

时变质量梁系统的振动主动控制研究

马驰骋^{1,2}, 罗亚军², 郭宗和¹, 刘灿昌¹, 代祥俊¹, 张清¹

(1. 山东理工大学 交通与车辆工程学院, 山东 淄博 255000; 2. 西安交通大学 机械结构强度与振动国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

摘要:为了保证机械臂运动的高精度、准定位,采用主动控制技术降低结构的干扰振动是一项迫切而紧急的任务。该文以含变质量构件的弹性梁系统为对象,开展变质量弹性结构的振动特性研究和振动主动控制研究。使用模态叠加法推导了粘贴有压电片的变质量-柔性梁组合结构的控制方程,通过仿真获得变质量弹性梁系统的振动特性和运动规律。然后设计反馈控制器对质量增大系统和质量减小系统进行了振动主动控制,并采用时频分析技术分析了控制效果。仿真结果表明,变化的质量在引起系统振动频率改变的同时,还引起了一个附加的阻尼。在变质量时变系统的共振频率区间,通过反馈控制可有效抑制结构的振动。

关键词:变质量系统;振动控制;时频分析;压电

中图分类号:O328

文献标识码:A

DOI:10.11977/j.issn.1004-2474.2018.01.028

Study on Active Vibration Control of Time-varying Mass Beam System

MA Chicheng^{1,2}, LUO Yajun², GUO Zonghe¹, LIU Canchang¹, DAI Xiangjun¹, ZHANG Qing¹

(1. School of Transportation and Vehicle Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255000, China;

2. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: In order to ensure the high precision and accurate position of manipulators, it is necessary to suppress the undesired vibration based on the active vibration control technology. In this paper, taking the elastic beam system composed of the variable mass component as the subject of study, the vibration characteristics and the active vibration control of the variable mass elastic structure are studied. The governing equations of variable mass-flexible beam composite structures with piezoelectric patches are derived by the modal superposition method. The vibration characteristics and the motion law of variable mass elastic beam system are obtained by simulation. A feedback controller is designed for the active vibration control of the mass-increase system and the mass-reduction system. The time frequency analysis technology is applied to analyze the control results. The simulation results show that the quality of the change causes an additional damping as well as the change of the vibration frequency of the system. The vibration of the structure can be effectively suppressed by the feedback control in the range of the resonant frequency of the variable mass time-varying system.

Key words: variable mass system; vibration control; time frequency analysis; piezoelectric

0 引言

机械手臂是各个领域中应用广泛的自动化装置,特别是在工业制造、医学治疗及太空探索等领域。随着技术要求的提高,柔性机械臂的运动精度和准确性要求也随之提高,然而这类结构常用来搬运或运输物品,属于典型的变质量结构。系统质量的时变性,导致结构振动频率和模态也是时变的,而柔性结构响应幅值大,振动频率低,更增加了振动控

制的复杂性。

压电材料以其附加质量小,反应速度快,控制精度高等优点广泛应用于结构的振动控制中^[1-2]。压电材料可用作传感器、作动器和主动约束阻尼层^[3]。针对平面桁架结构,曹玉岩^[4]等建立了智能桁架结构动力学模型和最优振动控制模型,采用最优控制法得到了理想的控制效果。在 Pratiher B^[5]等的研究中,控制对象为附有集中质量的移动梁结构,通过控制器优化提高了振动抑制效果。张华等^[6]针对带

收稿日期:2017-06-07

基金项目:山东省自然科学基金资助项目(ZR2016AL06,2016ZRB019SF);机械结构强度与振动国家重点实验室开放基金资助项目(SV2016-KF-07)

作者简介:马驰骋(1989-),男,山东潍坊人,讲师,博士,主要从事复杂结构主被动一体化振动控制。

有附加集中质量的智能加肋梁结构,并进行了智能主动控制问题的仿真实验,验证了智能控制的可行性。刘江伟等^[7]针对充液管路振动开展优化控制,并分析了附加质量对系统的影响。关新平等^[8]研究了具有不确定性的机械手臂的跟踪控制问题,通过自适应控制方法,系统的振动得到了有效的控制。综上所述,虽然在关于机械臂振动控制方向已经开展了很多研究,但是含变质量构件的机械臂的振动控制研究还较少。

