文章编号:1004-2474(2017)05-0784-06

基于强跟踪 GHF 的里程计辅助 SINS 动基座对准研究

武 萌,汤霞清,黄湘远
(装甲兵工程学院 控制工程系,北京 100072)

摘 要:为提高车载捷联惯导系统动基座初始对准精度,提出了一种强跟踪降维高斯-厄米特非线性动基座初始对准算法。里程计辅助捷联惯导粗对准后水平姿态误差角为小角度,里程计辅助捷联惯导动基座对准模型简化为大方位失准角非线性模型,采用降维高斯-厄米特滤波(GHF),以少数非线性状态积分点估计整个系统状态,减少计算量,应用强跟踪滤波,提高系统对突变的滤波状态的跟踪能力。实验表明,应用强跟踪降维高斯-厄米特滤波提高了动基座初始对准精度,减少了计算量,提高了滤波的稳定性。

关键词:捷联惯导;大失准角;动基座初始对准;高斯-厄米特非线性滤波;强跟踪
中图分类号:TN209;V249.3 **文献标识码**:A

Research on the Moving SINS Initial Alignment Method Based on Strong Tracking Gauss Hermite Filter With OD Aiding

WU Meng, TANG Xiaqing, HUANG Xiangyuan
(Dept. of Control Engineering, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China)

Abstract: In order to improve the vehicle moving alignment accuracy of the strapdown inertial navigation system, the moving initial alignment algorithm is proposed based on the nonlinear Gauss-Hermite filter (GHF) with the strong tracing and dimensionality reduction. Based on OD aiding, the horizontal attitude error of coarse alignment is a small angle, and the SINS moving initial alignment model is simplified to be large azimuth misalignment angle nonlinear model. Based this model, the dimensionality of nonlinear Gauss-Hermite filter can be reduced, the status of the system can be estimated with a few nonlinear integral points, and the amount of calculation decrease. Also, the strong tracing method is applied to improve the tracking ability of the mutation filter status. With the experiment, the Gauss-Hermite nonlinear moving alignment scheme with the strong tracing and dimensionality reduction can improve the precision of the moving alignment, decrease the amount of calculation and improve the stability of the filtering.

Key words: SINS; large misalignment angles; moving initial alignment; Gauss-Hermite nonlinear filter; strong tracking filter

0 引言

捷联惯性导航系统(SINS)初始对准是惯性导航顺利进行的前提和关键技术。静基座初始对准对环境的依赖限制了其反应时间,在战时或其他快速反应时间要求高的场合,需要研究应用能在行进间对准的动基座初始对准方法。车载捷联惯导动基座初始对准需要外界提供车辆辅助参考信息,里程计是一种完全自主的车辆里程量测传感器,与全球定位系统(GPS)和北斗等手段相比,里程计具有自主性强,受环境干扰影响小以及不受外界控制,特别是不受敌对势力控制,不易摧毁等优点,能辅助捷联惯导完成战车动基座初始对准。

里程计辅助的捷联惯导动基座初始对准模型为非线性误差模型,需要采用非线性滤波算法进行滤波。国内、外专家学者开展了动基座初始对准过程

收稿日期:2016-12-09
作者简介:武萌(1981-),女,山东泰安人,讲师,博士生,主要从事惯性导航与制导的研究。通信作者:汤霞清(1965-),男,湖南长沙人,教授,主要从事惯性测量和导航技术的研究。

中扩展卡尔曼滤波、无迹卡尔曼滤波、中心差分卡尔曼滤波,容积卡尔曼滤波、高斯-厄米特等[1-7]非线性滤波算法的研究,其中高斯-厄米特非线性滤波通过厄米特多项式近似非线性函数的后验概率密度函数,在非线性高斯滤波算法中估计精度是最高的。但高斯-厄米特非线性滤波(GHF)的积分点数目与系统状态维数呈指数增长,里程计辅助的捷联惯导动基座初始对准模型是高维的非线性系统,直接采用高斯-厄米特非线性滤波进行动基座对准所需的积分点数很大,易产生维数灾难。由线性和非线性状态组合的混合非线性系统,可通过降维的形式,以少数非线性状态的高斯-厄米特积分点来估计整个系统的状态[6-7]。针对采用惯性系粗对准后的里程计辅助捷联惯导动基座初始对准非线性误差模型,本文提出了强跟踪降维高斯-厄米特非线性滤波捷联惯导精对准的动基座初始对准方案。

1　高斯-厄米特非线性滤波原理

对于服从标准正态分布的 n 维高斯随机变量 x,非线性函数 $f(x)$的高斯-厄米特积分可通过张量积的形式近似[7]为

$$\int f(x)N(x;0,I_n)\mathrm{d}x \approx \sum_{i=1}^{m^n} W_i f(\zeta_i) \tag{1}$$

