

# 基于高阶 ESPRIT 的单声矢量水听器近场声源定位

肖大为,程锦房,姬庆,喻鹏

(海军工程大学 兵器工程系,湖北 武汉 430033)

**摘要:**为避免传统近场定位算法需要三维搜索,计算量大的问题,该文结合高阶累积量提出一种适用于单矢量水听器近场声源定位的旋转不变子空间(ESPRIT)算法。首先通过定义一系列的四阶累积量矩阵,获得了3个不变性矩阵,然后从这些不变矩阵中提取近场源的位置信息,该方法可以得到目标的方位角、俯仰角和距离的封闭形式的解。最后通过仿真验证了本算法的有效性。

**关键词:**近场;声源定位估计;矢量水听器;高阶累积量;旋转不变子空间(ESPRIT)

**中图分类号:** TN911

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.11977/j.issn.1004-2474.2018.01.003

## Near Field Acoustic Source Localization Using Single Acoustic Vector-sensor Based on Higher Order ESPRIT

XIAO Dawei, CHENG Jinfang, JI Qing, YU Peng

(Dept. of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that the conventional near-field location algorithm needs three-dimensional search and large amount of computation, an ESPRIT algorithm based on the higher-order cumulant for single vector hydrophone near field source localization is proposed in this paper. By defining a series of four-order cumulant matrices, the multiple invariance matrices are obtained, and then the localization information of the near-field sources can be extracted from these invariance matrices. The closed-form solution of the azimuth, elevation and distance of the target can be obtained by using the proposed method. Finally, the effectiveness of the proposed algorithm is verified by the simulation.

**Key words:** near-field; source localization estimation; acoustic vector-sensor; high-order cumulant; ESPRIT

### 0 引言

水雷作为一种区域控制的重要战略常规武器,其对目标的感知能力是其发挥作战效能的前提。水下目标,如水下航行器航速较低,需采用抵近侦察,此时这类目标就会贴近水雷。当信源贴近传感器阵列时,波前面变为球形,此时完成声源定位就需对方位角、俯仰角和距离进行估计。因此,研究近场情况的目标定位很重要。

最直接的方法是将远场测向法推广到近场的情况下,如二维多重信号分类(MUSIC)和二维最大似然算法<sup>[1-2]</sup>。但这些方法总是包含多维搜索过程。最近,为避免多维搜索的过程,开始研究多步定位算法,如高阶 ESPRIT、两级 MUSIC 及混合阶 MUSIC 算法<sup>[3-5]</sup>。然而,上述算法采用的都是

声压水听器阵列,其估计精度是建立在阵列孔径的基础之上。随着信号频率的降低,阵列孔径非常大。

矢量水听器(AVS)是由1个声压传感器和3个完全相同且轴向正交的振速传感器组成,所有传感器几何中心位于空间同一点上。理论和实验研究表明,AVS的方位估计(DOA)性能明显优于传统声压水听器<sup>[6]</sup>。在近场情况下,声压和质点振速之间的关系与传播距离有关,AVS阵列流形依赖于方位角、俯仰角和距离。因此,利用单 AVS 可以完成对近场源定位估计。Tichavsky 等<sup>[7]</sup>提出了一种 ESPRIT 算法,利用单矢量水听器用于估计近场或远场源的方位角和俯仰角,但是该算法的缺点是不能对距离参数进行估计。

收稿日期:2017-05-06

基金项目:国家部委基金资助项目(4010709010201)

作者简介:肖大为(1982-),男,湖北武汉人,讲师,博士,主要从事水下目标探测与识别的研究。

为实现近场声源的定位,本文提出了一种基于高阶累积量 ESPRIT 的单矢量水听器的定位算法。根据近场矢量水听器的信号测量模型的阵列流形,定义了一系列的高阶累积量矩阵。从这些矩阵中,我们可以提取 3 种不变矩阵,从而可得到近场源的方位角、俯仰角和距离等参数的估计。

## 1 矢量水听器测量模型

假设在近场条件下,空间中存在  $N(N < 4)$  个窄带信号源经过均匀同性介质传播到一个四通道的矢量水听器上。第  $n$  个信号源的位置由参数  $(\theta_n, \alpha_n, r_n), n=1, 2, \dots, N$  唯一确定。其中,  $\theta_n \in [0, 2\pi)$ ,  $\alpha_n \in [-\pi/2, \pi/2]$  和  $r_n$  分别为第  $n$  个声源的方位角、俯仰角和距离。设定矢量水听器作为坐标原点。当信号采样满足 Nyquist 采样定律,矢量水听器接收到的信号可表示为

