,为描述其动态位移输出特性,将执行器输出力分为线性模块和滞后模块,根据系统动力学方程建立压电叠堆执行器迟滞非线性动态模型,进行参数辨识、模型仿真与实验研究。结果表明,在 400 Hz 频率范围内,所建立的模型能够准确描述与预测压电叠堆执行器输出位移的迟滞非线性。

关键词:压电材料;Bouc-Wen 模型;非对称;迟滞非线性;动态模型

中图分类号:TH137 **文献标识码:**A

Modeling and Analysis on Hysteresis Nonlinear Characteristics of the Piezoelectric Stack Actuators

GUO Yazi, ZHU Yuchuan

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The output displacement of the piezoelectric stack actuator (PSA) exhibits hysteresis nonlinear characteristics. To achieve further research and control, a modeling of the reliable hysteresis nonlinearity is essential, especially in the fields of precision control and electro-hydraulic actuator and etc. Firstly, a quasi-static model is established by using the modified asymmetric Bouc-Wen model according to the static characteristic of PSA in this paper. Then, the output force is divided into the linear portion and the lag portion to describe the dynamic displacement output features, and a hysteresis nonlinear dynamic model of the PSA is established according to the system kinetic equation. Finally, the parameter identification, model simulation and experimental study have been carried out. The results show that the model can accurately describe and predict the dynamic characteristics of the PSA at the frequency range of 400 Hz.

Key words: piezoelectric material; Bouc-Wen model; asymmetric; hysteresis nonlinearity; dynamic model

0 引言

压电叠堆执行器以压电叠堆为驱动元件,具有结构简单,响应快,输出力大等特点,在航空航天、精密运动控制等领域获得了长足的发展。但由于压电材料的迟滞非线性以及复杂机电耦合效应等因素,压电叠堆执行器输出位移存在固有滞环,且滞环的形状会随着频率变化。为此,国内、外大量研究提出了相应的模型描述压电叠堆执行器的迟滞非线性,来进一步实现压电执行器的精密控制^[1]。一些经典迟滞模型已被应用于压电叠堆执行器的建模中,在

应用过程中它们具有各自的优缺点。

Jiles-Atherton 模型^[2]作为一种基于畴壁理论描述磁化过程的物理迟滞模型,物理意义明确,模型方程为普通低阶微分方程,实现起来方便。Thomas Hegewald 等^[3]提出将 J-A 模型应用于压电叠堆执行器的建模。但在参数辨识过程中,极化强度无法直接进行测量,而饱和极化强度一般也只能根据经验值来选择。经典 Preisach 模型^[4]则是一种基于算子的唯象迟滞模型,由很多简单迟滞算子在 Preisach 平面上相互叠加得到。该模型原理简单,应用广泛,但参数不易辨识,很难与控制器设计结合,且不

收稿日期:2016-08-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51575258);南京航空航天大学研究生创新基地(实验室)开放基金资助项目(ykfj20150512)

作者简介:郭亚子(1991-),男,安徽寿县人,硕士生,主要从事压电叠堆执行器及作动器的研究。通信作者:朱玉川(1974-),男,安徽淮南人,教授,主要从事有机电液控制、航空先进液压技术、智能材料及其结构技术等研究。

能够反映迟滞系统非对称特性。为此相关研究也提出用基于 Preisach 模型改进的 PI 模型^[5]来对压电叠堆执行器进行建模,PI 模型结构更简单,参数易辨识。但精度相对较差,所建立的上升和下降曲线必须对称。Bouc-Wen 模型^[6]也是常用的迟滞模型,其微分方程形式更简洁,实现更高效。该模型也无法反映迟滞系统的非对称性,但相关研究对其进行了改进,改进的 Bouc-Wen 模型具备描述迟滞系统非对称性的能力^[7]。其他用于压电叠堆执行器建模的迟滞模型还有 Duhem 模型、Maxwell 模型等。

这些经典迟滞模型在描述压电叠堆执行器迟滞非线性时各有特点,但一般均无法反映其滞环的频率相关性。因此,在这些经典迟滞模型基础上还需引入动力学方程来建立压电叠堆执行器迟滞非线性的率相关模型^[8-9]。