式中:$N(x;0,I_n)$表示均值为 0、方差为 I_n 的正态分布;ζ_i 为积分点;W_i 为积分点对应的权值;m 为精度等级。

令对称三对角矩阵 $\boldsymbol{J}$ 的主对角线元素为 0,且满足 $J_{i,i+1}=\sqrt{i/2}(1\leqslant i\leqslant m-1)$,则 ζ_i 和 W_i 为

$$\begin{cases} \zeta_i = \sqrt{2}\alpha_i \\ W_i = (\boldsymbol{\kappa}_i)_{J_1}^2 \end{cases} \tag{2}$$

式中:α_i 为对称三对角矩阵 $\boldsymbol{J}$ 的第 i 个特征值;$(\boldsymbol{\kappa}_i)_{J_1}$ 为 $\boldsymbol{J}$ 第 i 个归一化特征向量的第一个元素。

对于服从 $N(x,\hat{x},\boldsymbol{P})$分布的 n 维高斯随机变量,由式(1)应用随机解耦变换方法可将 $f(x)$的非线性高斯-厄米特积分表示为

$$\int f(x)N(x;\hat{x},\boldsymbol{P})\mathrm{d}x \approx \sum_{i=1}^{m^n} W_i f(\boldsymbol{S}\zeta_i + \hat{x}) \tag{3}$$

式中 S 为 $\boldsymbol{P}$ 的 Cholesky 分解,满足 $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}$。

假设高斯非线性系统的状态方程和观测方程可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_k = f(\boldsymbol{x}_{k-1}, V_{k-1}) \\ \boldsymbol{z}_k = h(\boldsymbol{x}_k, n_k) \end{cases} \tag{4}$$

式中:$\boldsymbol{x}_k \in \boldsymbol{R}^n$ 为 k 时刻的状态向量;$V_k \in \boldsymbol{R}^n$ 为系统噪声;$n_k \in \boldsymbol{R}^n$ 为观测噪声。

利用高斯-厄米特积分滤波,通过预测和更新可求解式(4)的非线性系统。假设 $k-1$ 时刻的高斯-厄米特积分点和积分权值分别为 $\xi_{k-1}^i = \hat{x}_{k-1} + \boldsymbol{S}_{k-1}\zeta_i$,$\zeta_i = \sqrt{2}\alpha_i$,$W_i = (\boldsymbol{\kappa}_i)_{J_1}^2$,且有 $\boldsymbol{P}_{k-1} = \boldsymbol{S}_{k-1}\boldsymbol{S}_{k-1}^{\mathrm{T}}$,$i = 1,2,\cdots,m^n$,则高斯-厄米特积分滤波预测更新为

$$\hat{x}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{m^n} W_i f(\xi_{k-1}^i) \tag{5}$$

$$\boldsymbol{P}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{m^n} W_i [f(\xi_{k-1}^i) - \hat{x}_{k/k-1}][f(\xi_{k-1}^i) - \hat{x}_{k/k-1}]^{\mathrm{T}} + Q_{k-1} \tag{6}$$

对 $\boldsymbol{P}_{k|k-1}$ 进行 Cholesky 分解,得到 $\boldsymbol{P}_{k|k-1} = S_{k/k-1}S_{k/k-1}^T$,取量测高斯-厄米特积分点和权值分别为 $\xi_{k/k-1}^i = \hat{x}_{k/k-1} + S_{k/k-1}\zeta_i$,$\zeta_i = \sqrt{2}\alpha_i$,$W_i = (\boldsymbol{\kappa}_i)_{J_1}^2$,则量测更新为

$$\hat{z}_{k/k-1} = \sum_{i=1}^{m^n} W_i h(\xi_{k/k-1}^i) \tag{7}$$

$$P_{zz} = \sum_{i=1}^{m^n} W_i [(h(\xi_{k/k-1}^i) - \hat{z}_{k/k-1})(h(\xi_{k/k-1}^i) - \hat{z}_{k/k-1})^{\mathrm{T}}] + R_k \tag{8}$$

$$P_{xz} = \sum_{i=1}^{m^n} W_i (f(\xi_{k-1}^i) - \hat{x}_{k/k-1})(h(\xi_{k/k-1}^i) - \hat{z}_{k/k-1})^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

$$K_k = P_{xz}P_{zz}^{-1} \tag{10}$$

由式(7)～(10)可看出,高斯-厄米特非线性滤波的积分点数目为 m^n,该算法能以任意阶精度近似高斯非线性积分。

2　降维强跟踪高斯-厄米特非线性滤波捷联惯导动基座对准算法

捷联惯导在里程计辅助下经过惯性系粗对准,水平失准角能够快速收敛为小角度,但由于受载体运动的影响,捷联惯导系统的方位失准角是大角度的,系统具有强的非线性。对由大失准角导致的非线性捷联惯导动基座对准误差模型采用非线性滤波,可实现捷联惯导的动基座精对准。

