**文章编号:**1004-2474(2017)04-0525-06

## 压电电磁复合式振动能量采集器模型的研究

李志宏,王 良,徐 圣,裴承芝

(武汉理工大学自动化学院,湖北武汉 430070)

摘 要:针对目前单一化的压电式或电磁式机械振动能量采集装置最大输出功率较低的问题,设计了一种新型的压电电磁复合式能量采集器。通过对复合式能量采集器建立数学模型,推导出了电压、电流及输出功率的表达式。然后对复合式能量采集器的输出功率特性进行数值仿真,并设置压电片内阻值及其他参数条件,对比分析复合式能量采集器模型与单一的压电式或电磁式能量采集器模型,理论上输出功率提高了 38.2%和 4.74%。最后通过对采用悬臂梁结构的振动能量采集器的具体实验数据进行分析,论证了压电电磁复合式能量采集器输出功率的高效性。

**关键词**:机械振动;压电电磁;能量采集器;悬臂梁;仿真 中图分类号:TM919;TM11 **文献标识码**:A

## Study on the Model of Hybrid Piezoelectric and Electromagnetic Vibration Energy Harvester

## LI Zhihong, WANG Liang, XU Sheng, PEI Chengzhi

(Institute of Automation, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: Aiming at the problem of lower maximum output power of the current single piezoelectric or electromagnetic mechanical vibration energy harvesters, a new hybrid piezoelectric and electromagnetic vibration energy harvester was designed in this paper. The mathematical model of hybrid energy harvester was established and the expressions of voltage, current and output power were deduced. Then the numerical simulation of the output power characteristic of the hybrid energy harvester was carried out. Moreover, the piezoelectric plate resistance and other parameters were set. By means of comparison of hybrid energy harvester model with the single piezoelectric or electromagnetic energy harvester model, the theoretical output power increased by 38.2% and 4.74% respectively. Finally, the high efficiency of output power of the hybrid piezoelectric and electromagnetic vibration energy harvester was verified through the analysis of the specific experimental data of the vibration energy harvester with a cantilever beam structure.

Key words: mechanical vibration; piezoelectric and electromagnetic; energy harvester; cantilever beam; simulation

0 引言

随着便携式电子设备、微机电系统(MEMS)、 无线传感器网络的迅猛发展,以及各种新型的低功 耗电子元器件的出现,传统的电池供电系统由于体 积大,使用寿命有限,会对环境产生污染等缺点,已 远不能满足工业需要。将机械振动能量收集起来存 储为电能,并供电给低功耗器件成为当前的热门研 究方向。目前,振动能量采集器主要有静电式、压电 式、电磁式。静电式能量采集器需要连接额外的工作电源,在很大程度上限制了其使用;利用压电效应<sup>[1]</sup>的压电式能量采集器具有输出电压高,所需外围能量控制器件较少,结构简单,易与 MEMS 集成等优点,但输出电流较低;利用电磁效应设计出的电磁式能量采集器输出电流较大,但输出电压较低。为克服两种单一能量采集技术的缺点,科研工作者提出了压电电磁复合式能量采集器结构模型。将压

收稿日期:2016-09-06

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175395)

作者简介:李志宏(1965-),男,湖北省武汉市人,副教授,主要从事电子技术及应用的研究。E-mail:1600149302@qq.com。通信作者:王良(1992-),男,湖北省黄冈市人,硕士生,主要从事嵌入式系统以及新能源技术的研究。E-mail:625380943@qq.com。