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{A}\mathbf{s}(k) + \mathbf{e}(k) \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

式中:  $K$  为快拍总数;  $\mathbf{y}(k) = [y_1(k), y_2(k), y_3(k), y_4(k)]^T$  为 AVS 接收的数据向量,其第一、二和第三分量分别对应于振速传感器的  $x, y$  和  $z$  轴的采样数据,  $y_4(k)$  对应于矢量水听器的声压通道的采样数据;  $\mathbf{A}$  为  $4 \times N$  维的阵列流形矩阵;  $\mathbf{s}(k)$  为信号向量;  $\mathbf{e}(k)$  为噪声向量。

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1, \alpha_1, r_1), \mathbf{a}(\theta_2, \alpha_2, r_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_N, \alpha_N, r_N)] \quad (2)$$

$$\mathbf{s}(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_N(k)]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{e}(k) = [e_1(k), e_2(k), e_3(k), e_4(k)]^T \quad (4)$$

式中  $\mathbf{a}(\theta_n, \alpha_n, r_n)$  为第  $n$  个声源的导向矢量。为不失一般性,假设  $\rho c = 1$  为恒定值( $\rho, c$  分别为介质密度和声传播速度)。当第  $n$  个声源处于阵列的近场区域的情况下,导向矢量可以由下式求出:

$$\mathbf{a}(\theta_n, \alpha_n, r_n) = \begin{bmatrix} z(r_n) \cos \theta_n \cos \alpha_n \\ z(r_n) \sin \theta_n \cos \alpha_n \\ z(r_n) \sin \alpha_n \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中:  $z(r_n) = 1 - j/(k_n r_n)$  为声阻抗,  $k_n = 2\pi/\lambda_n$  为波数( $\lambda_n$  为第  $n$  个信源信号的波长)。当声源位于远场区时  $r_n \approx \lambda, z(r_n) \approx 1$ , 此时,  $\mathbf{a}(\theta_n, \alpha_n, r_n)$  就成为远场情况下的导向矢量。

## 2 高阶 ESPRIT 近场定位原理

与文献[3]类似,我们将四阶累积量应用于 ESPRIT 算法中,实现定位声源位置估计。与文献[3]

中方法不同的是,方位角、俯仰角和距离参数不能通过单一的不变性矩阵获得,所以现在构造了 3 个不变矩阵用于参数估计<sup>[8-9]</sup>。定义一个高阶累积量矩阵,其元素形式是:

$$C_{m_1, m_2}(m_3, m_4) = \text{cum}\{y_{m_3}(t), y_{m_1}(t), y_{m_2}^*(t), y_{m_4}^*(t)\} \quad (6)$$

式中: cum 为构造四阶累积量运算;  $y$  为矢量水听器接收的信号,下标用来表示相应声压或振速通道,其中  $m_3, m_4 = 1, 2, 3, 4$ 。

当  $m_1 = m_2 = 1$  时,根据高阶累积量的性质,累积矩阵可转化成

$$C_{1,1} = \mathbf{A}C_{4s}\mathbf{A}^H \quad (7)$$

式中  $[\ ]^H$  为取复共轭转置运算。同样,我们定义以下矩阵:

$$C_{1,2} = \mathbf{A}C_{4s}\mathbf{\Phi}\mathbf{A}^H \quad (8)$$

$$C_{1,3} = \mathbf{A}C_{4s}\mathbf{\Omega}\mathbf{A}^H \quad (9)$$

$$C_{1,4} = \mathbf{A}C_{4s}\mathbf{\Theta}\mathbf{A}^H \quad (10)$$

$$C_{2,2} = \mathbf{A}\mathbf{\Phi}^H C_{4s}\mathbf{\Phi}\mathbf{A}^H \quad (11)$$

$$C_{2,3} = \mathbf{A}\mathbf{\Phi}^H C_{4s}\mathbf{\Omega}\mathbf{A}^H \quad (12)$$

$$C_{2,4} = \mathbf{A}\mathbf{\Phi}^H C_{4s}\mathbf{\Theta}\mathbf{A}^H \quad (13)$$

$$C_{3,3} = \mathbf{A}\mathbf{\Omega}^H C_{4s}\mathbf{\Omega}\mathbf{A}^H \quad (14)$$

$$C_{3,4} = \mathbf{A}\mathbf{\Omega}^H C_{4s}\mathbf{\Theta}\mathbf{A}^H \quad (15)$$