2.1　里程计辅助捷联惯导动基座大方位失准角误差模型

选取里程计辅助捷联惯导系统误差状态为

$$\boldsymbol{x}=[\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}\ (\delta\boldsymbol{v}^{n})^{\mathrm{T}}\ (\delta\boldsymbol{P}^{n})^{\mathrm{T}}\ (\boldsymbol{\varepsilon}^{b})^{\mathrm{T}}\ (\boldsymbol{\nabla}^{b})^{\mathrm{T}}\ \delta K_{D}]^{\mathrm{T}} \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{\phi}=[\phi_E\quad\phi_N\quad\phi_U]^{\mathrm{T}}$ 为姿态误差；$\delta\boldsymbol{v}^{n}=[v_E\quad v_N\quad v_U]^{\mathrm{T}}$ 为速度误差；$\delta\boldsymbol{P}^{n}=[\delta L\quad\delta\lambda\quad\delta h]^{\mathrm{T}}$ 为位置误差；$\boldsymbol{\varepsilon}^{b}=[\varepsilon_x\quad\varepsilon_y\quad\varepsilon_z\quad]^{\mathrm{T}}$ 为陀螺常值漂移；$\boldsymbol{\nabla}^{b}=[\nabla_x\quad\nabla_y\quad\nabla_z]^{\mathrm{T}}$ 为加速度常值漂移；δK_{D} 为里程计刻度因子误差。经过惯性系动基座粗对准后，捷联惯导的水平姿态失准角 $\phi_E\phi_N$ 能够快速收敛为小角度，根据三角函数的性质，忽略二阶以上小量，姿态误差方程可简化为

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}=\boldsymbol{M}_1\boldsymbol{\omega}_{in}^{n}+\boldsymbol{M}_2\delta\boldsymbol{v}^{n}+\boldsymbol{M}_3\delta\boldsymbol{P}-\boldsymbol{C}_b^{n'}\boldsymbol{\varepsilon}^{b} \tag{12}$$

其中，

$$\boldsymbol{M}_1=\begin{bmatrix}1-\cos\phi_U & -\sin\phi_U & \phi_N\\ \sin\phi_U & 1-\cos\phi_U & -\phi_E\\ -\phi_E\sin\phi_U-\phi_N & \phi_E\cos\phi_U & 0\end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{M}_2=\frac{1}{R_{\mathrm{e}}+h}\begin{bmatrix}\sin\phi_U & -\cos\phi_U & 0\\ \cos\phi_U & \sin\phi_U & 0\\ \tan\widetilde{L} & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{M}_3=\begin{bmatrix}0 & -\Omega_U\sin\phi_U & 0\\ 0 & -\Omega_U\cos\phi_U & 0\\ 0 & \Omega_N+v_E\sec^2 L/(R_N+h) & 0\end{bmatrix} \tag{15}$$

速度误差方程可简化为

$$\begin{aligned}\delta\dot{\boldsymbol{v}}=&\begin{bmatrix}1-\cos\phi_U & \sin\phi_U & -\phi_N\cos\phi_U-\phi_E\sin\phi_U\\ -\sin\phi_U & 1-\cos\phi_U & -\phi_N\sin\phi_U+\phi_E\cos\phi_U\\ \phi_N & -\phi_E & 0\end{bmatrix}\cdot\widetilde{\boldsymbol{f}}^{n'}+(2\delta\boldsymbol{\omega}_{ie}^{n}+\delta\boldsymbol{\omega}_{en}^{n})\times\widetilde{\boldsymbol{v}}^{n}-\\ &(2\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{ie}^{n}+\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{en}^{n})\times\delta\boldsymbol{v}^{n}+\begin{bmatrix}\cos\phi_U & -\sin\phi_U & \phi_E\sin\phi_U\\ \sin\phi_U & \cos\phi_U & \phi_E\sin\phi_U\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\boldsymbol{\nabla}^{n}\end{aligned} \tag{16}$$

位置误差方程简化为

$$\begin{aligned}\delta\dot{\boldsymbol{P}}^{n}=&\begin{bmatrix}\dfrac{\sec\widetilde{L}}{R_N+h} & 0 & 0\\ 0 & \dfrac{1}{R_M+h} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\delta\boldsymbol{v}^{n}+\\ &\begin{bmatrix}0 & \dfrac{\widetilde{v}_E\sec\widetilde{L}\tan\widetilde{L}}{R_N+h} & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\delta\boldsymbol{P}^{n}\end{aligned} \tag{17}$$

由误差状态组成的非线性方程可表示为

$$\dot{\boldsymbol{x}}=f(x)+\boldsymbol{w} \tag{18}$$

式中 $\boldsymbol{w}$ 是方差为 Q 的高斯白噪声。

采用位置增量量测方案，以 1 s 内的捷联惯导解算的位置增量和里程计输出的位置增量之差作为观测量，观测方程表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{z}_k=&\sum_{i=1}^{N}T(v_i^{n}+\delta v_i^{n})-(1+\delta K_D)C_n^{n'}(t)C_b^{n}(t)\cdot\\ &\Delta S_i^{b}-C_b^{n'}(t)\boldsymbol{n}_D\end{aligned} \tag{19}$$

