

文章编号:1004-2474(2017)06-0829-05

# 压电驱动式台体型并联机构的位置正解研究

尤晶晶<sup>1,2</sup>, 严飞<sup>3</sup>, 周为<sup>1</sup>, 李成刚<sup>2,4</sup>, 吴洪涛<sup>2,4</sup>

(1. 南京林业大学机械电子工程学院, 江苏南京 210037; 2. 江苏省精密与微细制造技术重点实验室, 江苏南京 210016;  
3. 北京航空航天大学经济管理学院, 北京 100191; 4. 南京航空航天大学机电学院, 江苏南京 210016)

**摘要:**针对目前六自由度微动并联机构的位置正解无解析解或解析解求解难问题,提出了一种由压电陶瓷驱动 12-SPS 台体拓扑构型的并联机构,并构建了一种能完全解耦的位置正解模型。通过引入 12 个关于动平台上 4 个特征点坐标的中间变量,并根据支链长度和特征点尺度的约束关系,推导出 15 个二次相容方程,进而建立了输入、输出集合的映射。通过同构方程的合并运算,将正向运动学方程转换成 12 个线性相容方程。基于方程组系数矩阵的奇异性,讨论了一般及 3 种特殊情况下中间参量的计算流程,对应于唯一确定的位置正解。实验结果表明,该全解析算法具有效率高,精度高,无增根和失根等优点。

**关键词:**压电陶瓷;并联机构;运动学正解;相容方程;解析法  
**中图分类号:** TM282; TH112 **文献标识码:** A

## Forward Displacement Analysis of Piezoelectric-drive General Parallel Mechanism

YOU Jingjing<sup>1,2</sup>, YAN Fei<sup>3</sup>, ZHOU Wei<sup>1</sup>, LI Chenggang<sup>2,4</sup>, WU Hongtao<sup>2,4</sup>

(1. College of Mechanical and Electromechanical Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China;  
2. Jiangsu Key Lab. of Precision and Micro-Manufacturing Technology, Nanjing 210016, China;  
3. School of Economics and Management, Beihang University, Beijing 100191, China;  
4. College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** According to the problem that the forward displacement of the current six-degree-of-freedom micro-motion parallel mechanism has no analytical solution or the analytical solution is difficult to solve, a new piezoelectric-drive 12-SPS general parallel mechanism is presented, and the fully decoupled mathematical model of forward kinematics is established. By introducing 12 intermediate variables of 4 feature point coordinates on the moving platform and calculating scales of chains and feature points, 15 quadratic compatible equations are derived. Hereby, the mapping relations between input and output items are obtained. Based on the combination algorithm of isomorphic equations, the forward kinematics equations are converted into 12 linear compatible equations. Based on the matrix singularity, the calculation procedures of intermediate variables under various conditions and 3 kinds of special conditions are discussed, and the final solution is uniquely determined. The experimental result shows that the analytical algorithm has the advantages of high efficiency, high precision, no extraneous root and lost root.

**Key words:** piezoelectric ceramic; parallel mechanism; forward kinematics; compatible equation; analytical method

## 0 引言

随着微/纳米科学与技术的迅猛发展,微定位技术在光纤对接、航空航天、精密仪器及生物医疗等领域有着广泛的应用潜力<sup>[1]</sup>,而微动定位平台是该技术中的一项重要载体。由于并联机构具有结构紧凑,输出精度高及动态特性好等优点<sup>[2]</sup>,已有学者将微定位技术与并联机构技术相结合<sup>[3]</sup>,产生了一个新的发展方向,即“微动并联机构”,理论上可实现微

米或纳米尺度上的微观定位。李仕华等<sup>[4]</sup>提出的 3-PRC 并联微动平台及蔡开云等<sup>[5]</sup>提出的 3-RRRP 并联微动平台,其驱动器均是压电陶瓷,能实现微米级的定位,且具有良好的解耦特性。然而,它们仅能实现三维平移,不适用于包括三维转动在内的空间六维运动<sup>[6]</sup>的场合。INNOCENTI<sup>[7]</sup>设计了一种六自由度的 6-4 构型的并联机构,并推导了其位置正解模型;消元处理后,得到一元三十二次方程,需要

收稿日期:2017-02-04

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51405237);江苏省精密与微细制造技术重点实验室开放基金资助项目

