

压电分流阻尼电路设计的极点配置方法

柳维玮¹,毛崎波^{1,2}

(1.南昌航空大学飞行器工程学院,江西南昌 330063;2.扬州大学机械工程学院,江苏扬州 225127)

摘要:针对作为被动控制的压电分流阻尼电路提出极点配置方法。对压电分流阻尼系统建立机电耦合方程,考虑模态位移为输出量,得到系统极点的特征方程。运用主导极点与虚轴的距离对系统动态响应衰减有着关键作用这一特性,确立优化目标,然后求解出压电分流阻尼电路参数的最优值。最后通过数值仿真对所设计的优化方法进行检验,并与传统传递函数优化法进行比较。仿真结果表明,运用极点配置方法设计的压电分流电路有着良好的抑制振动的效果,这验证了极点配置方法的有效性。

关键词:压电分流阻尼;分流电路;极点配置方法;振动控制;参数优化

中图分类号:TH113.1

文献标识码:A

DOI:10.11977/j.issn.1004-2474.2018.01.033

Pole Placement Method for Piezoelectric Shunt Damping Circuit Design

LIU Weiwei¹, MAO Qibo^{1,2}

(1. School of Aircraft Engineering, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China;

2. School of Mechanical Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225127, China)

Abstract: A pole assignment method is proposed for piezoelectric shunt damping circuits as passive control. An electromechanical coupling equation for the piezoelectric shunt damping system is established. Considering the modal displacement as the output, the characteristic equation of the system pole is obtained. The optimized object is determined by making use of the characteristic that the distance between the dominant pole and the imaginary axis plays a key role in the attenuation of the dynamic response of the system. And then the optimal value of the parameters of the piezoelectric shunt damping circuit is solved. Finally, the optimal method is tested by numerical simulation, and compared with the conventional transfer function optimization method. The simulation results show that the piezoelectric shunt circuit designed by the pole placement method has a good effect of suppressing the vibration. This verifies the validity of the pole placement method.

Key words: piezoelectric shunt damping; shunt circuit; pole placement method; vibration control; parameter optimization

0 引言

20世纪90年代以来,压电分流阻尼技术被广泛地用于振动与噪声抑制中^[1-3]。压电分流阻尼的被动控制及主动控制的方式都有良好的效果。其中,被动控制具有结构简单,功耗小,稳定性高的优点,有着广阔的应用前景。

RL串联及RL并联分流电路是压电分流电路被动控制中典型的分流电路。通过对电路参数的优化设计从而使分流阻尼系统得到优化。对于不同的

优化目标可将其优化方法分为使系统的传递函数最小化和使衰减系数最大化。前者是传递函数优化方法,在早期有许多研究人员运用这种优化方法对分流电路参数进行优化^[4-7],如Wu^[8]、Park^[9]等对RL串联、并联及RLC并联电路的参数优化。后者属于极点配置方法,目前较少有运用极点配置方法对电路进行优化的研究。本文运用极点配置方法对分流电路的参数进行优化,通过仿真来验证其有效性,并将其与传递函数优化方法设计的分流电路进行对比。

收稿日期:2017-06-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11464031,51265037);航空科学基金资助项目(2015ZA56002);江西省高校科技落地计划基金资助项目(KJLD12075);江西省研究生创新专项基金资助项目(YC2016-S336)

作者简介:柳维玮(1992-),女,广西桂林人,硕士生,主要从事噪声与振动控制的研究。通信作者:毛崎波(1975-),男,浙江奉化人,教授,博士,主要从事噪声与振动控制的研究。

1 机电耦合模型

假设被控结构上粘贴了压电陶瓷片(PZT),而且压电陶瓷片电极两端连接了分流阻尼电路,如图 1 所示。现在将此系统假设为单自由度系统,运用 Hamilton 原理,系统的机电方程可写为

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + k_m y + k_{co} V = 0 \quad (1)$$

$$k_{co} y - C_p V = -q \quad (2)$$

式中: y 为模态位移; m 为模态刚度; b 为模态机械阻尼系数; k_m 为模态刚度; k_{co} 为压电陶瓷片的压电模态耦合刚度; V 为陶瓷片两端电压; C_p 为陶瓷片固有的电容; q 为陶瓷片两极上的电荷。其中 y 和 q 都是关于时间 t 的函数。

