文章编号:1004-2474(2018)01-0033-05

压电双晶梁 MEMS 传感器的稳健设计研究

李 丰,谭晓兰,王通尘

(北方工业大学 机械与材料工程学院,北京 100144)

摘 要:微机电系统(MEMS)传感器结构参数的微小变差会影响其性能稳定。为提高 MEMS 传感器性能的 稳健性,以压电双晶梁 MEMS 传感器为例,根据 Smits 模型,分析压电双晶梁的设计变量和噪声因素的随机性,建 立基于随机模型的稳健设计数学模型;编制算法程序,确定 MEMS 传感器的最优设计解结果优于原设计方案。对 比其稳健设计容差模型所得优化解,两者误差率为 6.17%,验证了稳健设计结果的正确性。研究表明,即使设计变 量存在变差,稳健设计仍能提高 MEMS 传感器的性能,并保证设计解的稳健性。

关键词:微机电系统(MEMS)传感器;压电双晶梁;PZT压电薄膜;随机模型;稳健设计 中图分类号:TN384;TP212.1 文献标识码:A DOI:10.11977/j.issn.1004-2474.2018.01.008

Robust Design of MEMS Sensor Based on Piezoelectric Bimorph Beam

LI Feng, TAN Xiaolan, WANG Tongchen

(College of Mechanical and Materials Engineering, North China University of Technology, Beijing 100144, China)

Abstract: The small variation of the structural parameters of MEMS sensor will influence the performancestability. In order to improve the robustness of MEMS sensor, taking the piezoelectric bimorph MEMS sensor as an example, the randomness of the design variables and noise factors of the piezoelectric bimorph beam are analyzed according to the Smits model. A robust design mathematical model of MEMS sensor based on the stochastic model is established. The algorithm program is compiled. The optimal design solution of MEMS sensor is better than the original design. Compared with the robust design tolerance model, the error rate is 6.17%, which verifies the correctness of the robust design. The results show that the robust design can not only improve the performance of MEMS sensor, but also guarantee the robustness of the design variable has small variation.

Key words: MEMS sensor; piezoelectric bimorph beam; PZT piezoelectric thin film; stochastic model; robust design

0 引言

随着微电子和微机械加工技术的发展,微机电 系统(MEMS)应用涉及诸多学科领域^[1]。其中, MEMS传感器是 MEMS最重要、发展最快的部分, 常见传感器应用较多的敏感机理有压阻效应、电容 效应和谐振效应^[2]。基于锆钛酸铅(PZT)薄膜的 MEMS传感器具有较高的机电耦合特性和输出电 压,无需辅助电源,与 MEMS技术兼容等优势,有着 极高的应用价值^[3]。

然而, MEMS 器件结构参数的微小变差对其质 量性能的影响阻碍了其实用化进程^[4]。其原因是目 前缺乏对微观条件下机械系统的运动规律、微纳器件的物理特性及其受载下的力学行为等的认识,未 形成基于一定理论基础上的微系统设计理论与方法^[5]。因此,在 MEMS 器件设计中引入稳健设计十 分必要,本文提出了基于随机模型的 MEMS 传感器 稳健设计方法。稳健设计考虑了各种变差的影响, 这不仅提高了 MEMS 传感器的质量性能,还使其具 有稳健性。此研究对探索 MEMS 领域新的设计理 论和方法具有一定的实践意义。

1 压电双晶梁的静态模型

压电双晶梁 MEMS 传感器的关键结构是由压

收稿日期:2016-04-17

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51375017)

作者简介:李丰(1992-),男,江西九江人,硕士生,主要从事压电式 MEMS 传感器的稳健设计研究。通信作者:谭晓兰(1968-),女,黑龙江 人,副教授,硕士生导师,主要从事微机电系统(MEMS)、稳健设计和现代设计理论与方法的研究。E-mail:tanxiaolan2004@ 126.com。