电和电磁两种能量转换结构集成在一个悬臂梁系统 中<sup>[2]</sup>,综合了压电转换和电磁转换的优点,提高了能 量采集器的输出功率。

电磁能量采集器研究始于 20 世纪 90 年代, 1996年, WILLIAMS 和 YATES 提出基础理论数 学模型[3],近年来,国内外的学者也从不同的角度对 压电电磁复合式能量采集器开展了深入的理论研 究。WANG 等研究了压电电磁能量采集器的电路 结构,分析了不同的整流电路对输出功率的影响[4]; YANG B 等对不同的压电电磁发电微型结构建立 了输出功率理论数学模型[5],同时针对该结构进行 有限元分析,结果表明,放置磁铁的极化方向、线圈 和磁铁相对位置、磁铁数量等参数都对能量收集装 置的输出电压和功率具有较大影响。悬臂梁系统的 共振频率在一般情况下都会高于振动源的频率,压 电悬壁梁微型发电装置会因为振动源未达到共振频 率,输出功率效果不理想,SHEN等针对这一问题, 利用硅质材料设计了微型压电发电悬臂梁结构系 统,该系统可有效降低共振频率<sup>[6]</sup>。SODANO 等<sup>[7]</sup> 提出了一个理论模型,在一定的激振频率和幅值的 情况下,计算压电式振动能量采集器的最大输出功 率。科研人员发现耦合电磁力可以改变悬臂梁结构 的刚度,从而改变共振频率的大小,与此同时,WIS-CHKE M 等<sup>[8]</sup>利用压电材料的逆压电效应实现了 共振频率的调节。缑新科等<sup>[9]</sup>提出了基于子空间辨 识算法的悬臂梁振动控制模型,保证了系统的稳定 性。KARAMI M A 等<sup>[10]</sup>提出了一种非线性压电 电磁复合单摆结构的能量采集器。王红艳提出了一 种双自由度压电电磁复合俘能器结构[11-12]。但是, 大多数的文献在建立压电电磁复合式能量采集器理 论模型时,为了简化,并未考虑电磁阻尼和压电内阻 对机械振动系统的耦合作用[13-14]。因此,本文针对 所设计的压电电磁复合式能量采集器的机电耦合建 立了合适的数学模型,结合数值仿真分析和实验测 试,研究分析了激振频率、外接负载、压电片内阻等 因素对复合式能量采集器最大输出功率特性的影 响,并与独立的压电式或电磁式能量采集器的输出 功率特性进行了对比分析。

1 能量采集器模型

本文采用的是单自由度的振动式悬臂梁结构,

```
如图1所示。
```



图 1 压电电磁复合式能量采集器结构

该结构的固有频率较低,易达到谐振状态。悬 臂梁上镶嵌着若干块压电陶瓷片,末端下方连接着 一块永恒磁铁。激振时悬臂梁受迫振动,压电陶瓷 片在厚度方向发生物理形变,由于压电效应使陶瓷片 的上、下表面聚集极性相反、等大小的电荷,从而产生 电压。与此同时,悬臂梁带动磁铁上下运动,线圈切 割磁感线,由于磁通量的改变,使线圈内部产生电流。

该压电电磁复合式振动能量采集器可简化为质 量-弹簧-阻尼组成的一个机电耦合系统<sup>[3]</sup>(见图 2), 为了便于分析,负载等效为纯电阻,能量采集器的等 效电路模型如图 3 所示。



根据文献[3]可得系统的机电耦合状态方程:

 $Mu'' + Du' + Ku = F - F_{\rm P} - F_{\rm E}$ (1)

 $F = -My'' \tag{2}$ 

$$F_{\rm P} = \alpha V_{\rm P} \tag{3}$$

 $F_{\rm E} = \beta I_{\rm E} \tag{4}$ 

$$I_{\rm P} = \alpha u' - C_{\rm P} V_{\rm P}' - V_{\rm P} / r_{\rm C}$$

$$\tag{5}$$

$$V_{\rm E} = \beta u' - r_{\rm L} I_{\rm E} - L_{\rm E} I_{\rm E}' \tag{6}$$

$$I_{\rm P} = V_{\rm P}/R_{\rm P} \tag{7}$$

$$V_{\rm E} = R_{\rm E} I_{\rm E} \tag{8}$$

式中:M 为模型质量;K 为弹簧刚度;D 为阻尼系 数;u 为弹簧的伸缩量;y 为系统的位移;F 为外加 的激振力大小; $F_P$  为由于逆压电效应<sup>[8]</sup>产生的回复 力; $F_E$  为电磁线圈产生的回复力; $\alpha$  和 $\beta$  分别为压电 单元和电磁单元的影响因子; $R_P$  和  $R_E$  分别为压电 单元和电磁单元的负载电阻; $C_P$  和  $L_E$  分别为压电 单元和电磁单元的负载电阻; $C_P$  和  $L_E$  分别为等效 电容和等效电感; $r_C$  和  $r_L$  分别为压电片内阻和电磁 线圈内阻; $I_P$  和  $I_E$  为流过负载的电流; $V_P$  为负载  $R_P$  两端的电压; $V_E$  为负载  $R_E$  两端的电压。