本文根据改进后的 Bouc-Wen 模型对压电叠堆执行器进行准静态建模。再根据系统动力学方程建立压电叠堆执行器迟滞非线性动态模型,将执行器输出力分为线性部分和滞后部分,并且建立线性力和输入电压间的滞后环节,辨识出响应时间,建立压电叠堆执行器迟滞非线性动态模型。

1 压电叠堆执行器迟滞非线性模型

1.1 静态模型

经典 Bouc-Wen 模型迟滞算子可表示为^[10]

$$\begin{cases} \dot{h} = \dot{u}[\alpha - |h| \varphi(\dot{u}, h)] \\ \varphi(\dot{u}, h) = \beta \operatorname{sgn}(\dot{u}h) + \gamma \end{cases} \quad (1)$$

式中: u 为输入电压; h 为输出位移的迟滞分量; \dot{u} 和 \dot{h} 均为对时间的导数; $\varphi(\dot{u}, h)$ 为形状控制函数。参数 α 控制迟滞环幅值, β 、 γ 控制迟滞环形状。

经典 Bouc-Wen 描述的迟滞环是对称的,因此在描述非对称迟滞系统时存在固有误差。于是,有相应的改进模型来改进这一缺陷^[11-12]。

经典 Bouc-Wen 模型形状控制函数在不同区域的取值为

- 1) $\dot{u} > 0$ & $h > 0$, $\varphi(\dot{u}, h) = \beta + \gamma$;
- 2) $\dot{u} < 0$ & $h > 0$, $\varphi(\dot{u}, h) = -\beta + \gamma$;
- 3) $\dot{u} < 0$ & $h < 0$, $\varphi(\dot{u}, h) = \beta + \gamma$;
- 4) $\dot{u} > 0$ & $h < 0$, $\varphi(\dot{u}, h) = -\beta + \gamma$ 。

根据该分析可知,经典 Bouc-Wen 模型迟滞环的对称性源于其形状控制函数在不同区域取值的对称性,因此,对经典 Bouc-Wen 模型进行修改得到如

下形式:

$$\begin{cases} \dot{h} = \dot{u}[\alpha - |h| \varphi(\dot{u}, h)] \\ \varphi = \varphi_1 \operatorname{sgn}(\dot{u}h) + \varphi_2 \operatorname{sgn}(\dot{u}) + \varphi_3 \operatorname{sgn}(h) + \gamma \end{cases} \quad (2)$$

改进后,经典 Bouc-Wen 模型的形状控制函数为 $\varphi = \varphi_1 \operatorname{sgn}(\dot{u}h) + \varphi_2 \operatorname{sgn}(\dot{u}) + \varphi_3 \operatorname{sgn}(h) + \gamma$,在不同区域的取值为

- 1) $\dot{u} > 0$ & $h > 0$, $\varphi(\dot{u}, h) = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \gamma$;
- 2) $\dot{u} < 0$ & $h > 0$, $\varphi(\dot{u}, h) = -\varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3 + \gamma$;
- 3) $\dot{u} < 0$ & $h < 0$, $\varphi(\dot{u}, h) = \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 + \gamma$;
- 4) $\dot{u} > 0$ & $h < 0$, $\varphi(\dot{u}, h) = -\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3 + \gamma$ 。

因此,改进的形状控制函数在不同区域取值相对独立,模型具备描述非对称迟滞系统的能力。

基于非对称 Bouc-Wen 模型,可以得到压电叠堆执行器输出位移模型的表达式为

$$\begin{cases} x = d \cdot u - h \\ \dot{h} = \dot{u}[\alpha - |h| \varphi(\dot{u}, h)] \\ \varphi(\dot{u}, h) = \varphi_1 \operatorname{sgn}(\dot{u}h) + \varphi_2 \operatorname{sgn}(\dot{u}) + \varphi_3 \operatorname{sgn}(h) + \gamma \end{cases} \quad (3)$$