电薄膜、弹性支撑层、金属电极材料组成的悬臂梁, 如图1所示。



图 1 单层压电双晶梁的结构示意图

通常,压电双晶梁中以硅层作为弹性支撑层,压 电薄膜选用 PZT,适用于 PZT 压电薄膜的电极材料

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \delta \\ \nu \\ Q \end{pmatrix} = A \begin{bmatrix} \frac{12L}{Kw} & \frac{6L^2}{Kw} & \frac{2L^3}{K} \\ \frac{6L^2}{Kw} & \frac{4L^3}{Kw} & \frac{3L^4}{2K} \\ \frac{2L^3}{K} & \frac{3L^4}{2K} & \frac{3L^5w}{5K} \\ \frac{-6 d_{31}BL}{K} & \frac{-3 d_{31}BL^2}{K} & \frac{-d_{31}BL^3w}{K} \end{bmatrix}$$

其中

$$A = s_{11}^{\rm Si} s_{11}^{\rm p} (s_{11}^{\rm p} h_{\rm Si} + s_{11}^{\rm Si} h_{\rm p})$$
(2)

$$B = \frac{h_{\rm Si}(h_{\rm Si} + h_{\rm p})}{(s_{11}^{\rm p} h_{\rm Si} + s_{11}^{\rm Si} h_{\rm p})}$$
(3)

$$K = 4s_{11}^{\text{Si}}s_{11}^{\text{p}}h_{\text{Si}}(h_{\text{p}})^{3} + 4s_{11}^{\text{Si}}s_{11}^{\text{p}}h_{\text{p}}(h_{\text{Si}})^{3} + (s_{11}^{\text{p}})^{2}(h_{\text{Si}})^{4} + (s_{11}^{\text{Si}})^{2}(h_{\text{p}})^{4} + 6s_{11}^{\text{Si}}s_{11}^{\text{p}}(h_{\text{Si}})^{2}(h_{\text{p}})^{2}$$
(4)

式中:M为作用在压电双晶梁上的外部力矩;p为 作用在压电双晶梁上的均匀外载荷;V为作用在压 电双晶梁的外部电压。

不考虑上、下电极的电荷泄露,产生的自由电荷 量Q可表示为

$$Q = \frac{-3d_{31}s_{11}^{\text{Si}}s_{11}^{\text{p}}h_{\text{Si}}(h_{\text{Si}} + h_{\text{p}})L^2}{K} \cdot F$$
(5)

由 Q=CU可得电极间的电压 U 为

$$U = \frac{-3d_{31}s_{11}^{\text{Si}}s_{11}^{\text{p}}h_{\text{Si}}h_{\text{p}}(h_{\text{Si}} + h_{\text{p}})L}{Kw\varepsilon_{33}^{T}} \bullet F$$
(6)

式中: d_{31} 为 PZT 压电材料的压电系数; s_{11}^{51} 和 s_{11}^{p} 分 别为 Si 和 PZT 的弹性柔顺系数; L_{∞} , h_{Si} 和 h_{p} 分 别为压电双晶梁的长、宽、硅层厚度和 PZT 压电层 厚度; F 为自由端施加的集中力; ϵ_{33}^{T} 为 PZT 的介电 常数。

2 MEMS 传感器的稳健设计模型

2.1 设计变量

在设计中调整 MEMS 传感器压电双晶梁结构

一般为 Pt/Ti。当压电双晶梁的自由端受到外部载 荷,梁发生弯曲形变。梁中的 PZT 压电层因压电效 应会在 z 方向产生极化电荷^[6]。压电层的上、下电 极将导出电荷到电流放大器进行放大,然后转换成 电压信号进行处理并输出。

当压电双晶梁自由端受静态集中力载荷时, 其响应模型可由 Smits 模型^[7]表示。根据 Simts 理论模型,单层压电双晶梁结构的静态响应矩 阵为

$$\frac{\frac{-6 d_{31} BL}{K}}{\frac{-3 d_{31} BL^{2}}{K}} \\ \frac{\frac{-3 d_{31} BL^{2}}{K}}{\frac{-d_{31} BL^{3} w}{K}} \\ \frac{\frac{-d_{31} BL^{3} w}{K}}{K} \\ \frac{\omega}{Ah_{2}} \left[\epsilon_{33}^{T} - \frac{d_{31}^{2} h_{Si} (s_{11}^{Si} h_{p}^{3} + s_{11}^{p} h_{Si}^{3})}{K} \right] \right]$$

$$(1)$$

参数 L_{xw} , h_{p} 和 h_{s} 的取值将影响质量指标的偏差 及其波动,可作为设计变量 x,即

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_4)^{\mathrm{T}} \in (\mathbf{\Omega}, F, P) \in \mathbb{R}^4$$
(7)