在姿态误差角较大时，式(19)为非线性方程，则

$$\boldsymbol{z}_k=h(\boldsymbol{x}_k)+\boldsymbol{n}_k \tag{20}$$

式中 $\boldsymbol{n}_k$ 是方差为 $\boldsymbol{R}$ 的高斯白噪声。

2.2 降维高斯-厄米特非线性滤波算法

2.1 节中的里程计辅助捷联惯导动基座初始对准模型为 16 维的非线性模型，直接采用高斯-厄米特非线性滤波进行初始对准存在“维数灾难”，无法直接实现。经惯性系粗对准后，里程计辅助捷联惯导动基座精对准误差模型的非线性项仅与方位姿态误差角 ϕ_U 有关，根据降维非线性滤波原理可对里程计辅助捷联惯导动基座精对准误差模型进行降维滤波处理。令 $\boldsymbol{x}=[\zeta^{\mathrm{T}}\quad\boldsymbol{\kappa}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\zeta}=\phi_U$，$\boldsymbol{\kappa}=[\phi_E\quad\phi_N\quad(\delta\boldsymbol{v}^{n})^{\mathrm{T}}\quad(\delta\boldsymbol{P}^{n})^{\mathrm{T}}\quad(\boldsymbol{\varepsilon}^{b})^{\mathrm{T}}\quad(\boldsymbol{\nabla}^{b})^{\mathrm{T}}\quad\delta K_{\mathrm{D}}]^{\mathrm{T}}$，则里程计辅助捷联惯导动基座精对准模型可改写为

$$\boldsymbol{x}_k=F_{k-1}(\boldsymbol{\zeta})\boldsymbol{x}_{k-1}+\boldsymbol{g}_{k-1}(\boldsymbol{\zeta})+\boldsymbol{w}_k \tag{21}$$

$$\boldsymbol{z}_k=\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{x}_{k-1}+\boldsymbol{h}(\boldsymbol{\zeta}_k)+\boldsymbol{n}_k \tag{22}$$

其中

$$\boldsymbol{F}_{k-1}(\zeta)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}_{\phi}(\zeta) & \boldsymbol{0}_{9\times7}\\ \boldsymbol{0}_{7\times16} & \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\boldsymbol{g}_{k-1}(\zeta)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{g}_{\phi}(\zeta)\\ \boldsymbol{g}_{v}(\zeta)\\ \boldsymbol{0}_{10\times1}\end{bmatrix} \tag{24}$$

$$\boldsymbol{H}_k=[\boldsymbol{H}'_1\quad\boldsymbol{I}\quad\boldsymbol{0}_{9\times3}\quad\boldsymbol{H}'_2] \tag{25}$$

$$\boldsymbol{h}(\zeta_k)=\begin{bmatrix}(1-\cos\phi_U)v_E-\sin\phi_U v_N\\ \sin\phi_U v_E+(1-\cos\phi_U)v_N\\ 0\end{bmatrix} \tag{26}$$

$$\boldsymbol{F}_{\phi}(\zeta)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}'_1 & \boldsymbol{M}'_2 & \boldsymbol{M}'_3 & C_b^{n'}\\ \boldsymbol{M}'_4 & \boldsymbol{M}'_5 & \boldsymbol{M}'_6 & C_b^{n'}\\ 0 & \boldsymbol{M}'_7 & \boldsymbol{M}'_8 & 0\end{bmatrix} \tag{27}$$

$$\boldsymbol{M}'_1=\begin{bmatrix}0 & \dfrac{v_N\sin\phi_U}{R_M+h}+\left(\dfrac{v_E}{R_N+h}+\Omega_N\right)\cos\phi_U & \dfrac{v_N}{R_M+h}\\ 0 & 0 & \dfrac{v_E\tan L}{R_N+h}+\Omega_U\\ 0 & -\dfrac{v_E\tan L}{R_N+h}-\Omega_U & 0\end{bmatrix} \tag{28}$$

$$\boldsymbol{M}'_2=\frac{1}{R_e+h}\begin{bmatrix}\tan\tilde{L} & 0 & 0\\ \sin\phi_U & -\cos\phi_U & 0\\ \cos\phi_U & \sin\phi_U & 0\end{bmatrix} \tag{29}$$

$$\boldsymbol{M}'_3=\begin{bmatrix}0 & \Omega_N+v_E\sec^2 L/(R_N+h) & 0\\ 0 & -\Omega_U\sin\phi_U & 0\\ 0 & -\Omega_U\cos\phi_U & 0\end{bmatrix} \tag{30}$$