式中: x 为执行器输出位移; d 为输出位移和输入电压间比例系数; $d \cdot u$ 为执行器输出位移的线性部分。

该模型具备描述压电叠堆执行器迟滞非线性的能力,但式(3)不能反映滞环和频率变化之间的关系,即该模型是一个静态模型。但是压电叠堆执行器的迟滞非线性具有明显的频率相关性,为此,需要建立压电叠堆执行器率相关的动态模型才能准确反映其实际特性。

1.2 动态模型

根据执行器的静态模型,执行器输出位移可以分为线性部分和滞后部分,因此,可以将执行器输出力也分为线性部分和滞后部分。同时,执行器输出力的阶跃响应实验结果显示,其响应曲线接近一惯性系统的阶跃响应曲线。因此,可以在输入电压和线性输出力间建立滞后环节来模拟该系统特性。综上所述,根据动力学方程,得到压电叠堆执行器迟滞非线性动态模型为

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + k(x - x_0) = \frac{k_u}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} u + kh \\ \dot{h} = \dot{u}[\alpha - |h| \varphi(\dot{u}, h)] \\ \varphi(\dot{u}, h) = \varphi_1 \operatorname{sgn}(\dot{u}h) + \varphi_2 \operatorname{sgn}(\dot{u}) + \varphi_3 \operatorname{sgn}(h) + \gamma \end{cases} \quad (4)$$

式中: m, c, k 为压电叠堆的等效质量、阻尼和刚度; k_u 为执行器线性输出力和输入电压间的比例系数; τ 为一阶惯性环节时间常数。

2 参数辨识方法

2.1 线性部分参数辨识

已知模型方程为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k(x - x_0) = \frac{k_u}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} u + kh \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{h} = \dot{u}[\alpha - |h| \varphi(\dot{u}, h)] \\ \varphi(\dot{u}, h) = \varphi_1 \operatorname{sgn}(\dot{u}h) + \varphi_2 \operatorname{sgn}(\dot{u}) + \varphi_3 \operatorname{sgn}(h) + \gamma \end{cases} \quad (6)$$

执行器驱动电压的幅值不超过额定电压的 0.05 倍时, 执行器可以视作一个线性系统 ($h=0$)。因此, 在零初条件下, 可得式(5)简化后的拉式方程为

$$\frac{x(s)}{u(s)} = G(s) = \frac{k_u}{\tau s + 1} \cdot \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (7)$$

式中 m, c, k 根据生产厂家提供数据可以得到。又根据执行器的阶跃响应实验可得 τ , 因此, 根据式(7)可知由系统的阶跃响应也可求得 k_u 。

2.2 非线性部分参数辨识

执行器驱动电压的频率足够小时, 执行器可以视作是一个准静态系统, 输出位移变化的影响和 τ 的影响可忽略^[13]。因此, 在零初条件下系统可简化为

$$kx = k_u u + kh \quad (8)$$

由式(8)可得

$$\begin{cases} \dot{h} = \dot{u} \cdot [\alpha - |h| \varphi(\dot{u}, h)] \\ \varphi(\dot{u}, h) = \varphi_1 \operatorname{sgn}(\dot{u}h) + \varphi_2 \operatorname{sgn}(\dot{u}) + \varphi_3 \operatorname{sgn}(h) + \gamma \end{cases} \quad (9)$$

$$k\dot{x} = k_u \dot{u} + k\dot{h} \quad (10)$$

令 $h=0$ (实验驱动电压幅值也足够小), 则式(9)可简化为

$$\dot{h} = \dot{u} \cdot \alpha \quad (11)$$

在第 i 个实验周期内, 假设 (u_i, x_i) 为式(8)的解, 根据式(10)、(11)则有:

$$\alpha_i = \frac{k\dot{x}_i - k_u \dot{u}_i}{k\dot{u}_i} \quad (12)$$

所以

$$\alpha = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{k\dot{x}_i - k_u \dot{u}_i}{k\dot{u}_i} \quad (13)$$