这些随机设计变量含有制造误差 t_i,其可表示为

$$c_i = \overline{x}_i + t_i$$
 $i = 1, 2, 3, 4$ (8)

考虑到 $|t_i| \leq x_i$,因此,在设计中还应规定每个 设计变量的容差 Δx_i ,即 t_i 的最大允许范围,这样在 设计中可把 Δx_i 列为设计变量。

通过以上对压电双晶梁 MEMS 传感器的分析, 该模型的设计变量有 L、w、h_p和 h_{si},并将其各自的 变差作为设计变量。因此,可取设计变量为

$$\mathbf{x} = (L, w, h_{\mathrm{p}}, h_{\mathrm{Si}}, \Delta L, \Delta w, \Delta h_{\mathrm{p}}, \Delta h_{\mathrm{Si}})^{\mathrm{T}} = (x_{1}, x_{2}, \cdots, x_{8})^{\mathrm{T}}$$
(9)

且认为其都是确定量。但压电双晶梁的 $L \pm \Delta L$ 、 $w \pm \Delta w$ 、 $h_p \pm \Delta h_p$ 和 $h_{si} \pm \Delta h_{si}$ 的取值是随机的,考虑 到制造工艺条件,可取它们服从正态分布,根据正态 分布的" 3σ "原则,其容差和设计变量标准差的关系 为 $\Delta x_i = 3\sigma$ 。

各设计变量初值与上、下界值^[8]如表1所示。

表1 设计变量初值与上、下界值

设计变量	初值	上界值	下界值
$x_1/\mu{ m m}$	500.0	800	300
$x_2/\mu{ m m}$	100.0	300	50

续表

设计变量	初值	上界值	下界值		
$x_{ m _3}/\mu{ m m}$	600.0	900	300		
$x_4/\mu{ m m}$	6.0	10	5		
$x_5/\mu{ m m}$	5.0	7	3		
$x_{ m 6}/\mu{ m m}$	5.0	7	3		
$x_7/\mu{ m m}$	40.0	60	30		
$x_8/\mu{ m m}$	1.2	2	1		

2.2 随机参数

在稳健设计中,对产品质量特性有影响的噪声 因素被称为随机参数。由此可知,压电双晶梁 MEMS 传感器的随机参数有 s_{11}^{S} 和 s_{11}^{P} , d_{31} , ϵ_{33}^{T} ,Si的 许用应力[σ]和许用挠度[δ]。其中,PZT 压电陶瓷 属于机电耦合材料,根据实验数据^[9], d_{31} =171× 10^{-12} C/N, s_{11}^{S} =7.7×10⁻¹² m²/N, s_{11}^{P} =13.8× 10^{-12} m²/N, ϵ_{33}^{T} =12.39×10⁻⁹ F/m。此时,噪声因 素可表示为

$$\boldsymbol{z} = (s_{11}^{p}, s_{11}^{\text{Si}}, \boldsymbol{d}_{31}, \boldsymbol{\varepsilon}_{33}^{T}, [\boldsymbol{\sigma}], [\boldsymbol{\delta}])^{T} = (\boldsymbol{z}_{1}, \boldsymbol{z}_{2}, \cdots, \boldsymbol{z}_{6})^{T}$$
(10)

随机参数服从的概率分布类型^[10]和参数如表 2 所示。

表 2 随机参数服从的概率分布类型和参数

噪声因素	均值	分布类型	标准差
$z_1/(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{N}^{-1})$	13.8×10 ⁻¹²	正态分布	2.29 $\times 10^{-13}$
$z_2/(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{N}^{-1})$	7.7 $\times 10^{-12}$	正态分布	1.28×10^{-13}
$z_3/(\mathrm{C} \cdot \mathrm{N}^{-1})$	171×10^{-12}	正态分布	2.86×10 ⁻¹²
$z_4/(\mathbf{F}\cdot\mathbf{m}^{-1})$	12.39 \times 10 ⁻⁹	正态分布	2.07 $\times 10^{-10}$
$z_5/(N \cdot m^{-2})$	8×10^7	对数正态	1.2×10^{6}
$z_6/\mu{ m m}$	1.4	正态分布	0.023