作者简介:尤晶晶(1985-),男,江苏南通人,讲师,硕士生导师,博士,主要从事并联机器人及六维加速度传感器方面的研究,已发表学术论文 20 余篇,获得授权发明专利 5 项。E-mail: youjingjing251010@126.com。

借助于多维搜索法才能求出数值解,故存在计算耗时及失根等问题,影响了定位系统的工作空间计算、奇异特性分析、实时控制及误差补偿等后续工作。

六自由度并联机构的输入、输出量较多,且属于强非线性耦合系统。目前,国内、外学者在研究过程中面临的挑战是位置正解无解析解或解析解的推导难<sup>[8]</sup>。因此,本文首先提出一种基于压电陶瓷驱动的可解耦的台体型12-SPS微动并联机构,然后建立该新型机构的位置正解模型并推导解析解,最后通过实验验证数学模型的准确性。

### 1 结构模型及工作原理

台体型并联机构主要包括1个边长为 $2n$ 的立方体状动平台、1个内边长为 $2(n+L)$ 的立方体空壳状静平台和12条结构完全相同的SPS<sup>[9]</sup>支链3部分,并联机构的结构模型及支链的布局方式分别如图1、2所示。每2条支链为一组,它们垂直布置且共用1个球铰链,6个共用球铰链分别固结在动平台的上后棱、上左棱、右后棱、下前棱、下右棱和左前棱的中点。所有支链的另一端与嵌套在静平台内的副板固结,通过调节副板中央的预紧柱并配合锁紧板,可实现所有支链的预紧和防松处理。考虑到压电陶瓷具有位移分辨率高,响应速度快,结构刚度大,能耗低及推力大等适用于微定位领域的优点,选择压电陶瓷充当支链中的移动副,并作为整个机构的驱动元件。当驱动12根压电陶瓷时,在逆压电效应的作用下,12条支链的长度会改变,这使得动平台的位置和姿态也发生变化,从而实现微定位功能。

$$(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9, b_{10}, b_{11}, b_{12}) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -n & -n-L & n & n+L & 0 & 0 & n & n+L & -n & -n-L \\ n+L & n & n+L & n & 0 & 0 & -n-L & -n & -n-L & -n & 0 & 0 \\ -n & -n-L & 0 & 0 & -n-L & -n & n & n+L & 0 & 0 & n+L & n \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $n$ 为动平台的半边长; $L$ 为支链的初始长度。

将前3个共用球铰链中心点 $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ 及动平台中心点 $O$ 在静坐标系中的笛卡尔坐标设定为未知量,据此计算出 $B_4$ 、 $B_5$ 、 $B_6$ 的坐标,并将上述7个点的坐标统一表示成矩阵形式:

$$(P, B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6) =$$

$$\begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & x_3 & 2x_0 - x_1 & 2x_0 - x_2 & 2x_0 - x_3 \\ y_0 & y_1 & y_2 & y_3 & 2y_0 - y_1 & 2y_0 - y_2 & 2y_0 - y_3 \\ z_0 & z_1 & z_2 & z_3 & 2z_0 - z_1 & 2z_0 - z_2 & 2z_0 - z_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 $P$ 表示 $O$ 的坐标。

支链的实时长度不但可通过读取压电陶瓷驱动器的控制数据获得,且可通过计算其两端球铰链的

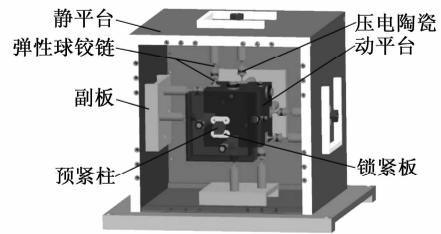


图1 台体型并联机构的结构模型

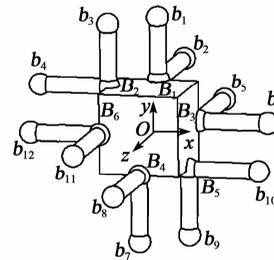


图2 台体型并联机构的支链布局方式

## 2 位置正解模型

### 2.1 运动学方程

将第 $i$ 条支链的实时长度记为 $l_i$ ,动平台相对于静平台的位置和姿态分别用矢量 $P$ 和三阶正交矩阵 $R$ 表示。为了反映输入量集合 $\{l_1, l_2, \dots, l_{12}\}$ 与输出量集合 $\{P, R\}$ 之间的映射关系,需要建立图1所示并联机构的运动学方程。此前,在静平台上固连坐标系 $x$ - $y$ - $z$ (见图2),坐标原点与初始状态下动平台的质心重合。