$$\boldsymbol{M}'_4=\begin{bmatrix}0 & -\tilde{f}_U\sin\phi_U & -\tilde{f}_U\cos\phi_U\\ 0 & \tilde{f}_U\cos\phi_U & -\tilde{f}_U\sin\phi_U\\ 0 & -\tilde{f}_N & \tilde{f}_E\end{bmatrix} \tag{31}$$

$$\boldsymbol{M}'_5=-(2\tilde{\omega}_{ie}^n+\tilde{\omega}_{en}^n)\times-(\boldsymbol{v}^n\times)\cdot\begin{bmatrix}0 & -1/(R_M+h) & 0\\ -1/(R_N+h) & 0 & 0\\ \tan\tilde{L}/(R_N+h) & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{32}$$

$$\boldsymbol{M}'_6=-(\boldsymbol{v}^n\times)\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 2\Omega_U & 0\\ 0 & 2\Omega_N+v_E\sec^2\tilde{L}/(R_N+h) & 0\end{bmatrix} \tag{33}$$

$$\boldsymbol{M}'_7=\begin{bmatrix}\dfrac{\sec\tilde{L}}{R_N+h} & 0 & 0\\ 0 & \dfrac{1}{R_M+h} & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{34}$$

$$\boldsymbol{M}'_8=\begin{bmatrix}0 & \dfrac{\tilde{v}_E\sec\tilde{L}\tan\tilde{L}}{R_N+h} & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \tag{35}$$

$$\boldsymbol{g}_\phi(\zeta)=\begin{bmatrix}0\\ -(1-\cos\phi_U)\dfrac{v_N}{R_M+h}-\sin\phi_U\left(\dfrac{v_E}{R_N+h}+\Omega_N\right)\\ -\sin\phi_U\dfrac{v_N}{R_M+h}+(1-\cos\phi_U)\left(\dfrac{v_E}{R_N+h}+\Omega_N\right)\end{bmatrix} \tag{36}$$

$$\boldsymbol{g}_v(\zeta)=\begin{bmatrix}(1-\cos\phi_U)\tilde{f}_E+\sin\phi_U\tilde{f}_N\\ (1-\cos\phi_U)\tilde{f}_N-\sin\phi_U\tilde{f}_E\\ 0\end{bmatrix} \tag{37}$$

$$\boldsymbol{H}'_1=\begin{bmatrix}0 & 0 & v_U\\ 0 & -v_U & 0\\ 0 & -\sin\phi_U v_E+\cos\phi_U v_N & -\cos\phi_U v_E-\sin\phi_U v_N\end{bmatrix} \tag{38}$$

$$\boldsymbol{H}'_2=\begin{bmatrix}\cos\phi_U & \sin\phi_U & -\phi_N\\ -\sin\phi_U & \cos\phi_U & \phi_E\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\boldsymbol{v}^n \tag{39}$$

式(21)、(22)中的非线性项仅与方位姿态误差角 ϕ_U 有关,则式(21)、(22)的降维非线性高斯-厄米特滤波预测可更新为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1}=\int\eta^x(\zeta_{k-1})N(\zeta_{k-1};\hat{\zeta}_{k-1},P_{\zeta_{k-1}})\mathrm{d}\zeta_{k-1} \tag{40}$$

$$P_{k/k-1}^{xx}=\int\gamma^x(\zeta_{k-1})N(\zeta_{k-1};\hat{\zeta}_{k-1},P_{\zeta_{k-1}})\mathrm{d}\zeta_{k-1}-\hat{x}_{k-1}\hat{x}_{k-1}^{\mathrm{T}} \tag{41}$$

量测更新为

$$\hat{z}_{k/k-1}=\int\eta^z(\zeta_{k/k-1})N(\zeta_{k/k-1};\hat{\zeta}_{k/k-1},P_{\zeta_{k/k-1}})\cdot\mathrm{d}\zeta_{k/k-1} \tag{42}$$

$$P_{k/k-1}^{zz}=\int\gamma^z(\zeta_{k/k-1})N(\zeta_{k/k-1};\hat{\zeta}_{k/k-1},P_{\zeta_{k/k-1}})\cdot\mathrm{d}\zeta_{k/k-1}-\hat{x}_{k/k-1}\hat{x}_{k/k-1}^{\mathrm{T}} \tag{43}$$

$$P_{k/k-1}^{xz}=\int[\Omega(\zeta_{k/k-1})H_k+\Theta^z(\zeta_{k/k-1})h(\zeta_{k/k-1})]\cdot N(\zeta_{k/k-1};\hat{\zeta}_{k/k-1},P_{\zeta_{k/k-1}})\mathrm{d}\zeta_{k/k-1}-\hat{x}_{k/k-1}\hat{z}_{k/k-1}^{\mathrm{T}} \tag{44}$$