又在不同取值区域内, 式(9)取值可表示为

$$1) \dot{u}(t) > 0 \ \& \ h > 0, \dot{h} = \dot{u}\alpha - \dot{u}h(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \gamma);$$

$$2) \dot{u}(t) > 0 \ \& \ h < 0, \dot{h} = \dot{u}\alpha + \dot{u}h(-\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3 + \gamma);$$

$$3) \dot{u}(t) < 0 \ \& \ h > 0, \dot{h} = \dot{u}\alpha - \dot{u}h(-\varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3 + \gamma);$$

$$4) \dot{u}(t) < 0 \ \& \ h < 0, \dot{h} = \dot{u}\alpha + \dot{u}h(\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 + \gamma);$$

因此, 只需 4 组独立的实验数据联立 1)、2)、3)、4), 就可以求出参数 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 和 γ 。在 4 个取值区域内, 对每组 $u_1, \dots, u_i, \dots, u_N$ 及对应的 $h_1, \dots, h_i, \dots, h_N$, 均可以求出一组解, 并根据最小二乘原理求其最优解。

综上所述, 用激光位移传感器和力传感器采集一定驱动条件下的执行器实验数据, 就能对上述参数进行辨识。

3 实验与仿真

3.1 测试系统构成与原理

测试系统构成如图 1 所示。

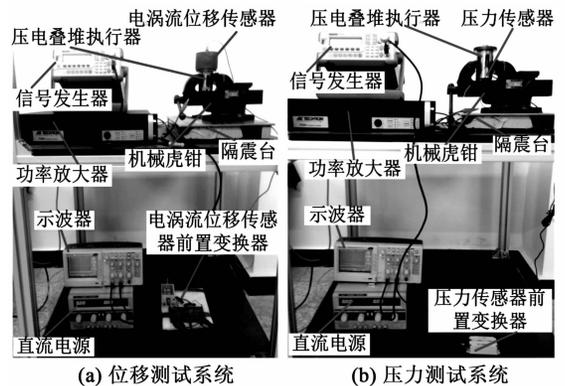


图 1 测试系统构成示意图

由图 1(a)可知, 信号发生器输入一定频率的正弦偏置电压信号, 经功率放大器进行放大、输出, 对压电叠堆执行器进行驱动。然后, 由电涡流位移传感器采集执行器输出的位移信号。功率放大器的输出信号和电涡流位移传感器的采集信号由示波器同时进行存储。直流电源用于给电涡流位移传感器进行供电。

由图 1(b)可知, 功放输出信号作用在执行器上后, 由压力传感器采集执行器输出的压力信号, 并且和功率放大器的输出信号同时在示波器上进行存储。直流电源用于给压力传感器供电。

3.2 执行器阶跃实验

压电叠堆执行器阶跃响应实验的结构示意图及实验结果如图 2 所示。

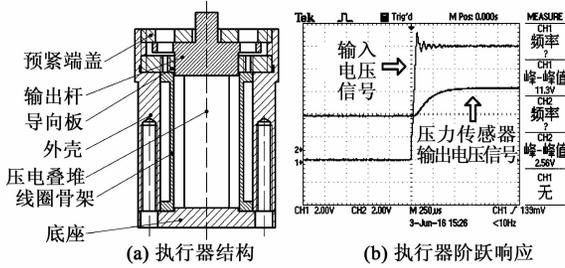


图 2 执行器结构及其阶跃响应

根据实验结果可知,执行器输出力的阶跃响应曲线接近一阶惯性系统的阶跃响应曲线,因此,可以用一阶惯性环节来模拟这一系统特性, τ 接近 $500 \mu\text{s}$ 。其中,压力传感器输出电压信号 1 V 对应的力信号大小为 600 N 。

3.3 执行器滞环实验

3.3.1 电源特性实验

首先进行功率放大器输出特性的实验,信号发生器给定电压峰-峰值为 6.25 V 、偏置直流电压为 3.125 V 的正弦信号,功率放大器放大倍数固定为 16 倍,在 $0 \sim 800 \text{ Hz}$ 内得到信号发生器输入正弦偏置电压和功率放大器输出电压间的滞环如图 3 所示。