12个外铰链中心点在静坐标系中的笛卡尔坐标可表示成矩阵形式:

中心点坐标差的模获得;另外,由于结构限制,机构在运动过程中, $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ 与 $O$ 的约束距离始终保持不变。据此并结合式(1)、(2),推导出15个二次相容方程:

$$x_1^2 + [y_1 - (n+L)]^2 + (z_1 + n)^2 = l_1^2 \quad (3)$$

$$x_1^2 + (y_1 - n)^2 + [z_1 + (n+L)]^2 = l_2^2 \quad (4)$$

$$(x_1 - 2x_0)^2 + [y_1 - 2y_0 - (n+L)]^2 + (z_1 - 2z_0 + n)^2 = l_7^2 \quad (5)$$

$$(x_1 - 2x_0)^2 + (y_1 - 2y_0 - n)^2 + [z_1 - 2z_0 + (n+L)]^2 = l_8^2 \quad (6)$$

$$(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2 = 2n^2 \quad (7)$$

$$(x_2 + n)^2 + [y_2 - (n+L)]^2 + z_2^2 = l_3^2 \quad (8)$$

$$[x_2 + (n + L)]^2 + (y_2 - n)^2 + z_2^2 = l_4^2 \quad (9)$$

$$(x_2 - 2x_0 + n)^2 + [y_2 - 2y_0 - (n + L)]^2 + (z_2 - 2z_0)^2 = l_5^2 \quad (10)$$

$$[x_2 - 2x_0 + (n + L)]^2 + (y_2 - 2y_0 - n)^2 + (z_2 - 2z_0)^2 = l_{10}^2 \quad (11)$$

$$(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 + (z_2 - z_0)^2 = 2n^2 \quad (12)$$

$$(x_3 - n)^2 + y_3^2 + [z_3 + (n + L)]^2 = l_5^2 \quad (13)$$

$$[x_3 - (n + L)]^2 + y_3^2 + (z_3 + n)^2 = l_6^2 \quad (14)$$

$$(x_3 - 2x_0 - n)^2 + (y_3 - 2y_0)^2 + [z_3 - 2z_0 + (n + L)]^2 = l_{11}^2 \quad (15)$$

$$[x_3 - 2x_0 - (n + L)]^2 + (y_3 - 2y_0)^2 + (z_3 - 2z_0 + n)^2 = l_{12}^2 \quad (16)$$

$$(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 + (z_3 - z_0)^2 = 2n^2 \quad (17)$$

将动平台右侧面中心点的坐标记作  $\mathbf{P}_{\text{right}}$ , 根据该点与  $B_3$ 、 $B_5$ 、 $O$  之间的尺度关系, 计算其解析解:

$$\mathbf{P}_{\text{right}} = \frac{1}{3}(\mathbf{P} + \mathbf{B}_3 + \mathbf{B}_5) - \frac{1}{3n}(\mathbf{B}_5 - \mathbf{B}_3) \times (\mathbf{P} - \mathbf{B}_3) \quad (18)$$

将动平台顶面及前面中心点的坐标分别记作  $\mathbf{P}_{\text{top}}$  和  $\mathbf{P}_{\text{front}}$ , 运用立体几何理论, 计算其解析解为

$$\mathbf{P}_{\text{top}} = \frac{1}{3}(\mathbf{P} + \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2) - \frac{1}{3n}(\mathbf{P} - \mathbf{B}_1) \times$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ x_0 & y_0 & z_0 \\ 0 & n + L & -n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-l_1^2 + l_2^2)/(2L) \\ (l_1^2 - l_7^2)/4 + 2f_0 + (n + L)y_0 - nz_0 \\ (n + L)y_0 - nz_0 - (l_1^2 + l_7^2)/4 + f_0 + 3n^2/2 + (n + L)^2/2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ x_0 & y_0 & z_0 \\ n & -(n + L) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (-l_3^2 + l_4^2)/(2L) \\ (l_3^2 - l_9^2)/4 + 2f_0 - nx_0 + (n + L)y_0 \\ nx_0 - (n + L)y_0 + (l_3^2 + l_9^2)/4 - f_0 - 3n^2/2 - (n + L)^2/2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ x_0 & y_0 & z_0 \\ n & 0 & -(n + L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (l_5^2 - l_6^2)/(2L) \\ (l_5^2 - l_{11}^2)/4 + 2f_0 + nx_0 - (n + L)z_0 \\ nx_0 - (n + L)z_0 - (l_5^2 + l_{11}^2)/4 + f_0 + 3n^2/2 + (n + L)^2/2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