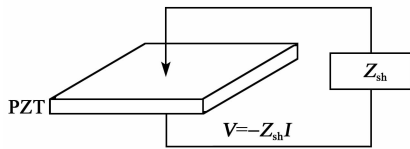


图 1 压电分流阻尼系统示意图

把压电分流电路看成一个分流阻抗 Z_{sh} , 两端电压为

$$V = -Z_{sh} I = -Z_{sh} \frac{dq}{dt} \quad (3)$$

1.1 RL 串联电路机电耦合模型

RL 串联分流电路中的阻抗为

$$Z_{sh} = sL + R \quad (4)$$

将式(2)代入式(1)中,并将式(3)、(4)代入式(2)中,整理可得

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + \left(k_m + \frac{k_{co}^2}{C_p}\right)y + \frac{k_{co}}{C_p}q = 0 \quad (5)$$

$$L\dot{q} + Rq + \frac{1}{C_p}q + \frac{k_{co}}{C_p}y = 0 \quad (6)$$

对式(5)、(6)进行无量纲化:

$$\ddot{Y} + 2\lambda\dot{Y} + (1 + (\kappa^a)^2)Y + \kappa^a \omega^a Q = 0 \quad (7)$$

$$\dot{Q} + 2\rho^a \omega^a Q + (\omega^a)^2 Q + \kappa^a \omega^a Y = 0 \quad (8)$$

其中

$$\kappa^a = \frac{k_{co}}{\sqrt{C_p k_m}} \quad (9)$$

$$\omega^a = \frac{\omega_e^a}{\omega_m} \quad (10)$$

$$\rho^a = \frac{R}{2\omega_e^a L} \quad (11)$$

$$\lambda = \frac{b}{2\sqrt{mk_m}} \quad (12)$$

$$\omega_e^a = \sqrt{\frac{1}{C_p L}} \quad (13)$$

$$\omega_m = \sqrt{\frac{k_m}{m}} \quad (14)$$

$$\frac{Y}{Q} = \frac{y\sqrt{m}}{q\sqrt{L}} \quad (15)$$

$$T = t\omega_m \quad (16)$$

式中变量均是以无量纲化的时间 T 为参数的函数; κ^a 为模态机电耦合系数, ω^a 为压电分流电路固有频率 ω_e^a 和在分流电路短路时结构固有频率 ω_m 间的调整因子; λ 为结构的阻尼比; ρ^a 为电路消耗参数。 Y 和 Q 同样是 y 和 q 的无量纲形式。另外, κ^a 还可表示为

$$\kappa^a = \sqrt{\frac{\omega_o^2 - \omega_m^2}{\omega_m^2}} \quad (17)$$

其中

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k_m + \frac{k_{co}^2}{C_p}}{m}} \quad (18)$$

式中 ω_o 为分流电路开路时结构的固有频率。通过测量开路和短路时结构的固有频率,即可计算出 κ^a 。

1.2 RL 并联电路机电耦合模型

对于 RL 并联分流电路

$$Z_{sh} = \frac{sLR}{sL + R} \quad (19)$$

与 RL 串联分流电路分析方法相似,将式(3)、(19)代入式(2)整理后可得

$$LR\ddot{q} + \frac{L}{C_p}\dot{q} + \frac{R}{C_p}q + \frac{k_{co}L}{C_p}\dot{y} + \frac{k_{co}R}{C_p}y = 0 \quad (20)$$

对式(5)和式(20)进行无量纲化:

$$\ddot{Y} + 2\lambda\dot{Y} + (1 + (\kappa^b)^2)Y + \kappa^b \omega^b Q = 0 \quad (21)$$

$$\dot{Q} + 2\rho^b \omega^b Q + (\omega^b)^2 Q + 2\rho^b \kappa^b \dot{Y} + \kappa^b \omega^b Y = 0 \quad (22)$$

其中

$$\rho^b = \frac{\sqrt{L}}{2\sqrt{C_p}R} \quad (23)$$

其他无量纲化参数的定义与 RL 串联分流电路对应的参数相同。

2 传递函数参数优化

对于传递函数参数优化方法,已有研究人员作了许多研究。为了将极点配置方法与传递函数的参数优化方法相比较,在这里简要地给出 RL 串联分

流电路及 RL 并联分流电路的传递函数参数优化设计。

传递函数参数优化法是将外部输入的模态激励力与输出的模态位移之间的传递函数最小化。参考 Hagood 的研究^[4], 不考虑机械结构自身的阻尼, 设

$$G^a(s) = \frac{s^2 + 2\rho^{\text{at}}\omega^a s + (\omega^a)^2}{s^4 + 2\rho^{\text{at}}\omega^a s^3 + [(\omega^a)^2 + 1 + (\kappa^a)^2]s^2 + 2\rho^{\text{at}}\omega^a [1 + (\kappa^a)^2]s + (\omega^a)^2} \quad (24)$$

其中

$$\rho^{\text{at}} = RC_p \omega_m^a \quad (25)$$

通过传递函数参数优化方法, 解得压电分流电路固有频率与电路消耗参数的最优值^[4,10]为

$$\omega_{\text{opt}}^{\text{at}} = \sqrt{1 + (\kappa^a)^2} \quad (26)$$

$$\rho_{\text{opt}}^{\text{at}} = \frac{\sqrt{2}\kappa^a}{1 + (\kappa^a)^2} \quad (27)$$

$$G^b(s) = \frac{s^2 + 2\rho^{\text{bt}}\omega^b s + (\omega^b)^2}{s^4 + 2\rho^{\text{bt}}\omega^b s^3 + [(\omega^b)^2 + 1 + (\kappa^b)^2]s^2 + 2\rho^{\text{bt}}\omega^b s + (\omega^b)^2} \quad (30)$$