$$C_{4,4} = \mathbf{A}\mathbf{\Theta}^H C_{4s}\mathbf{\Theta}\mathbf{A}^H \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{\Phi} = \text{diag}\{\cos \theta_1 \cos \alpha_1 \text{fr}(r_1), \dots, \cos \theta_N \cos \alpha_N \text{fr}(r_N)\} \quad (17)$$

$$\mathbf{\Omega} = \text{diag}\{\sin \theta_1 \cos \alpha_1 \text{fr}(r_1), \dots, \sin \theta_N \cos \alpha_N \text{fr}(r_N)\} \quad (18)$$

$$\mathbf{\Theta} = \text{diag}\{\sin \alpha_1 \text{fr}(r_1), \dots, \sin \alpha_N \text{fr}(r_N)\} \quad (19)$$

式中  $C_{4s}$  为信号的四阶累积量。通过观察可以发现,声源的位置信息包含在这 3 个不变矩阵。

利用式(7)~(16),我们构建了一个  $16 \times 16$  维的矩阵

$$\mathbf{C}_a = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{12}^H & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{13}^H & C_{23}^H & C_{33} & C_{34} \\ C_{14}^H & C_{24}^H & C_{34}^H & C_{44} \end{bmatrix} \quad (20)$$

联合式(7)、式(20),  $\mathbf{C}_a$  可表示为

$$\mathbf{C}_a = \bar{\mathbf{A}}C_{4s}\bar{\mathbf{A}}^H \quad (21)$$

其中

$$\bar{\mathbf{A}}^H = [\mathbf{A}^H \quad \mathbf{\Phi}\mathbf{A}^H \quad \mathbf{\Omega}\mathbf{A}^H \quad \mathbf{\Theta}\mathbf{A}^H] \quad (22)$$

对  $C_a$  进行特征值分解可得

$$C_a = \mathbf{E}\mathbf{\Sigma}\mathbf{E}^H \quad (23)$$

式中  $\mathbf{\Sigma}$  为对角线矩阵, 其对角线元素是  $C_a$  的特征值。因为累积量是有限数据的估计值,  $N$  个大特征值对应特征向量构成信号子空间  $\mathbf{E}_s$ , 剩下的特征向量构成了噪声子空间  $\mathbf{E}_n$ 。

由于阵列流形矩阵  $\bar{\mathbf{A}}$  的列向量构成了相同的  $\mathbf{E}_s$ , 因此必须存在唯一的一个非奇异矩阵  $\mathbf{T}$ , 使下式成立, 即

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{T} = \mathbf{E}_s \quad (24)$$

$\mathbf{E}_s$  可以划分为对应于  $\bar{\mathbf{A}}$  的 4 个  $4 \times N$  阶的矩阵

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\mathbf{\Phi} \\ \mathbf{A}\mathbf{\Omega} \\ \mathbf{A}\mathbf{\Theta} \end{bmatrix} \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{E}_3 \\ \mathbf{E}_4 \end{bmatrix} \quad (25)$$

因此,  $\mathbf{A}$  的列向量和  $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \mathbf{E}_4$  构成了相同的子空间。

$$\mathbf{E}_1\mathbf{\Psi} = \mathbf{E}_2 \quad (26)$$

$$\mathbf{E}_1\mathbf{Y} = \mathbf{E}_3 \quad (27)$$

$$\mathbf{E}_1\mathbf{\Pi} = \mathbf{E}_4 \quad (28)$$

式中:  $\mathbf{\Psi} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{\Phi}\mathbf{T}$ ;  $\mathbf{Y} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{\Omega}\mathbf{T}$ ;  $\mathbf{\Pi} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{\Theta}\mathbf{T}$ , 显而易见, 矩阵  $\mathbf{\Psi}, \mathbf{Y}$  和  $\mathbf{\Pi}$  可以利用最小二乘法 (LS) 进行估计

$$\hat{\mathbf{\Psi}} = (\hat{\mathbf{E}}_1^H \hat{\mathbf{E}}_1)^{-1} \hat{\mathbf{E}}_1^H \hat{\mathbf{E}}_2 \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = (\hat{\mathbf{E}}_1^H \hat{\mathbf{E}}_1)^{-1} \hat{\mathbf{E}}_1^H \hat{\mathbf{E}}_3 \quad (30)$$

$$\hat{\mathbf{\Pi}} = (\hat{\mathbf{E}}_1^H \hat{\mathbf{E}}_1)^{-1} \hat{\mathbf{E}}_1^H \hat{\mathbf{E}}_4 \quad (31)$$