其中  $f_0 = (x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)/2$ 。

一般情况下, 式(24)~(26)的系数矩阵非奇异, 可直接给出方程的解析解。下面讨论 3 种特殊

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n + L & -n \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (-l_1^2 + l_2^2)/(2L) \\ (n + L)y_0 - nz_0 - (l_1^2 + l_7^2)/4 + f_0 + 3n^2/2 + (n + L)^2/2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

结合式(7), 给出  $x_1$  的解析解为

$$x_1 = \pm \sqrt{2n^2 - (y_1 - y_0)^2 - (z_1 - z_0)^2} \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n & -(n + L) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (-l_3^2 + l_4^2)/(2L) \\ nx_0 - (n + L)y_0 + (l_3^2 + l_9^2)/4 - f_0 - 3n^2/2 - (n + L)^2/2 \end{bmatrix} \quad (29)$$

结合式(12), 给出  $z_2$  的解析解为

$$(\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_{\text{front}} = \frac{1}{3}(\mathbf{P} + \mathbf{B}_4 + \mathbf{B}_6) - \frac{1}{3n}(\mathbf{B}_4 - \mathbf{P}) \times (\mathbf{B}_6 - \mathbf{P}) \quad (20)$$

式(3)~(20)为图 1 所示并联机构的运动学方程, 其中, 动平台的位置和姿态可分别表示为

$$\mathbf{P} = [x_0, y_0, z_0]^T \quad (21)$$

$$\mathbf{R} = \frac{1}{n}(\mathbf{P}_{\text{right}} - \mathbf{P}, \mathbf{P}_{\text{top}} - \mathbf{P}, \mathbf{P}_{\text{front}} - \mathbf{P}) \quad (22)$$

## 2.2 正向运动学方程的求解

由并联机构的支链长度计算动平台位姿的过程, 称为“正向运动学方程的求解”; 结合第 2.1 节的运动学方程可知, 台体型并联机构的正解问题最终归结为“求解十二元二次多项式代数方程”。

将 15 个二次相容方程式划分成 3 组, 其中, 式(3)~(7)构成第一组, 式(8)~(12)构成第二组, 式(13)~(17)构成第三组。将每组二次相容方程中的同构方程两两相减, 得到 12 个线性相容方程, 表示成 4 组矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4L} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -l_1^2 + l_2^2 + l_7^2 - l_8^2 \\ l_5^2 - l_6^2 - l_{11}^2 + l_{12}^2 \\ -l_3^2 + l_4^2 + l_9^2 - l_{10}^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

情况:

1) 当  $x_0 = 0$  时, 式(24)的系数矩阵奇异, 退化

成二元方程组, 对应的解析解为

2) 当  $z_0 = 0$  时, 式(25)的系数矩阵奇异, 退化

成二元方程组, 对应的解析解为

$$z_2 = \pm \sqrt{2n^2 - (x_2 - x_0)^2 - (y_2 - y_0)^2} \quad (30)$$

3) 当  $y_0 = 0$  时, 式(26)的系数矩阵奇异, 退化

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n & -(n+L) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} nx_0 - (n+L)z_0 - (l_5^2 + l_{11}^2)/4 + f_0 + 3n^2/2 + (n+L)^2/2 \end{bmatrix}$$

结合式(17), 给出  $y_3$  的解析解为

$$y_3 = \pm \sqrt{2n^2 - (x_3 - x_0)^2 - (z_3 - z_0)^2} \quad (32)$$

由式(28)、(30)、(32)可知, 台体型并联机构的位置正解在理论上可能会出现 2 组解、4 组解和 8 组解 3 种多解的情况。考虑到  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$  三点之间的约束距离恒定, 即它们的笛卡尔坐标还应满足

$$(x_1 + x_2 + x_3)^2 + (y_1 + y_2 + y_3)^2 + (z_1 + z_2 + z_3)^2 - 3(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 + y_1y_2 + y_1y_3 + y_2y_3 + z_1z_2 + z_1z_3 + z_2z_3) - 5n^2 = 0 \quad (33)$$