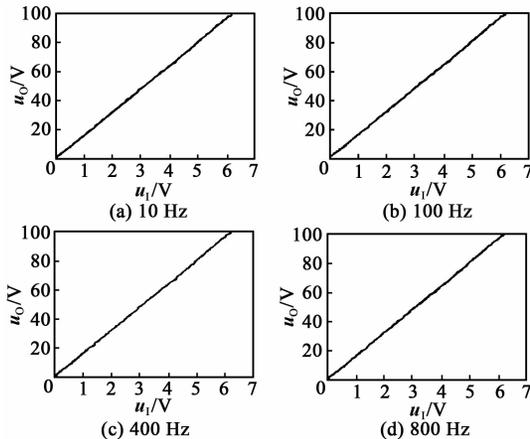


图 3 功率放大器特性曲线

图 3 中, u_i 为信号发生器的输入电压, u_o 为功率放大器的输出电压。由图 3 可知,在 800 Hz 范围内,功率放大器的输入、输出曲线可视为线性关系,其特性对执行器迟滞非线性的影响可忽略。

3.3.2 执行器滞环实验与仿真对比

根据建模和参数辨识的结果进行执行器输出位移滞环的仿真和实验,为了在相对较大频率范围内研究执行器迟滞非线性的动态特性,同时考虑功率

放大器驱动功率的限制,且压电叠堆只能承受正向电压,功放输出电压峰-峰值为 100 V 、偏置直流电压为 50 V 的正弦电压,在 800 Hz 范围进行了实验,并与仿真结果进行了对比。其中,仿真中用到的参数如表 1 所示。

表 1 压电叠堆执行器仿真参数

名称	数值
m/kg	0.062
$c/[(\text{N} \cdot \text{s}) \cdot \text{m}^{-1}]$	2 000
$k/(\text{N}/\text{m})$	70×10^6
输出杆质量 m_s/kg	0.012
碟簧刚度 $k_d/(\text{N}/\text{m})$	1.5×10^6
τ/s	5×10^{-5}
模型参数 $1 d/(\mu\text{m}/\text{V})$	0.57
模型参数 $2 \alpha/(\mu\text{m}/\text{V})$	0.239 2
模型参数 $3 \gamma/\text{V}^{-1}$	-0.083 9
模型参数 $4 \varphi_1/\text{V}^{-1}$	0.110 9
模型参数 $5 \varphi_2/\text{V}^{-1}$	-0.107 5
模型参数 $6 \varphi_3/\text{V}^{-1}$	0.080 3

仿真和实验对比结果如图 4 所示。

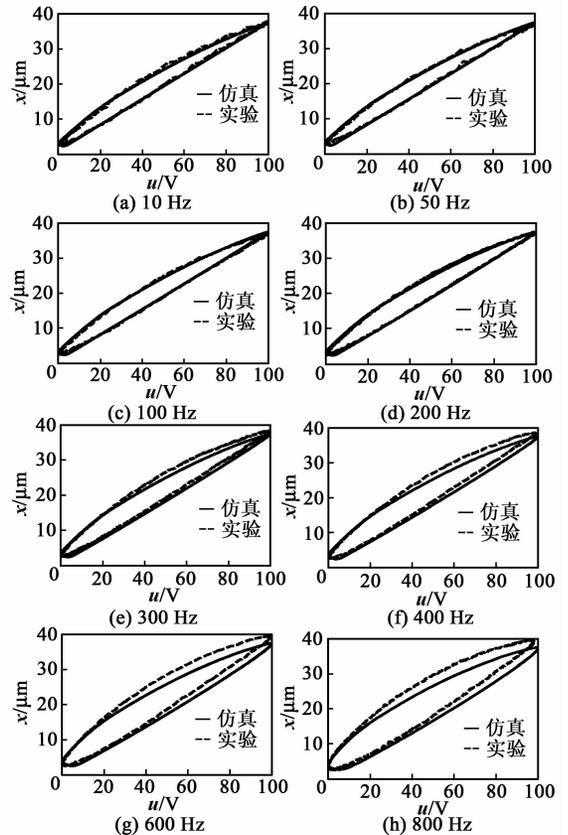


图 4 执行器输出位移滞环实验与仿真对比

由图4可知,在400 Hz范围内,模型对执行器的动态特性描述的效果较好。随着频率增加,模拟的误差也越来越大。该方法在较大频率范围内描述压电叠堆执行器动态特性的可行性得到了验证。