式(1)~(4)能较好地描述图 2 所示的复合式能 量采集器物理模型。根据基尔霍夫电流定律可得压 电单元的节点电流方程(见式(5))和电磁单元等效 电路模型的回路电压方程(见式(6))。

将式(7)、(8)代入式(5)、(6)中,并进行拉普拉 斯变换,在零初始的条件下得到:

$$V_{\rm P}(s) = \frac{s \alpha R_{\rm P} r_{\rm C} U(s)}{s R_{\rm P} r_{\rm C} C_{\rm P} + (R_{\rm P} + r_{\rm C})} \tag{9}$$

$$I_{\rm E}(s) = \frac{s\beta U(s)}{sL_{\rm E} + (R_{\rm E} + r_{\rm L})}$$
(10)

式中s为拉普拉斯算子。

压电单元和电磁单元采集的能量分别为 R<sub>P</sub> 和 R<sub>E</sub> 所消耗的电能,因此可用下式表示:

$$P_{R_{\rm P}} = \frac{1}{2R_{\rm P}} |V_{\rm P}(s)|^{2} = \frac{u_{\rm max}^{2}}{2} \left| \frac{s \alpha r_{\rm C} \sqrt{R_{\rm P}}}{s R_{\rm P} r_{\rm C} C_{\rm P} + (R_{\rm P} + r_{\rm C})} \right|^{2}$$
(11)

$$P_{R_{\rm E}} = \frac{R_{\rm E}}{2} \mid I_E(s) \mid^2 = \frac{u_{\rm max}^2}{2} \left| \frac{s\beta \sqrt{R_{\rm E}}}{sL_{\rm E} + (r_{\rm L} + R_{\rm E})} \right|^2$$
(12)

式中: $u_{max}$ 为弹簧的最大伸缩量; $P_{R_p}$ 为压电单元采 集到的能量; $P_{R_p}$ 为电磁单元采集到的能量。

将式(9)、(10)代入式(1)中可得压电电磁复合 式能量采集器系统的传递函数为

$$\frac{U(s)}{a(s)} = \frac{-M}{s^2 M + sD + K + \frac{s\alpha^2 R_{\rm P} r_{\rm C}}{sR_{\rm P} r_{\rm C} C_{\rm P} + (R_{\rm P} + r_{\rm C})} + \frac{s\beta^2}{sL_{\rm E} + (R_{\rm E} + r_{\rm L})}}$$
(13)

式中a = y''为激振加速度的大小。

$$P = \frac{M^{2}a^{2}}{2} \times \left[ \frac{\alpha^{2}r_{c}^{2}R_{p}}{4\pi^{2}f^{2}R_{p}^{2}r_{c}^{2}C_{p}^{2} + (R_{p} + r_{c})^{2}} + \frac{\beta^{2}R_{E}}{4\pi^{2}f^{2}L_{E}^{2} + (r_{L} + R_{E})^{2}} \right] \times \\ \left\{ \left[ -2\pi fM + \frac{K}{2\pi f} + \frac{2\pi fa^{2}R_{p}^{2}r_{c}^{2}C_{p}}{4\pi^{2}f^{2}R_{p}^{2}r_{c}^{2}C_{p}^{2} + (R_{p} + r_{c})^{2}} + \frac{2\pi fL_{E}\beta^{2}}{4\pi^{2}f^{2}L_{E}^{2} + (R_{E} + r_{L})^{2}} \right]^{2} + \right. \\ \left[ D + \frac{\alpha^{2}R_{p}r_{c}(R_{p} + r_{c})}{4\pi^{2}f^{2}R_{p}^{2}r_{c}^{2}C_{p}^{2} + (R_{p} + r_{c})^{2}} + \frac{\beta^{2}(R_{E} + r_{L})}{4\pi^{2}f^{2}L_{E}^{2} + (R_{E} + r_{L})^{2}} \right]^{2} \right\}^{-1}$$
(15)  
$$\left. \alpha^{2}r_{c}^{2}R_{p} \right]^{2} \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \left[ \frac{1$$