而在变质量系统的振动信号处理中,普遍使用的傅里叶变换虽然可以获取系统振动的频域特征,但是无法得到系统共振频率和振动能量的时变特性^[9-10]。为了更全面地了解系统共振频率随时间的变化规律,以及系统在振动过程中的能量变化趋势,本文使用时频分析对得到的时域信号进行分解,得到变质量系统在时频域上的能量分布,从而更全面地研究了时变系统的运动特性。

针对变质量系统的动力学特点,本文主要开展以下工作:首先推导粘贴有压电片的变质量-梁结构的运动方程,分析粘贴有压电片的变质量-梁结构的振动特性,然后采用速度比例反馈控制器对质量增大系统和质量减少系统两类变质量时变系统进行了振动控制研究,最后介绍了时频分析技术在变质量时变系统的振动控制研究中的应用。

1 控制方程

图1为粘贴有压电片的变质量梁结构,其中梁的长度为 L ,压电片长度为 a ,通过 x_1 确定粘贴位置,外力作用在 x_2 处。梁末端的集中质量是时间的函数,定义为 $m(t)$ 。 dm 表示在 $t \sim t + \Delta t$ 这段时间内流入或流出的质量, $v(t)$ 表示质量单元 dm 流入或流出时的绝对速度。采用线性时变质量模型 $m(t) = m_0(1 + \beta t)$,其中 m_0 为初始质量,对于质量减小的系统, $m_0 = 2, \beta < 0$,对于质量增大的系统 $m_0 = 0, \beta > 0$ 。研究中只考虑梁结构的弯曲振动,梁结构 x 位置处的位移表示为 $w(x, t)$ 。因此粘贴有压电贴片的梁结构的控制方程为

$$E_b I_b w''(x, t) + \rho_b A_b \ddot{w}(x, t) = E_b I_b K_e \epsilon_e H(x) + f(t) \delta(x - x_2) \quad (1)$$

式中 E_b, I_b, ρ_b 和 A_b 分别为梁结构的弹性模量、转动惯量、密度和横截面积。 δ 函数表征集中质量和外载荷力 $f(t)$ 的位置, $H(x) = \delta'(x - x_1) - \delta'(x - x_1 - a)$ 是用来表征压电片的粘贴位置, $\delta'(x)$ 是其

对位置的导数。 ϵ_e 是施加 z 方向的电场时压电片在 x 方向的电位移。这里梁的厚度与其长度和宽度相比较小,因此不考虑梁的剪切变形。梁结构与压电片的厚度分别为 h_b 和 h_e 。 K_e 是压电梁组合结构的几何参数,定义为

$$K_e = \frac{3E_e[(h_b + h_e)^2 - h_b^2]}{2E_e[(h_b + h_e)^3 - h_b^3] + E_b h_b^3} \quad (2)$$

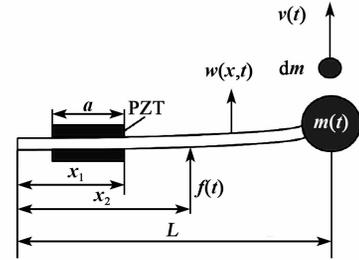


图1 粘贴有压电片的变质量-梁结构

根据压电材料的本构方程, ϵ_e 与电场强度成正比函数:

$$\epsilon_e = d_{31} V_a / h_a \quad (3)$$

式中 d_{31} 和 h_a 分别为压电应变常数和压电片厚度。单自由度变质量系统的运动方程为

$$m(t)\ddot{w} + \dot{m}(t)[\dot{w} - v(t)] + kw = 0 \quad (4)$$

因此,带有集中变质量的梁结构的控制方程为

$$\rho_b A_b \ddot{w}(x, t) + [m(t)\ddot{w} + \dot{m}(t)\dot{w} - \dot{m}(t)v(t)] \cdot \delta(x - x_1) + E_b I_b \ddot{w}(x, t) = E_b I_b K_e^f \epsilon_{pe} H(x) + f(t) \delta(x - x_2) \quad (5)$$

系统运动方程的解可以表示为组合函数 $\varphi_i(x, t)$ 和 $q_i(t)$ 的形式:

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \varphi_i(x, t) \quad (6)$$

式中: n 为选取的多项式的阶数; $\varphi_i(x, t)$ 为振型函数; $q_i(t)$ 为广义坐标,将式(6)代入式(5),通过 Galerkin 法可得到变质量梁系统的振动控制方程:

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}^m(t)\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}^\varphi(t)\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{q}(t) = \mathbf{F}^e(t) + \mathbf{F}^m(t) + \mathbf{F}^a(t) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{M}(t)$ 为系统的质量矩阵; $\mathbf{C}^m(t)$ 和 $\mathbf{C}^\varphi(t)$ 分别为由变质量引起的阻尼和由振型函数引起的阻尼矩阵; $\mathbf{K}(t)$ 为系统的刚度矩阵; $\mathbf{F}^e(t)$, $\mathbf{F}^m(t)$ 和 $\mathbf{F}^a(t)$ 分别为外载荷向量,变质量引起的反推力向量和控制力向量。矩阵和向量中的各个系数为

$$m_{ij} = \int_0^L 2\rho A \varphi_i \varphi_j dx + 2m(t) \varphi_i(L) \varphi_j(L) \quad (8)$$

$$c_{ij}^\varphi = \int_0^L 2\rho A \dot{\varphi}_i \varphi_j dx + 2m(t) \dot{\varphi}_i(L) \varphi_j(L) \quad (9)$$

$$c_{ij}^m = \dot{m}(t) \varphi_i(L) \varphi_j(L) \quad (10)$$

$$k_{ij} = \int_0^L (EI\varphi_i\varphi_j dx + \rho A\ddot{\varphi}_i\varphi_j) dx + m(t)\ddot{\varphi}_i(L)\varphi_j(L) + \dot{m}(t)\dot{\varphi}_i(L)\varphi_j(L) \quad (11)$$

$$F_i^e = f(t)\varphi_i(x_2) \quad (12)$$

$$F_i^m = \dot{m}(t)v(t)\varphi_i(L) \quad (13)$$

$$F_i^a = E_b I_b K_e \epsilon_e [\varphi_i'(x_1) - \varphi_i'(x_1 - a)] \quad (14)$$

根据式(9)可看出,质量变化引起的阻尼与质量对时间的导数成正比,即是和 β 成正比,因此 $\beta < 0$ 时,系统质量减小,同时质量变化引起一个负阻尼,而当 $\beta > 0$ 时,系统质量减小,同时引起一个正阻尼。系统质量变化越快, β 的值越大,则附加阻尼的值也越大。另外,为了便于表示,令

$$K_i^V = E_b I_b K_e \frac{d_{31}}{h_a} [\varphi_i'(x_1) - \varphi_i'(x_1 - a)] \quad (15)$$

因此,控制力向量与电压 V 成正比,即

$$F_i^a = K_i^V V \quad (16)$$

2 反馈控制器

压电材料具有其低质量、宽频带和适应性强等特点,非常适合于柔性空间结构的振动控制。针对柔性梁结构的低频振动和变质量系统的频率变化的特性,采用常增益负反馈控制法设计主动控制器,开展了自由振动情况下的变质量-梁组合结构的振动主动控制。

为了简便,定义如下的变量:

$$x(t) = [q(t) \quad \dot{q}(t)]^T \quad (17)$$

变质量-梁组合结构方程和输出方程可以表示成状态空间的形式:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_V V + B_u F(t) \quad (18)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (19)$$

式中: A 为系统矩阵; B_u 和 B_V 分别为力输入矩阵和电压输入矩阵; $F(t)$ 和 V 分别为外载荷向量和输入电压向量; C 为输出矩阵; $y(t)$ 为输出向量。控制力在方程中作为粘性阻尼项出现,调节速度反馈增益,即是调节系统阻尼,从而达到控制结构振动的目的。式(18)、(19)中各个矩阵的形式如下:

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -M(t)^{-1}K(t) & -M(t)^{-1}C(t) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$B_u = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ M(t)^{-1} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$B_V = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -M(t)^{-1}K^V \end{bmatrix} \quad (22)$$