同时, 考虑到压电驱动式机构具有输出位移微小的特点, 能够证明, 实际上只有 1 组解有意义, 可借助程序中的条件语句进行筛选。

至此, 已构建了压电驱动式台体型并联机构的位置正解模型, 程序算法流程如图 3 所示。

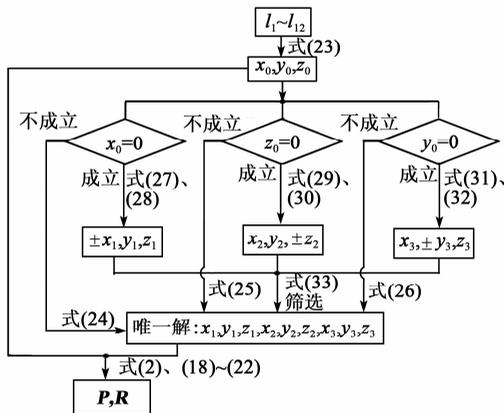


图 3 台体型并联机构位置正解的算法流程

### 3 实验验证

为验证正解模型及其求解算法的正确性和有效性, 在软件 ADAMS 中建立台体型并联机构的虚拟样机, 如图 4 所示。其中, 静平台与地面固定, 支链中部的压电驱动器用移动副代替。

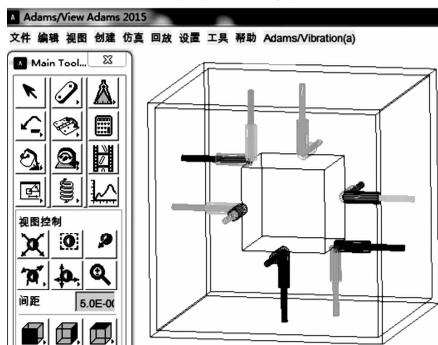


图 4 台体型并联机构的虚拟样机

成二元方程组, 对应的解析解为

$$\begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7581 \times (3t^3 + 2t^2) \\ -0.3790 \times (3t^3 + 2t^2) \\ -0.5307 \times (3t^3 + 2t^2) \\ -0.6554 \times (0.03t^3 + 0.02t^2) \\ -0.4915 \times (0.03t^3 + 0.02t^2) \\ 0.5735 \times (0.03t^3 + 0.02t^2) \end{bmatrix} \quad (31)$$

首先, 驱动虚拟样机的动平台做空间任意方向六维运动。一般选取 1 组 2 s 的实验数据进行验证, ADAMS 中 6 个运动分量的函数表达式分别为

$$\begin{cases} s_x = 0.7581 \times (3t^3 + 2t^2) \\ s_y = -0.3790 \times (3t^3 + 2t^2) \\ s_z = -0.5307 \times (3t^3 + 2t^2) \\ \theta_x = -0.6554 \times (0.03t^3 + 0.02t^2) \\ \theta_y = -0.4915 \times (0.03t^3 + 0.02t^2) \\ \theta_z = 0.5735 \times (0.03t^3 + 0.02t^2) \end{cases} \quad (34)$$

式中:  $t$  为时间;  $s_x$ 、 $s_y$ 、 $s_z$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$  3 个正交方向的线位移;  $\theta_x$ 、 $\theta_y$ 、 $\theta_z$  分别为 3 个方向的角位移。

仿真实验结束后, 测量 12 条支链在 2 s 历程内的长度, 并将数据导入基于图 3 流程图编写的位置正解的 Matlab 程序中, 计算并输出动平台的位置矢量和姿态矩阵。

$$\begin{cases} (s_x, s_y, s_z) = (x_0, y_0, z_0) \\ \theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2 + \theta_z^2} = \arccos\left(\frac{\text{tr}(\mathbf{R}) - 1}{2}\right) \end{cases} \quad (35)$$

式中  $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵的迹。

运用式(35)将  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{R}$  换算成 6 个独立的运动分量, 并将其与式(34)的数据进行对比, 如图 5、6 所示。由图可看出, 理论计算与仿真实验的正解结果完全吻合。