2.3 目标函数

MEMS 传感器的技术指标是随机设计变量和 随机参数的因变量函数,称其为随机设计特性。将 压电双晶梁 MEMS 传感器受外力输出电压的倒数 作为随机设计特性,由随机设计特性建立的目标函 数是随机函数。为使设计提高产品的质量,且使设 计方差愈小,设计准则为电压的均值和方差的望小 特性,求解最小值,即

$$L(y) = w_1 \frac{1}{y} + w_2 S_{1/y}^2$$
(11)

式中 w1 和 w2 为加权系数。

$$y = |U| = \frac{3 d_{31} s_{11}^{\text{Si}} s_{11}^{p} h_{\text{Si}} h_{p} (h_{\text{Si}} + h_{p}) L}{K w \epsilon_{33}^{T}} \cdot F$$

2.4 约束条件

忽略上、下电极及二氧化硅层,压电双晶梁弯曲 时,PZT 薄膜内部产生拉应力。因压电双晶梁为复 合材料,此处将其作为各向同性材料处理,梁的自由 端受集中力 F 时,其横截面沿 z 方向应变是连续 的,应力在压电层和弹性层的接触面上发生突变。 我们定义:

$$n = \frac{E^{\rm Si}}{E^{\rm p}} = \frac{s_{11}^{\rm p}}{s_{11}^{\rm Si}} \tag{13}$$

利用横截面积变换,我们得到压电双晶梁的惯 性矩为

$$I = \frac{K\omega}{12s_{11}^{\rm Si}(s_{11}^{\rm p}h_{\rm Si} + s_{11}^{\rm Si}h_{\rm p})}$$
(14)

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{6FLs_{11}^{Si}(s_{11}^{p}h_{Si} + s_{11}^{Si}h_{p})(h_{Si} + h_{p})}{K\omega}$$

压电双晶梁变形需满足的变形和应力约束条件 如下:

$$g_1 = \frac{4FAL^3}{Kw} - [\delta] \leqslant 0 \tag{16}$$

$$g_2 = \sigma_{\max} - [\sigma] \leqslant 0 \tag{17}$$

$$g_3 = -\frac{6FAL^2}{Kw} \leqslant 0 \tag{18}$$

$$g_4 = \frac{6FAL^2}{K\omega} - \frac{\pi}{2} \leqslant 0 \tag{19}$$

2.5 数学模型

综上所述,建立如下稳健设计数学模型:

$$\min L (y) = w_1 \frac{1}{y} + w_2 S_{1/y}^2$$

s. t. $P(g_j \leq 0) \geq \beta$ $j = 1, 2, 3, 4$
 $x_i^L \leq x_i \leq x_i^U$ $i = 1, 2, \cdots, 8$
 $x, z \in (\Omega, F, P) \in R^{14}$ (20)

式中 $\beta=1$,即满足约束条件的概率为1。

3 模型求解

稳健设计计算要求算法不仅能处理目标函数和 约束函数中的随机设计变量和随机参数,还要计算 质量特性的统计均值和方差,以及随机约束满足的 概率等。基于稳健算法不仅能优化搜索,还能模拟

(12)

制造过程的各种随机性功能的要求,需采用离散优 化技术与数值模拟计算相结合的混合算法^[11]。其 程序模块结构示意图如图 2 所示。



图 2 程序模块结构示意图

随机模拟法在多元随机函数的分析计算中最有效,以此方法最终获得随机变量函数的概率统计性质,且不受各自变量间是否随机相关影响^[12]。该方

法是稳健设计算法程序研究的基础。因为随机变量 的统计均值是属于根据加工、测量所需要的离散值, 可将随机模型转化为确定性模型,其优化方法采用 随机模拟搜索算法。

压电双晶梁 MEMS 传感器原方案中当悬臂的 自由端受 20 mN 垂直向下的集中力时,因压电效 应,PZT 压电层上、下电极上产生电压和电荷量,通 过 Smits 模型计算的电荷量为 25 pC^[13]。Smits 模 型中电容由初始设计参数可得 C=1 032 pF,则原 方案电压值为 24.22 mV。将基于随机模型建立的 稳健设计数学模型写入数学模块,将各类参数写入 数据文件,在 Compaq Visual Fortran 6.5 上运行模 拟算法程序求解。根据程序运行结果可得常规设计 与稳健设计方案的结果比较如表 3 所示。