$$P_{\rm P} = \frac{M^2 a^2}{2} \frac{\frac{\alpha r_{\rm C} R_{\rm P}}{4\pi^2 f^2 R_{\rm P}^2 r_{\rm C}^2 C_{\rm P}^2 + (R_{\rm P} + r_{\rm C})^2}}{\left[-2\pi f M + \frac{K}{2\pi f} + \frac{2\pi f a^2 R_{\rm P}^2 r_{\rm C}^2 C_{\rm P}}{4\pi^2 f^2 R_{\rm P}^2 r_{\rm C}^2 C_{\rm P}^2 + (R_{\rm P} + r_{\rm C})^2}\right]^2 + \left[D + \frac{\alpha^2 R_{\rm P} r_{\rm C} (R_{\rm P} + r_{\rm C})}{4\pi^2 f^2 R_{\rm P}^2 r_{\rm C}^2 C_{\rm P}^2 + (R_{\rm P} + r_{\rm C})^2}\right]^2$$
(16)

$$P_{\rm E} = \frac{M^2 a^2}{2} \frac{\frac{\beta^2 R_{\rm E}}{4\pi^2 f^2 L_{\rm E}^2 + (r_{\rm L} + R_{\rm E})^2}}{\left[-2\pi f M + \frac{K}{2\pi f} + \frac{2\pi f L_{\rm E} \beta^2}{4\pi^2 f^2 L_{\rm E}^2 + (R_{\rm E} + r_{\rm L})^2}\right]^2 + \left[D + \frac{\beta^2 (R_{\rm E} + r_{\rm L})}{4\pi^2 f^2 L_{\rm E}^2 + (R_{\rm E} + r_{\rm L})^2}\right]^2}$$
(17)

由式(15)可得:压电电磁复合式振动能量采集器的输出功率与  $f, R_P$  和  $R_E$  有关,而式 (15)中的其他参数可由实验直接或间接得到。

线圈切割磁感线时产生的电流较大,而线圈两

端的电压较小,只考虑压电单元的发电功率,可以假 设 $R_E$ 的值为无穷大,即线圈中的 $I_E=0$ ;另一方面, 压电陶瓷发生形变,在压电效应的作用下会在 $R_P$ 两端产生较大的瞬时电压,而端口的电流却很小,如 果只考虑电磁单元的发电功率,可以假设  $R_P$  的值 趋近于 0,即  $R_P$  两端的电压  $V_P=0$ 。于是单一的压 电或电磁最大发电功率可由式(16)、(17)计算得到。 由式(16)、(17)可看到,压电单元输出功率最大值不 仅与自身的结构参数有关,还与电磁单元的结构参 数有关,压电单元的结构参数同样也会对电磁单元 的最大输出功率产生影响。

2 数值仿真分析

计算系统总的输出功率 P,压电单元的输出功率 P,压电单元的输出功率 P<sub>P</sub>和电磁单元的输出功率 P<sub>E</sub>,需要通过实验测量系统的结构参数如表 1 所示。

$\frac{K}{(N \cdot m^{-1})}$	$M/\mathrm{kg}$	$\frac{D}{\left[\mathbf{N} \cdot (\mathbf{s} \cdot \mathbf{m}^{-1})\right]}$	a / (m • s <sup>-2</sup> )	$\alpha/$ (N • V <sup>-1</sup> )
8 586	0.289	0.149	0.25	$1.4 \times 10^{-2}$
$\beta/(N \cdot A^{-1})$	$C_{\rm P}/{ m F}$	$L_{\rm E}/{ m H}$	$r_{ m C}/\Omega$	$r_{ m L}/\Omega$
1.515 6 6	$1 \times 10^{-8}$	0.020 6	1 540	1.6