与最小二乘法相比, 总体最小二乘法具有更好的性能, 因此更受欢迎。我们定义 3 个矩阵  $\mathbf{E}_{12} = [\mathbf{E}_1 | \mathbf{E}_2], \mathbf{E}_{13} = [\mathbf{E}_1 | \mathbf{E}_3], \mathbf{E}_{14} = [\mathbf{E}_1 | \mathbf{E}_4]$ , 且:

$$\mathbf{E}_{12}^H \mathbf{E}_{12} = \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}\mathbf{E}_{12} \mathbf{V}^H \quad (32)$$

式中  $\mathbf{V}$  是矩阵  $\mathbf{E}_{12}^H \mathbf{E}_{12}$  的特征向量矩阵。

将  $\mathbf{V}$  划分为 4 个  $N \times N$  阶矩阵:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \quad (33)$$

运用类似的方法分析得到  $\mathbf{U}_{12}, \mathbf{U}_{22}$  和  $\mathbf{W}_{12}, \mathbf{W}_{22}$ 。相对应的,  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{W}$  分别是矩阵  $\mathbf{E}_{13}^H \mathbf{E}_{13}, \mathbf{E}_{14}^H \mathbf{E}_{14}$  的特征向量矩阵,  $\mathbf{U}_{12}, \mathbf{U}_{22}$  和  $\mathbf{W}_{12}, \mathbf{W}_{22}$  分别是  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{W}$  的分块矩阵。计算式为

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{11} & \mathbf{U}_{12} \\ \mathbf{U}_{21} & \mathbf{U}_{22} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{11} & \mathbf{W}_{12} \\ \mathbf{W}_{21} & \mathbf{W}_{22} \end{bmatrix} \quad (35)$$

因此, 可以求得总体最小二乘的解为

$$\hat{\mathbf{\Psi}} = -\mathbf{V}_{12} \mathbf{V}_{22}^{-1} \quad (36)$$

$$\hat{\mathbf{Y}} = -\mathbf{U}_{12} \mathbf{U}_{22}^{-1} \quad (37)$$

$$\hat{\mathbf{\Pi}} = -\mathbf{W}_{12} \mathbf{W}_{22}^{-1} \quad (38)$$

由式(26)可知,  $\mathbf{T}$  是矩阵  $\mathbf{\Psi}, \mathbf{Y}, \mathbf{\Pi}$  的特征向量的相似矩阵。 $\mathbf{\Phi}, \mathbf{\Omega}$  和  $\mathbf{\Theta}$  是相应的特征值矩阵。这些不变性矩阵可通过对矩阵  $\mathbf{\Psi}, \mathbf{Y}, \mathbf{\Pi}$  的特征值分解进行求解。最后, 从矩阵  $\hat{\mathbf{\Phi}}, \hat{\mathbf{\Omega}}$  和  $\hat{\mathbf{\Theta}}$  可以提取位置参数。

本文所提出方法的详细步骤描述如下:

1) 通过测量的数据计算  $C_a$ 。

2) 对  $C_a$  进行特征值分解, 得到  $N$  个大特征值对应的特征向量。

3) 利用总体最小二乘法估计, 获得的  $\hat{\mathbf{\Psi}}, \hat{\mathbf{\Omega}}, \hat{\mathbf{\Pi}}$  的估计值。

4) 对  $\hat{\mathbf{\Psi}}, \hat{\mathbf{\Omega}}$  和  $\hat{\mathbf{\Pi}}$  进行特征值分解, 从而获得不变矩阵。

5) 对每个不变矩阵的对角元素进行配对, 提取近场源的位置信息。

### 3 数值仿真

通过 200 次独立 Monte Carlo 实验仿真, 对算法估计结果的均方根误差 (RMSE) 进行计算, 进而评估算法的有效性, 本文的方位角  $\theta$  的 RMSE 的计算定义为

$$\text{RMSE}(\theta) = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^M (\hat{\theta}_m - \theta)^2}{M}} \quad (39)$$

式中:  $\theta$  为方位角真值;  $\hat{\theta}_m$  为估计值;  $M$  为 Monte Carlo 仿真实验次数, 俯仰角、距离参数的 RMSE 计算相同。

同时, 采用文献[10]的计算方法, 计算估计值的克拉美罗界 (CRB) 作为对比。设定入射声源信号为单频信号, 各信号功率相同且统计独立。频率分别为 50 Hz、40 Hz, 采用单个四分量的矢量水听器进行采集。