表 3 常规设计与稳健设计方案的结果比较

方案类型	$L/\mu m$	$w/\mu{ m m}$	$h_{ m p}/{ m nm}$	$h_{ m Si}/ m mm$	$\Delta L/\mu{ m m}$	$\Delta w/\mu { m m}$	$\Delta h_{ m p}/{ m nm}$	$\Delta h_{ m Si}/ m mm$	U/mV
原方案	500	100.0	600	6.0		—	—		24.22
随机模型	310	53.3	871	6.9	3.08	3	30	1	41.33

基于随机模型的稳健设计方案与原方案相比, 其参数考虑了现有 MEMS 加工精度的影响,设计容 差合理;同时,稳健设计优化后的结构参数尺寸减 小,电压值明显增大,从而在提高 MEMS 传感器的 质量性能的基础上有效控制加工成本。

4 结果分析

根据稳健设计的 MEMS 传感器样品将在后续 研究中制作并进行性能测试。MEMS 传感器的结 构参数、物理和力学参数的设计值与制造后和使用 中的实际值会有差异,而设计变量和噪声因素的变 差将引起质量指标和约束的变差^[14]。因此,在 MEMS 传感器的设计、制造和使用中,容差的影响 不可忽视。较小的容差使 MEMS 传感器的质量特 性更接近设计目标值,也更稳定,但增加了制造的成 本。因此,在 MEMS 传感器的设计过程中,为保证 产品加工成本与产品质量之间相互平衡,合适的容差设计必不可少。

经过对 MEMS 传感器的分析,编制相应的算法 程序,建立基于容差模型的 MEMS 传感器稳健设计 数学模型如下:

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_8)^{\mathrm{T}}$$

min $L(y) = w_1 \frac{\overline{1}}{y} + w_2 S_{1/y}^2$
s. t. $g_j + \Delta g_j \leq 0$ $j = 1, 2, 3, 4$
 $x_i^L \leq x_i \leq x_i^U$ $i = 1, 2, \cdots, 8$

$$(21)$$

将基于容差模型建立的稳健设计数学模型写入 数学模块,将各类参数写入数据文件,在 Compaq Visual Fortran 6.5 上运行模拟算法程序求解。根 据程序运行结果可得到两种稳健设计方案的结果比 较如表4所示。

表 4 两种稳健设计方案的结果比较

方案类型	$L/\mu m$	$w/\mu{ m m}$	$h_{ m p}/{ m nm}$	$h_{ m Si}/ m mm$	$\Delta L/\mu{ m m}$	$\Delta w/\mu { m m}$	$\Delta h_{ m p}/{ m nm}$	$\Delta h_{ m Si}/ m mm$	U/mV
随机模型	310	53.3	871	6.90	3.08	3	30	1	41.33
容差模型	366	50.1	899	7.66	5.68	3	30	1	44.05

由表4可知,误差率为6.17%,表明 MEMS 传 感器稳健设计结果的正确性。鉴于 MEMS 加工精 度的影响,稳健设计研究中考虑设计变量的容差,且 现有 MEMS 加工尺寸精度能满足该容差范围大小的要求。当实际加工的尺寸 L、w、 h_p 和 h_{si} 分别为 310 mm、53 mm、870 nm 和 7 mm 时,电压值为

40.46 mV,与稳健设计结果的误差率为 2.1%。这 说明稳健设计优化后的结构参数,在尺寸减小的基 础上,不仅节省生产材料,降低生产成本,还有效提 高 MEMS 传感器的性能;同时,当 MEMS 传感器实 际加工尺寸与稳健设计参数发生变差(在一定范围 内)时,能保持性能稳定。