其中:

$$\eta^x(\zeta_{k-1})=F_k(\zeta_{k-1})\Theta^x(\zeta_{k-1})+g(\zeta_{k-1}) \tag{45}$$

$$\Theta^x(\zeta_{k-1})=\left(\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}+\boldsymbol{S}_{k-1}\begin{bmatrix}(\boldsymbol{S}_{\zeta_{k-1}})^{-1}(\zeta_k-\hat{\zeta}_k)\\ 0\end{bmatrix}\right) \tag{46}$$

$$\gamma^x(\zeta_{k-1})=\eta^x(\zeta_{k-1})(\eta^x(\zeta_{k-1}))^{\mathrm{T}}+F_k(\zeta_{k-1})\boldsymbol{S}_{k-1}\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}_{n-l}\end{bmatrix}\boldsymbol{S}_{k-1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}_k^{\mathrm{T}}(\zeta_{k-1}) \tag{47}$$

$$\boldsymbol{P}_{k-1}=\boldsymbol{S}_{k-1}\boldsymbol{S}_{k-1}^{\mathrm{T}} \tag{48}$$

$$\boldsymbol{P}_{\zeta_{k-1}} = (\boldsymbol{P}_{k-1}^{xx})_{1\times 1} \tag{49}$$

$$\boldsymbol{P}_{\zeta_k} = \boldsymbol{S}_{\zeta_{k-1}}\boldsymbol{S}_{\zeta_{k-1}}^{\mathrm{T}} \tag{50}$$

$$\gamma^z(\zeta_{k/k-1}) = \eta^z(\zeta_{k/k-1})(\eta^z(\zeta_{k/k-1}))^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{S}_{k/k-1}\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}_{n-l}\end{bmatrix}\boldsymbol{S}_{k/k-1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_k \tag{51}$$

$$\boldsymbol{\eta}^z(\zeta_{k/k-1}) = \boldsymbol{H}_k\Theta^z(\zeta_{k/k-1}) + h(\zeta_{k/k-1}) \tag{52}$$

$$\Omega(\zeta_{k/k-1}) = \Theta^z(\zeta_{k/k-1})(\Theta^z(\zeta_{k/k-1}))^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{S}_{k/k-1}\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & \boldsymbol{I}_{n-l}\end{bmatrix}\boldsymbol{S}_{k/k-1}^{\mathrm{T}} \tag{53}$$

$$\Theta^z(\zeta_{k/k-1}) = \left[\hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1} + \boldsymbol{S}_{k/k-1}\begin{bmatrix}(\boldsymbol{S}_{\zeta_{k/k-1}})^{-1}(\zeta_{k/k-1} - \hat{\zeta}_{k/k-1})\\ 0\end{bmatrix}\right] \tag{54}$$

$$\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{xx} = \boldsymbol{S}_{k/k-1}\boldsymbol{S}_{k/k-1}^{\mathrm{T}} \tag{55}$$

$$\boldsymbol{P}_{\zeta_{k/k-1}} = (\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{xx})_{l\times l} \tag{56}$$

$$\boldsymbol{P}_{\zeta_{k/k-1}} = \boldsymbol{S}_{\zeta_{k/k-1}}\boldsymbol{S}_{\zeta_{k/k-1}}^{\mathrm{T}} \tag{57}$$

2.3 强跟踪高斯-厄米特非线性滤波捷联惯导动基座初始对准算法

强跟踪滤波对模型参数失配具有较强的鲁棒性，对突变的滤波状态具有较强的跟踪能力，且对噪声初值和统计特性要求较低，适合应用在里程计辅助的捷联惯导动基座初始对准中。根据非线性强跟踪滤波原理，引入渐消因子 λ_k [8] 后的一步预测误差方程阵为

$$\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{\lambda} = \lambda_k\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{xx} + \boldsymbol{Q}_{k-1} \tag{58}$$

令 $\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{\lambda} = \boldsymbol{S}_{k/k-1}^{\lambda}(\boldsymbol{S}_{k/k-1}^{\lambda})^{\mathrm{T}}$，采用三阶降维高斯-厄米特非线性滤波，里程计辅助捷联惯导动基座降维强跟踪高斯-厄米特非线性滤波初始对准算法如下：

1）初始化：

$\hat{\boldsymbol{x}}_0 = E[x_0]$，$\boldsymbol{P}_0 = E[(x_0 - \hat{x}_0)(x_0 - \hat{x}_0)^{\mathrm{T}}]$。

2）计算预测高斯-厄米特积分点集：

$\boldsymbol{P}_{k-1} = \boldsymbol{S}_{k-1}\boldsymbol{S}_{k-1}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{P}_{\zeta_{k-1}} = (\boldsymbol{P}_{k-1}^{xx})_{1\times 1}$，$\boldsymbol{P}_{\zeta_k} = \boldsymbol{S}_{\zeta_{k-1}}\boldsymbol{S}_{\zeta_{k-1}}^{\mathrm{T}}$，$\xi_{k-1}^i = \zeta_{k-1} + \boldsymbol{S}_{\zeta_{k-1}}\zeta_i \quad (i = 1,2,\cdots,7)$，$\zeta_i = \sqrt{2}\alpha_i$。