4 结束语

首先,采用经过改进的非对称 Bouc-Wen 模型,对压电叠堆执行器输出位移具有的迟滞非线性进行描述,并根据执行器的阶跃响应实验在线性输出力和输入电压之间建立一阶惯性环节,辨识出响应时间,建立压电叠堆执行器迟滞非线性的动态模型。再对功率放大器的输出特性进行实验研究,实验结果显示所用电源在研究频率范围内输出特性具有很好的线性特性,因此,不会影响到执行器输出位移的滞环。最后根据建立的执行器动态模型进行相应的执行器输出位移的实验和仿真对比,结果显示在800 Hz内,随着执行器工作频率的增加,仿真结果的误差逐渐增大。工作频率小于400 Hz时,模型能够很好地描述执行器输出位移的动态迟滞非线性。因此,该建模方法能有效地对压电叠堆执行器的迟滞非线性建立动态模型。

参考文献:

- [1] 毛剑琴. 智能结构动力学与控制[M]. 北京:科学出版社, 2013.
- [2] 贾振元,郭东明. 超磁致伸缩材料微位移执行器原理与应用[M]. 北京:科学出版社, 2008.
- [3] HEGEWALD T, KALTENBACHER B, KALTENBACHER M, et al. Efficient modeling of ferroelectric behavior for the analysis of piezoceramic actuators[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2007, 19(10): 1117-1129.
- [4] 徐鸿翔,陈龙,朱玉川,等. 基于 Preisach 磁滞理论的超磁致伸缩驱动器建模[J]. *机床与液压*, 2013, 41(19): 130-132.
- XU Hongxiang, CHEN Long, ZHU Yuchuan, et al. Modeling of giant magnetostrictive actuator based on preisach theory [J]. *Machine Tool & Hydraulics*, 2013, 41(19): 130-132.
- [5] MAYERGOYZ I. Mathematical models of hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1986, 22(5): 603-608.
- [6] 朱炜. 压电陶瓷叠堆执行器及其系统的迟滞现象模拟、线性化及控制方法的研究[D]. 重庆:重庆大学, 2012.
- [7] ZHU Wei, WANG Daihua. Non-symmetrical Bouc-Wen model for piezoelectric ceramic actuators [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2012, 181: 51-60.
- [8] LI Wei, CHEN Xuedong, LI Zilong. Inverse compensation for hysteresis in piezoelectric actuator using an asymmetric rate-dependent model [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2013, 84(11): 115003.
- [9] GU Guoying, LI Chunxia, ZHU Limin, et al. Modeling and identification of piezoelectric-actuated stages cascading hysteresis nonlinearity with linear dynamics [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2016, 21(3): 1792-1797.
- [10] 李巍. 压电作动器迟滞非线性建模与补偿控制研究 [D]. 武汉:华中科技大学, 2013.
- [11] 赵小兴,姜伟,李巍. 压电陶瓷作动器非对称迟滞的建模与补偿控制 [J]. *机电工程*, 2013, 30(2): 138-141.
- ZHAO Xiaoxing, JIANG Wei, LI Wei. Modeling and compensation control of asymmetric hysteresis of piezoceramic actuator [J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2013, 30(2): 138-141.
- [12] WANG Geng, CHEN Guoqiang, BAI Fuzhong. Modeling and identification of asymmetric Bouc-Wen hysteresis for piezoelectric actuator via a novel differential evolution algorithm [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2015, 235: 105-118.
- [13] ZHU Wei, RUI Xiaoting. Hysteresis modeling and displacement control of piezoelectric actuators with the frequency-dependent behavior using a generalized Bouc-Wen model [J]. *Precision Engineering*, 2016, 43: 299-307.