表1 系统结构参数

对于变量  $f, R_P, R_E$  可采用控制变量法,利用 MATLAB 仿真软件测试其对系统最大输出功率的 影响。首先,设置  $R_P = 1500 \Omega, R_E = 100 \Omega$ ,此负载 匹配为随机选择,并不一定是最优的,改变 f 的大 小,观察最大输出功率的变化情况。

图 4 为 f 对最大输出功率的影响。由图可知, 当 f=28.44 Hz 时,负载各不相同的  $P,P_P,P_E$  几 乎同时达到最大值,因此,可认为 f 对压电单元和 电磁单元的影响趋势一致,且压电电磁复合式能量 采集器的输出功率比单一的压电式或电磁式的输出 功率要大。可以根据下式求出系统的固有频率 $f_r=$ 28.43 Hz,系统误差较小,基本达到了共振条件。



图 4 激振频率对最大输出功率的影响

然后,保持 f = 28.44 Hz,改变  $R_P$  和  $R_E$  的大 小,得到最大输出功率的值。当  $R_P = 155$  Ω,  $R_E =$ 21.84 Ω 时,可得最大输出功率(见图 5),此时 P =3.98 mW。图 6 为在  $R_E$  为无穷大时,压电单元负 载对最大输出功率的影响,由图 6 可知,当  $R_P =$ 516 Ω时,  $P_P = 2.88$  mW。图 7 为当  $R_P$  趋近 0 时, 电磁单元负载对最大输出功率的影响,由图 7 可知, 当  $R_E = 18$  Ω 时,  $P_E = 3.80$  mW。





如果不考虑  $r_c$  对压电电磁复合式能量采集器 总输出功率的影响,可以将  $r_c$  变为开路,即在式 (15)中使  $r_c$  的阻值为无穷大,然后观察  $R_P$  和  $R_E$ 对系统最大输出功率的影响(见图 8)。由图可知, 当  $R_P = 588 \Omega$ ,  $R_E = 39 \Omega$  时,最大输出功率 P =4.91 mW,大于图 5 中得到的理论值。这是由于  $r_c$ 自身发热会消耗掉部分能量,不考虑  $r_c$  的影响会导



图 8 r<sub>c</sub> 开路时, R<sub>P</sub> 和 R<sub>E</sub> 对系统最大输出功率的影响

图 9 为  $r_c$  对系统最大输出功率的影响。图 9 只是简单的从理论上假设了在  $r_c$  值发生变化, f =28.44 Hz 保持不变的情况下,  $R_P$  与  $R_E$  自动匹配计 算得到的最大输出功率。由图可知,  $r_c$  的值越大, 输出功率也越大。 $r_c = 0$  时, 使  $R_P$  短路, 压电单元 不工作, 此时的输出功率值即为单一的电磁单元最 大输出功率值  $P_E$ 。



图 9 rc 对系统最大输出功率的影响

最后通过对比可得:理论上,在不忽略 rc 的情况下,压电电磁复合式能量采集器最大输出功率比单一化的压电式或电磁式能量采集器分别提高了 38.2%和4.74%,且压电单元与电磁单元之间由于 结构参数的影响产生耦合现象,复合式能量采集器 的最大输出功率并不是这两个单元最大输出功率的 简单代数叠加。

3 实验测试

本实验主要验证压电电磁复合式振动能量采集 器的最大输出功率与单一的压电或电磁单元输出功 率的大小关系,以及不同的激振频率、负载匹配对输 出功率的影响。实验过程为:由波形发生器输出一 个可以调节频率和幅值的激振信号,然后经过功率 放大器控制信号强弱,使加速度稳定为 0.25 m/s<sup>2</sup>, 用万用表测量负载两端的电压,从而计算得到最大 输出功率的值。实验装置如图 10 所示。



图 10 能量采集器实验装置

 $R_{\rm P}$  和  $R_{\rm E}$  的值分别调节至最优匹配值 150 Ω 和 20 Ω 保持不变,改变 f,观察到的输出功率特性曲 线如图 11 所示。



图 11 实验测试激振频率对最大输出功率的影响

由图 11 可知,当 f = 28.05 Hz 时,压电电磁复 合式能量采集器的最大输出功率为 3.65 mW,此时 的电磁单元最大输出功率为 3.18 mW,提高约 14.78%,且 P 和  $P_E$  与理论值相差较远, $P_P$  却与理 论值较接近,当 f = 28.00 Hz, $P_P = 2.77$  mW,复合 式最大功率提高了 31.77%。