3）计算一步预测状态及误差：

$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{7}\eta^x(\xi_{k-1}^i)$，$\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{xx} = \sum_{i=1}^{7}\gamma^x(\xi_{k-1}^i)$。

4）计算强跟踪渐消因子：

$\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{\lambda} = \lambda_k\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{xx} + \boldsymbol{Q}_{k-1}$。

5）计算量测更新高斯-厄米特积分点集：

$\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{\lambda} = \boldsymbol{S}_{k/k-1}^{\lambda}(S_{k/k-1}^{\lambda})^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{P}_{\zeta_{k/k-1}} = (\boldsymbol{P}_{k/k-1}^{\lambda})_{l\times l}$，$\boldsymbol{P}_{\zeta_{k/k-1}} = \boldsymbol{S}_{\zeta_{k/k-1}}\boldsymbol{S}_{\zeta_{k/k-1}}^{T}$，$\boldsymbol{\xi}_{k/k-1}^{\lambda} = \hat{\zeta}_{k/k-1} + \boldsymbol{S}_{\zeta_{k/k-1}}\zeta_i$。

6）量测更新：

$\hat{\boldsymbol{z}}_{k/k-1} = \sum_{i=0}^{7}\eta^z(\xi_{k/k-1}^{\lambda})$，$\boldsymbol{P}_{zz} = \sum_{i=1}^{7}\gamma^z(\xi_{k/k-1}^{\lambda}) + \boldsymbol{R}_k$，$\boldsymbol{P}_{xz} = \sum_{i=1}^{7}\Omega(\xi_{k/k-1}^{\lambda})\boldsymbol{H}_k + \Theta^z(\xi_{k/k-1}^{\lambda})h(\xi_{k/k-1}^{\lambda}) - \hat{\boldsymbol{x}}_{k/k-1}\hat{\boldsymbol{z}}_{k/k-1}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{K}_k = \boldsymbol{P}_{xz}\boldsymbol{P}_{zz}^{-1}$；

7）滤波输出：

$\hat{\boldsymbol{x}}_{kk} = \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} + \boldsymbol{K}_k(\boldsymbol{z}_k - \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k-1})$，$\boldsymbol{P}_k = \boldsymbol{P}_{k|k-1} - \boldsymbol{K}_k\boldsymbol{P}_{\hat{z}_k\hat{z}_k}\boldsymbol{K}_k^{\mathrm{T}}$。

3 实验验证

为验证里程计辅助捷联惯导动基座初始对准的有效性，选用某型光纤陀螺捷联惯导，陀螺随机常值漂移为 0.02 (°)/h，随机噪声方差为 0.01 (°)/h，加速度计常值漂移为 $1\times 10^{-4}g$（$g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$），随机噪声方差为 $1\times 10^{-5}g$，对准场地选在某环形训练场。载车发动沿环形训练场进行跑车 10 min，停车后进行 5 min 静基座初始对准，由于缺乏高精度的姿态测量设备，记录静基座对准结果作为参考基准；对准结果如图 1～4 所示。为比较对准性能，分别采用强跟踪降维高斯-厄米特非线性滤波（SGKF）和容积卡尔曼滤波（CKF）进行动基座初始对准，共进行 3 组对准实验，以静基座初始对准为参考的动基座实验结果如表 1 所示。