两个近场源分别位于  $\{10^\circ, 30^\circ, 40 \text{ m}\}$  和  $\{80^\circ, 60^\circ, 50 \text{ m}\}$ 。快拍数为 1 000, 噪声均值为 0, 方差为 1 的高斯白噪声, 本文所用的信噪比, 均定义为信号和噪声的功率之比。本文信噪比变化范围为 0~30 dB。采用本文提出的算法对方位角、俯仰角和距离进行估计, 其 RMSE 和 CRB 仿真结果如图 1~3 所示。

由图1~3可知,随着信噪比的增大,CRB和RMSE曲线都在不断减小,说明定位性能不断提高。这说明本文所提出的方法的性能渐进地接近于CRB,逐渐达到最优估计。

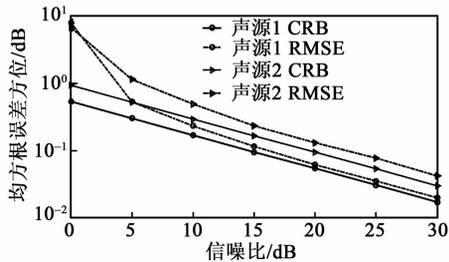


图1 方位角估计的RMSE随信噪比的变化

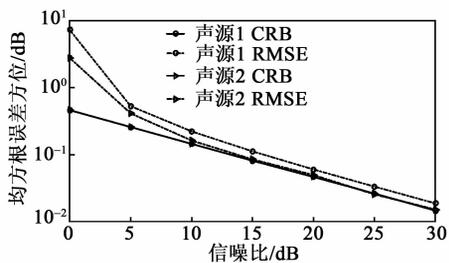


图2 俯仰角估计的RMSE随信噪比的变化

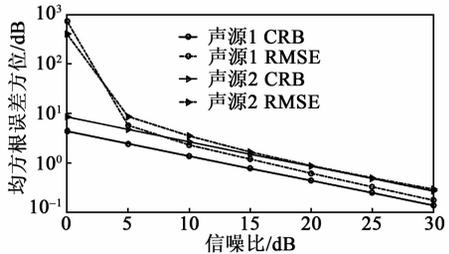


图3 距离估计RMSE随信噪比的变化

#### 4 结束语

结合高阶统计,本文提出的单矢量水听器ES-PRIT算法,成功完成了对近场声源的定位。它比传统方法具有更高的分辨率的能力,并提高了参数估计的精度。仿真结果也验证了本文所提方法的有效性。

#### 参考文献:

[1] CHEN J C, HUDSON R E, YAO K. Maximum-likelihood source localization and unknown sensor location estimation for wideband signals in the near-field[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(8): 1843-1854.

- [2] HUANG Y D, BARKAT M. Near-field multiple source localization by passive sensor array[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1991, 39(7): 968-975.
- [3] CHALLA R N, SHAMSUNDER S. High-order subspace-based algorithms for passive localization of near-field sources[C]//S. I.; 1995 Conference Record of the Twenty-Ninth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 1995(2): 777-781.
- [4] LIANG J, LIU D. Passive localization of mixed near-field and far-field sources using two-stage MUSIC algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(1): 108-120.
- [5] WANG B, ZHAO Y, LIU J. Mixed-order MUSIC algorithm for localization of far-field and near-field sources [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(4): 311-314.
- [6] NEHORAI A, PALDI E. Acoustic vector-sensor array processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(9): 2481-2491.
- [7] TICHAVSKY P, WONG K T, ZOLTOWSKI M D. Near-field/far-field azimuth and elevation angle estimation using a single vector hydrophone[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(11): 2498-2510.
- [8] 吴云韬, 侯朝焕, 王荣, 等. 一种基于高阶累积量的近场源距离、频率和方位联合估计算法[J]. 电子学报, 2005, 33(10): 1893-1896.
- WU Yuntao, HOU Chaohuan, WANG Rong. Joint ranges DOA's and frequencies estimation of multiple near-field sources using cumulant[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(10): 1893-1896.
- [9] 梁军利, 冀邦杰, 赵峰, 等. 一种基于高阶累积量的近场源四维参数联合估计算法[J]. 电子学报, 2007, 35(9): 120-124.
- LIANG Junli, JI Bangjie, ZHAO Feng. Four-dimensional parameter estimation of near-field source using higher-order cumulant [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(9): 120-124.
- [10] WU Y I, WONG K T. Acoustic near-field source-localization by two passive anchor-nodes[J]. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 2012, 48(1): 159-169.