为了控制系统的低阶振动,梁结构自由端处 ($x=L$) 的速度信号作为反馈信号作用到控制中。考虑到速度比例负反馈的简单、有效性和稳定,数值仿真中,使用速度比例负反馈控制器对变质量梁结构进行振动主动控制。控制电压与速度成正比,则有

$$V = G\dot{q} \quad (23)$$

式中 $G = \text{diag}([G, G, \dots, G, G])$ 为反馈系数矩阵, diag 为对角矩阵。将式(23)代入式(18),系统的振动控制方程为

$$\dot{x}(t) = (A - B_V G)x(t) + B_u F(t) \quad (24)$$

3 数值仿真

对于图 1 中所示的附有集中变质量的组合系统,梁结构和压电材料的材料参数如表 1 所示。假设梁结构的材料为线弹性的,压电材料主要使用了其 $x-z$ 方向的压电特性。在数值仿真中,主要研究了质量增大系统和质量减少系统的振动主动控制。对于质量增大的系统,梁末端的集中质量从 0 线性地增大 2 kg,对于质量减小的系统,梁末端的集中质量从 2 kg 线性地减小到 0。

表 1 材料参数

| 材料参数 | PZT | 梁 |
|-----------------------------------|-----------------------|-------|
| 弹性模量 $(E)/\text{GPa}$ | 63.0 | 150.0 |
| L/m | 0.1 | 1.8 |
| 宽度 W/m | 0.05 | 0.15 |
| 厚度 H/m | 0.2×10^{-3} | 0.01 |
| 压电系数 $d_{31}/(\text{C}/\text{N})$ | 110×10^{-12} | |
| 介电常数 $\xi/(\text{F}/\text{m}^2)$ | 15.3×10^{-9} | |

首先计算了不同 $m(t)$ 时系统的固有频率,系统的前两阶固有频率 f_1 和 f_2 如表 2 所示。由于集中质量对系统刚度的影响可忽略不计,但是对系统的质量有显著影响,因此,随着集中质量的增大,系统的振动频率会随之降低,随着集中质量的减小,系统的振动频率会随之增大。

表 2 不同的系统 $m(t)$ 的固有频率

| $m(t)/\text{kg}$ | f_1/Hz | f_2/Hz |
|------------------|-----------------|-----------------|
| 0 | 2.38 | 15.02 |
| 0.5 | 2.11 | 13.58 |
| 1.0 | 1.91 | 12.82 |
| 1.5 | 1.76 | 12.37 |
| 2.0 | 1.64 | 12.06 |

数值仿真中针对变质量-柔性梁在自由振动条件下的振动进行了控制。给定梁结构一个初始位

移,与梁的一阶模态接近,释放位移约束后,梁结构以一阶振型开始自由振动,然后施加反馈控制器,通过逆压电作用抑制梁结构的振动。

首先仿真了质量减少时的工况,控制前、后梁自由端的位移响应曲线如图 2(a)所示。从开环系统梁的振动响应曲线可看出,系统的振幅逐渐增大,这是由于质量减少时,产生了一个附加的负阻尼,并且这个负阻尼的作用超过了系统结构阻尼的影响。而施加反馈控制后,结构的第一阶振动得到了抑制,振动迅速衰减。从图 2(b)也可看出,系统的振动得到了有效抑制。从位移幅值曲线(见图 2(a))和位移频响曲线(见图 2(b))都可发现,由于系统质量的变化,系统的振动频率也变化,这也是与时不变系统的振动控制不同的地方。使用傅里叶变换可获取响应信号的部分频率信息,但是从曲线中看出共振区有幅值波动,这主要是因为响应信号为非平稳信号,Fourier 变换只能显示是部分频率信息造成的。类似的,质量增大时,控制前、后梁自由端的位移响应曲线如图 3 所示。幅值变化曲线(见图 3(a))和频率响应曲线(见图 3(b))表明,由于质量增大引起了一个正阻尼,系统的振动幅值逐渐衰减,施加控制后,系统的振动得到了有效抑制。