5 结束语

本文提出基于随机模型的 MEMS 传感器稳健 设计方法。该方法在考虑可控因素和不可控因素的 随机性,确定它们的随机分布类型和分布参数,通过 对 MEMS 传感器质量特性和约束条件的分析,建立 了基于随机模型的压电双晶梁 MEMS 传感器稳健 设计数学模型,并利用模拟算法程序求解得到明显 优于原设计方案的结果。结果表明,稳健设计能有 效降低 MEMS 传感器生产成本,提高其质量性能, 保证其对设计变量在 MEMS 加工中存在的变差(在 一定范围内)不敏感,提高 MEMS 传感器微加工的 成品率。后期将根据稳健设计参数制作压电双晶梁 MEMS 传感器样品,对其输出性能进行测试。

参考文献:

[1] 于君坦,谢代梁,徐志鹏,等.微小尺度射流流量传感器的设计与仿真分析[J].传感技术学报,2013,26(8): 1083-1087.

YU Juntan, XIE Dailiang, XU Zhipeng, et al. Design and simulation analysis of microscale fluidic flow sensor[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2013,26(8):1083-1087.

- [2] 田开云,谭晓兰. PZT 压电式微传感器的结构优化
 [J]. 机电工程技术,2013,42(9):91-95.
 TIAN Kaiyun, TAN Xiaolan. The structure optimization of PZT micro pressure sensor[J]. Mechanical and Electrical Engineering Technology,2013,42(9):91-95.
- [3] 陈东红,安坤,燕乐,等.基于八悬臂梁-中心质量块结构 MEMS 压电振动能量采集器[J]. 传感技术学报, 2015,28(12):1770-1773.

CHEN Donghong, AN Kun, YAN Le, et al. MEMS piezoelectric vibration energy harvester based on eight cantilever beams-center mass block[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2015, 28 (12): 1770-1773.

- [4] 周浩,苏伟,唐海林,等.微机械陀螺结构的稳健优化设计[J].纳米技术与精密工程,2011,9(4):335-339.
 ZHOU Hao,SU Wei,TANG Hailin,et al. Robust optimization design for microgyroscope structure [J].
 Nanotechnology and Precision Engineering, 2011,9 (4):335-339.
- [5] 温诗铸,丁建宁. 微型机械设计基础研究[J]. 机械工程 学报,2000,36(7):39-42.
 WEN Shizhu, DING Jianning. Fundamental research on micro-mechanical design [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering,2000,36(7):39-42.
- [6] 练澎. 低温烧结制备 PZT 压电陶瓷及其性能研究[D]. 广州:广东工业大学,2013.
- [7] SMITS J G, CHOI W S. The constituent equations of piezoelectric heterogeneous bi-morphs[J]. IEEE Transaction on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 1991,38(3):256-270.
- [8] 吴杰,董志新.动力总成悬置系统稳健设计的区间和随机模型对比研究[J].振动与冲击,2013,32(20): 76-80.
 WU Jie, DONG Zhixin. Two optimization models for

robust design of a powertrain mounting system [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(20):76-80.

- [9] LUGINBUHL P, RACINEGA, LERCH P, et al. Piezoelectric cantilever beams actuated by PZT Sol-Gel thin film[C]//Sweden: The 8th International Conference on Solid-State and Actuators, and Eurosensors IX, 1995:413-416.
- [10] 陈立周. 稳健设计[M]. 北京:机械工业出版社,2000: 238-245.
- [11] 康杰. 微传感器的稳健设计原理与方法研究[D]. 北京:北方工业大学,2015.
- [12] 陈立周,俞必强.机械优化设计方法[M].北京:冶金工业出版社,2014.
- [13] 佟建华,刘梦伟,崔岩,等. 基于 MEMS 的硅基 PZT 薄 膜微力 传感芯片 [J]. 压电与声光,2006,28(3): 335-340.

TONG Jianhua, LIU Mengwei, CUI Yan, et al. Design and fabrication of Si based PZT film microforce sensor chip[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2006, 28(3): 335-340.

[14] 韩丽娜. MEMS 器件的稳健设计研究[D]. 北京:北方 工业大学,2016.