再次调节激振信号的频率,使 f=28.00 Hz 不 变,同时使电磁单元的负载开路,单独观察 R<sub>P</sub> 对压 电单元最大输出功率的影响,如图 12 所示。



图 12 实验测试 R<sub>P</sub> 对压电单元最大输出功率的影响

同理,调节激振信号的频率,使 f = 28.05 Hz 不变,同时使压电单元的负载短路,单独观察负载 R<sub>E</sub> 对电磁单元最大输出功率的影响,如图 13 所示。



图 13 实验测试 R<sub>E</sub> 对电磁单元最大输出功率的影响 实验结果说明 R<sub>P</sub> 和 R<sub>E</sub> 对最大输出功率的影 响都呈现单峰函数,变化趋势与理论曲线一致。

4 结束语

本文提出了一种压电电磁复合式振动能量采集 器的理论模型,讨论了激振频率和负载电阻对最大 输出功率的影响,并特别指出了压电单元内阻不可 忽略的特性;同时,通过具体的实验验证了此模型的 正确性,即压电电磁复合式能量采集器的最大输出 功率比单一的压电式或电磁式要大。但是,未考虑 工作频带大小,使其在多变的激振频率条件下难以 保证最大输出功率的稳定性,且此理论模型不能适 用于非线性负载,这有待于进一步研究。

## 参考文献:

- [1] 张福学,王丽坤.现代压电学[M].北京:科学出版 社,2001.
- [2] YONA S T, ZHANG S J, SHASHAN K P. Multimodel energy harvesting system: piezoelectric and electromagnetic[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2009, 20(5):625-632.
- [3] WILLIAMS C B, YATES R B. Analysis of a microelectric generator for microsystems [J]. Sensors and Actuators, A: 1996,52(1/3):8-11.
- WANG Xu, LING Xingyu, HAO Zhiyong, et al. Comparison of electromagnetic and piezoelectric vibration energy harvesters with different interface circuits[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 72/73(5):906-924.

- [5] YANG B, LEE C K, KEE W L, et al. Hybrid energy harvester based on piezoelectric and electro-magnetic mechanisms [J]. Micro/Nanolith MEMS MOEMS, 2010,9(2): 02300201-02300210.
- [6] SHEN D, PARK J H. Micromachined pzt cantilever based on SOI structure for low frequency vibration energy harvesting[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2009, 154(1):103-108.
- [7] SODANO H A, PARK G, INMAN D. Estimation of electric charge output for piezoelectric energy harvesting[J]. Strain, 2004,40(2):49-58.
- [8] WISCHKE M, MASUR M, WOIAS P. Electromagnetic vibration harvester with piezoelectrically tunable resonance frequency [J]. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2010, 20(3):035025.

GOU Xinke, LI Dongdong, CHEN Zhuo, et al. Study on vibration control of piezoelectric cantilever beam based on subspace identification [J]. Modern Electronics Technique, 2014,37(14):1-4.

- [10] KARAMI M A, INMAN D J. Nonlinear hybrid energy harvesting utilizing a piezo-magneto-elastic spring[J]. Proceedings of SPIE, 2010, 7643(4): 76430U1-76430U11.
- [11] 王红艳.梁结构压电及压电电磁复合俘能器模型的建 立与实验研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2013.
- [12] 罗元,万沙浪. 微型压电及磁电式能量采集器的研究进展[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版),2016,28(1): 1-8.

LUO Yuan, WAN Shalang. Research progress of micro-piezoelectric and micro-electromagnetic energy harvesters[J]. Journal of University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2016, 28 (1):1-8.

- [13] SHAN Xiaobiao, GUAN Shiwei, LIU Zhangshi, et al. A new energy harvester using a piezoelectric and suspension electromagnetic mechanism [J]. Applied Physics & Engineering, 2013, 14(12); 890-897.
- [14] 张雅文. 压电及电磁振动能量回收结构的特性研究 [D]. 北京:北京交通大学,2011.