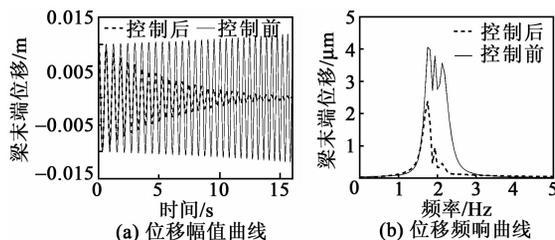


图 2 质量减少时梁末端的响应曲线

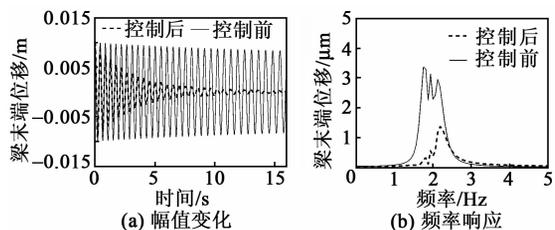


图 3 质量增加时梁末端的响应曲线

4 时频分析

由图 2,3 可知,变质量系统的振动响应信号是典型的时变非平稳信号,因此,单纯的时域或频域方法都不能很好地反映变质量系统响应信号的信息。在工程中广泛使用 Fourier 变换缺乏时间和频率的定位功能,在分辨率及对非平稳信号分析上具有局

限性^[9-10]。近年来,时频分布在非平稳信号的处理和分析中得到了广泛的应用,如 Wigner-Ville 分布在机械故障领域便有普遍的应用^[11-12]。Wigner-Ville(WVD)分布,表达式为

$$W(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int x^* \left(t - \frac{1}{2}\tau \right) x \left(t + \frac{1}{2}\tau \right) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (25)$$

式中: $x(t)$ 为采集到的振动信号; $*$ 为函数的复共轭函数。由式(25)可知,WVD 实际上显示了信号在整个时-频域的能量分布,这是由于 Wigner-Ville 分布实质上是对信号的瞬时相关函数的 Fourier 变换,因此,能够反映信号的时频特征。为了减少交叉项,有时会采用平滑伪 Wigner-Ville 分布(SP-WVD)来分析系统的响应信号,SPWVD 是对时域变量和频域变量同时加窗^[11-12]。其定义为

$$W_{sp} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_i(t, \tau) W(\omega - \eta) g(t - \tau) d\eta d\tau \quad (26)$$

式中 $W_i = x^*(t - \tau/2)x(t + \tau/2)$, $W(\omega - \eta)$ 和 $g(t - \tau)$ 是两个实对称窗口。对信号进行时-频域加窗平滑处理后,时域和频域上的交叉项可得到很大的抑制。而且时域平滑和频域平滑的尺度易控制,且可以独立选择窗函数 $W(\omega - \eta)$ 和 $g(t - \tau)$ 的长度。

对图 2(a)和图 3(a)中的位移响应曲线作 SP-WVD,得到质量减少系统和质量增大系统的位移曲线的时频响应谱,如图 4、5 所示。对于质量减少系统,系统的振动频率从 1.6 Hz 增大到 2.4 Hz,负阻尼的作用使系统的动能增大,施加控制后,从能量密度谱上可看出,系统的振动能量迅速减少,即系统的振动得到了有效的抑制。由图 5 可知,梁末端的集中质量从 0 增大到 2 kg 时,系统的振动频率从 2.4 Hz 降低到 1.6 Hz,同时可以发现系统的振动能量随时间减少,控制后,系统的振动能量急速降低,说明了振动控制的有效性。综上所述,借助时频分析技术,可以给出系统的振动频率随时间的变化谱图和系统振动能量的变化谱图,这是传统的傅里叶变换无法得到的。对于质量时变系统,系统无固定的振动频率,而是由一系列的振动频率组合成,但是系统振动频率的范围是可以通过系统的质量变化范围确定,这也是时变系统与时不变系统差别最大的地方。

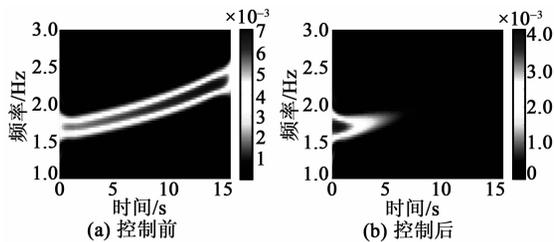


图 4 质量减少系统控制前、后的时频响应谱图

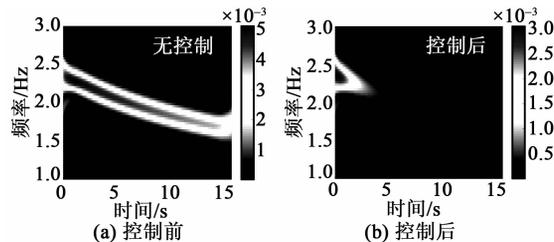


图 5 质量增加系统控制前、后的时频响应谱图

5 结论

针对质量时变机械臂结构,本文研究了含变量的附件弹性梁结构的动力学特性,并根据变质量系统的振动特性开展了振动主动控制研究,主要结论如下:

1) 质量变化使系统振动频率变化的同时,会引起一个附加的阻尼,该附加阻尼与质量变化率成正比。当系统质量增加时会引起一个附加正阻尼,当系统质量减少时,引起一个附加负阻尼,甚至会造成系统振动幅值的增大。

2) 使用速度比例负反馈控制器对变质量-梁组合结构的振动控制效果显著,在共振频率区间内都可以对结构的振动得到有效的抑制。

3) 借助时频分析技术,可以给出系统的振动频率以及振动能量随时间的变化规律,对于时变系统,可以更准确的在共振频率处实现振动控制。

参考文献:

- [1] 李传兵,廖昌荣,张玉璘,等. 压电智能结构的研究进展[J]. 压电与声光, 2002,24(1):42-46.
LI Chuangbing, LIAO Changrong, ZHANG Yulin, et al. Advances of research on piezo-intelligent structures[J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2002, 24(1): 42-46.
- [2] 黄秀峰,崔洪宇,洪明,等. 振动控制中压电元件优化配置研究进展[J]. 压电与声光, 2015,37(5):768-779.
HUANG Xiufeng, CUI Hongyu, HONG Ming, et al. Advances in optimal allocation of piezoelectric sensor/actuator in structural vibration control[J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2015,35(5):768-779.

- [3] VASQUES C M A, DIAS R J. Combined feedback feedforward active control of vibration of beams with ACLD treatments: Numerical simulation[J]. Computers Structures, 2008, 86(35):292-306.
- [4] 曹玉岩,付世欣,王鸣浩. 压电智能桁架结构的建模与最优振动控制[J]. 压电与声光, 2014,36(4):523-526.
CAO Yuyan, FU Shixin, WANG Minghao. Dynamic modeling and optimal vibration control of piezoelectric intelligent truss structures[J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2014, 36(4):523-526.
- [5] PRATIHER B. Vibration control of a transversely excited cantilever beam with tip mass[J]. Archive of Applied Mechanics, 2012, 82(1):31-42.
- [6] 伊晓华,张我华,潘有林. 带附加集中质量正交各向异性板振动控制[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2008, 36(12):1616-1621.
YI Xiaohua, ZHANG Wohua, PAN Youlin. Active control of vibration of orthotropic plates with concentrated added mass[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2008, 36(12):1616-1621.
- [7] 刘江伟,郁殿龙,温激鸿,等. 周期附加质量充液管路减振特性研究[J]. 振动与冲击, 2016,35(6):141-145.
LIU Jiangwei, YU Dianlong, WEN Jihong, et al. Vibration reduction of pipes conveying fluid with periodically added mass[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(6):141-145.
- [8] 关新平,唐英干,段广仁. 机械手臂基于神经网络动态补偿的自适应控制[J]. 控制理论与应用 2003, 20(1):101-104.
GUAN Xinping, TANG Yinggan, DUAN Guangren. Robust dissipative control and guaranteed cost control for uncertain nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 2003, 20(1):101-104.
- [9] COHEN L. Time-frequency distributions-a review[J]. Proceedings of the IEEE, 1989, 77(7):941-981.
- [10] BOUALEM B. Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal-part1: Fundamentals[J]. Proceedings of the IEEE, 1992, 80(4):520-538.
- [11] 姜鸣,陈进,汪慰军. 几种 Cohen 类时频分布的比较及应用[J]. 机械工程学报, 2003, 29(3):129-134.
JIANG Ming, CHEN Jin, WANG Weijun. Comparison and application of some time-frequency distribution of belonging to Cohen class[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 29(3):129-134.
- [12] TAO Yu, HAN Qingkai. Time frequency features of rotor systems with slowly varying mass[J]. Shock & Vibration, 2011, 18(1/2):29-44.