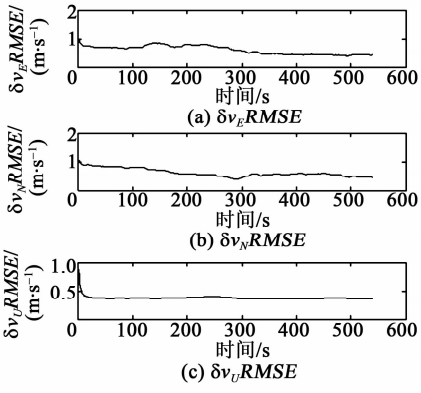

图 1 速度误差 *RMSE* 估计误差

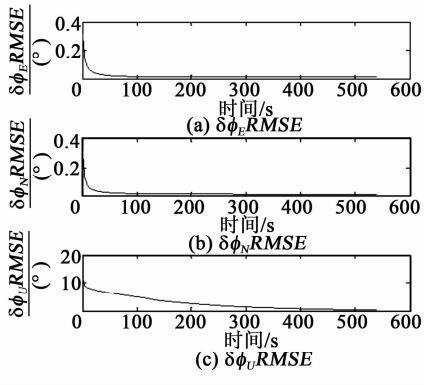

图 2 姿态误差角 *RMSE* 估计误差

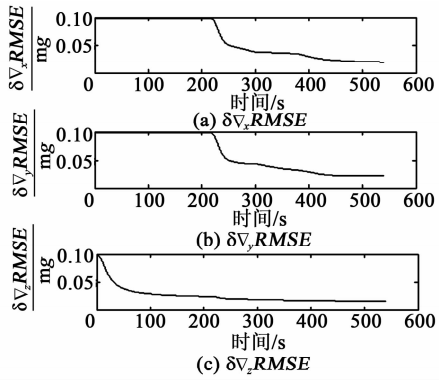

图 3　加速度常值漂移 *RMSE* 估计误差

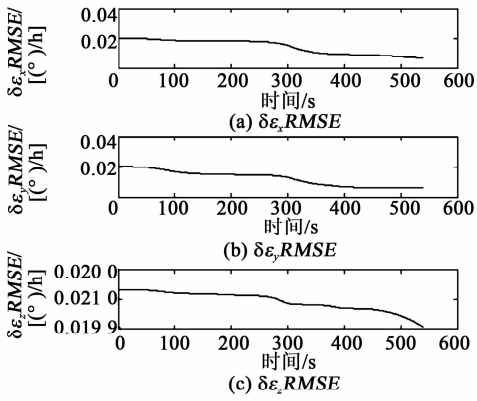

图 4　陀螺常值漂移 *RMSE* 估计误差

表 1　动基座对准结果比较表

序号	俯仰误差角/(′)		横滚误差角/(′)		方位误差角/(′)	
	SGKF	CKF	SGKF	CKF	SGKF	CKF
1	0.477 1	−0.498 3	−1.167 4	0.838 6	−0.890 6	1.398 6
2	−0.473 8	0.252 2	−0.058 1	0.109 8	−9.115 9	−5.573 6
3	−0.529 5	0.670 4	−0503 5	−0.331 0	1.462 2	5.789 7
标准差	0.565 7	0.592 1	0.558 2	0.590 7	5.554 1	5.730 4

由图 1 可知,速度误差约 0.5 m/s。由图 2 可看出,水平姿态误差能够快速收敛,而方位姿态误差角收敛速度较慢,且精度较低。由图 3 可看出,z 轴加速度常值漂移收敛速度最快,x、y 轴加速度常值漂移在对准初始时刻不可估计,但随着车辆的机动行驶,x、y 轴加速度常值漂移最终趋于收敛,与静基座初始对准不同,动基座初始对准期间车辆的机动行驶相当于捷联惯导的多位置对准,能有效提高加速度常值漂移等惯性器件误差的收敛速度。由图 4 可看出,在车辆机动行驶情况下,x、y 轴陀螺常值漂移能够收敛,但 z 轴陀螺常值漂移估计收敛速度较慢,在对准结束时刻其估计误差仍较大,车辆机动对 z 轴陀螺常值漂移估计性能改善不大。由表 1 可看出,水平姿态误差估计精度约为 33.5″,方位姿态误差估计精度约为 5.6′,强跟踪降维高斯-厄米特非线性滤波的对准结果优于容积卡尔曼滤波。

4　结束语

针对惯性系粗对准后,里程计辅助捷联惯导动基座初始对准误差模型为大方位失准角非线性误差模型,非线性项仅与方位误差角有关的特点,本文提出了里程计辅助强跟踪降维高斯-厄米特非线性滤波动基座精对准方法,在保证初始对准精度的同时,降低了计算量,采用强跟踪算法确保了滤波稳定性。

参考文献:

[1]　FANG J C, YANG S. Study on innovation adaptive EKF for in-flight alignment of airborne POS[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2011, 60(4): 1378-1388.

[2]　SOKEN H E, HAJIYEV C. Adaptive fading UKF with adaptation. application to picosatellite attitude estimation[J]. Journal of Aerospace Engineering, 2013, 26(3): 628-636.

[3]　龙瑞,秦永元,夏家和. CDKF 在捷联惯导系统大准角初始对准的应用[J]. 西北工业大学学报, 2010, 28(3): 364-368.

[4]　黄湘远,汤霞清,武萌,等. 基于 5 阶降维平方根-容积卡尔曼滤波的动基座对准技术研究[J]. 兵工学报, 2016, 37(2): 119-225.
HUANG Xiangyuan, TANG Xiaqing, WU Meng, et al. Research on initial alignment of moving base with 5th-degree dimensionality reduction SR-CKF[J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(2): 119-225.

[5]　RAHMAN S M M, AHMAD M O, SWAMY M N S. A new statistical detector for DWT-based additive image watermarking using the Gauss-Hermite expansion [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(8): 1782-1796.

[6]　葛磊. 容积卡尔曼滤波算法研究及其在导航中的应用[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2013.

[7]　宋嘉钰,杨黎明,李东杰. 惯性导航传递对准技术发展现状与趋势[J]. 兵器装备工程学报, 2016(2): 139-143.

[8]　KIM K J. Rao-blackwellized Gauss-Hermite filter for joint state estimation in cyclic prefixed single-carrier systems [J]. Signal Processing, 2012, 92(9): 2105-2115.