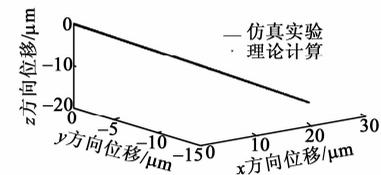


图 5 正解算法中的直线运动验证

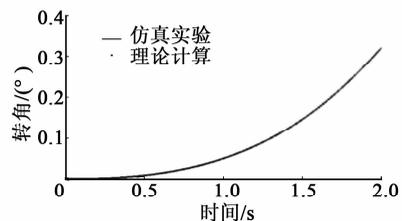


图 6 正解算法中的旋转运动验证

### 4 结束语

本文提出了一种由压电陶瓷驱动的六自由度台体型并联机构的结构模型, 理论上可实现微米或纳米尺度上的微观定位。在建立位置正解模型时, 采

用了异于传统方法的思路,即选取动平台上4个特征点的坐标作为中间变量,最终得到了12个线性相容方程,避开了高次方程的求解。经推导,正解模型具有确定的、唯一的全解析解,为并联机构的后续研究提供了保障。本文的正解算法具有计算效率高,精度高,无增根和失根等优点,其正确性得到了实验的验证,表明此方法是有效的、可行的。

#### 参考文献:

- [1] SABATE N, ESQUIVEL J P, SANTANDER J, et al. New approach for batch microfabrication of silicon-based micro fuel cells [J]. *Microsystem Technologies*, 2014, 20(2): 341-348.
- [2] GUO Kang, NI Mingyang, CHEN Huanan, et al. A monolithic adjusting mechanism for optical element based on modified 6-PSS parallel mechanism [J]. *Sensors and Actuators A*, 2016, 251(1): 1-9.
- [3] JORGE C, BONJIN K, PLACID F. Parallel-kinematics XYZ MEMS part 1: Kinematics and design for fabrication [J]. *Precision Engineering*, 2016, 46(1): 135-146.
- [4] 李仕华, 韩雪艳, 马琦翔, 等. 新型并联柔性铰链微动精密平台的研究 [J]. *中国机械工程*, 2016, 27(7): 888-893.
- LI Shihua, HAN Xueyan, MA Qixiang, et al. Research on novel parallel micro-motion precision platform with flexible hinge [J]. *China Mechanical Engineering*, 2016, 27(7): 888-893.
- [5] 蔡开云, 郝秀清, 徐宗刚, 等. 压电陶瓷驱动三平移并联机构的模糊控制 [J]. *山东理工大学学报*, 2010, 24(1): 42-46.
- CAI Kaiyun, HAO Xiuqing, XU Zonggang, et al. Fuzzy control of three-translational parallel mechanism driven by piezoelectric actuators [J]. *Journal of Shandong University of Technology*, 2010, 24(1): 42-46.
- [6] JOHANSEN T A, HANSEN J M, FOSSEN T I. Nonlinear observer for tightly integrated inertial navigation aided by pseudo-range measurements [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2017, 139(1): 1-10.
- [7] INNOCENTI C. Direct kinematics in analytical form of the 6-4 fully-parallel mechanism [J]. *Journal of Mechanical Design*, 1995, 117(1): 89-95.
- [8] 尤晶晶. 基于冗余并联机构的压电式六维加速度传感器研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2013.
- [9] HUANG Tian, WANG Manxin, YANG Shuofei, et al. Force/motion transmissibility analysis of six degree of freedom parallel mechanisms [J]. *Journal of Mechanisms and Robotics*, 2014, 6(3): 1-5.
- (上接第 828 页)
- [6] Attocube System AG. ANPx101 [EB/OL]. <http://www.attocube.com/attomotion/premium-line/anpx101/>, 2016-12-15.
- [7] 张冬至, 胡国清. 微机电系统关键技术及其研究进展 [J]. *压电与声光*, 2010, 32(3): 513-520.
- ZHANG Dongzhi, HU Guoqing. Key technologies of micro-electromechanical system and its recent progress [J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2010, 32(3): 513-520.
- [8] 刘丽兰, 刘宏昭, 吴子英, 等. 机械系统中摩擦模型的研究进展 [J]. *力学进展*, 2008, 38(2): 201-213.
- LIU Lilan, LIU Hongzhao, WU Ziying, et al. An overview of friction models in mechanical systems [J]. *Advanced in Mechanics*, 2008, 38(2): 202-213.
- [9] JOHANASTROM K, CANUDAS-DE-WIT C. Revisiting the LuGre friction model [J]. *IEEE Control Systems*, 2008, 28(6): 101-114.