其中 RL 并联电路消耗参数 ρ^{bt} 与 ρ^{at} 的定义相同。

通过传递函数参数优化方法, 解得压电分流电路固有频率与电路消耗参数的最优值为^[4,10]

$$\omega_{\text{opt}}^{\text{bt}} = \sqrt{1 - \frac{(\kappa^b)^2}{2}} \quad (31)$$

$$\rho_{\text{opt}}^{\text{bt}} = \frac{\kappa^b}{\sqrt{2 - (\kappa^b)^2}} \quad (32)$$

对应的分流电路中电感和电阻的最优值:

$$L_{\text{opt}}^{\text{bt}} = \frac{2}{C_p [2 - (\kappa^b)^2] \omega_m^2} = \frac{2m}{2k_m C_p - k_{\text{co}}^2} \quad (33)$$

$$R_{\text{opt}}^{\text{bt}} = \frac{\kappa^b}{C_p \omega_m \sqrt{2 - (\kappa^b)^2}} = \sqrt{\frac{m}{k_m}} \frac{k_{\text{co}}}{C_p \sqrt{2C_p k_m - k_{\text{co}}^2}} \quad (34)$$

3 极点配置方法

3.1 RL 串联电路参数优化

考虑作为输出量的模态位移 Y , 将式(7)、(8)联立, 消去变量 Q , 并对方程进行拉普拉斯变换, 整理后可得到极点的特征方程:

$$s^4 + (2\lambda + 2\rho^a \omega^a) s^3 + [(\omega^a)^2 + 4\lambda \rho^a \omega^a + 1 + (\kappa^a)^2] s^2 + [2\rho^a \omega^a (1 + (\kappa^a)^2) + 2\lambda (\omega^a)^2] s + (\omega^a)^2 = 0 \quad (35)$$

通过式(35)的形式可知特征方程在复平面有两对共轭复根。假设这两对共轭复根为 $s_{1,2} =$

外部激励力为 f_e , 那么无量纲化的模态位移 Y 与模态位移 y 之间的关系为 $y = Y f_e / k_m$ 。

对于 RL 串联电路, 而无量纲化的模态位移 Y 与模态激励力 f_e 之间的传递函数为

对应的分流电路中电感和电阻的最优值:

$$L_{\text{opt}}^{\text{at}} = \frac{1}{C_p (1 + (\kappa^a)^2) \omega_m^2} = \frac{m}{k_m C_p + k_{\text{co}}^2} \quad (28)$$

$$R_{\text{opt}}^{\text{at}} = \frac{\sqrt{2}\kappa^a}{C_p \omega_m (1 + (\kappa^a)^2)} = \sqrt{\frac{2m}{C_p}} \frac{k_{\text{co}}}{(k_m C_p + k_{\text{co}}^2)} \quad (29)$$

对于 RL 并联电路, 而 Y 与 f_e 之间的传递函数为

$A_1 \pm iB_1, s_{3,4} = A_2 \pm iB_2$, 其中 A_1 和 A_2 是负实数。

由文献[4]可知, 对于系统的动态响应, 极点离虚轴越远动态分量衰减越快, 并且起主导作用的是离虚轴最近的主导极点。定义主导极点与虚轴距离为 $r_d = \min\{|\text{Re}(s_i)|\}$ 。因此, 对分流电路的优化即将主导极点与虚轴距离 r_d 最大化。即只有当 $A_1 = A_2 = A, B_1 = B_2 = B$ 时, r_d 值最大。所以可把式(35)重新表示为

$$(s^2 - 2sA + A^2 + B^2)^2 = 0 \quad (36)$$

将式(36)展开表示为

$$s^4 + (-4A) \cdot s^3 + (6A^2 + 2B^2) \cdot s^2 + (-4A^3 - 4AB^2) \cdot s + (A^2 + B^2)^2 = 0 \quad (37)$$

若要使 r_d 的值最大, 则式(37)与式(35)的系数必须相等, 由此得到 4 个代数方程:

$$\begin{cases} -4A = 2\lambda + 2\rho^a \omega^a \\ 6A^2 + 2B^2 = (\omega^a)^2 + 4\lambda \rho^a \omega^a + 1 + (\kappa^a)^2 \\ -4A^3 - 4AB^2 = 2\rho^a \omega^a (1 + (\kappa^a)^2) + 2\lambda (\omega^a)^2 \\ (A^2 + B^2)^2 = (\omega^a)^2 \end{cases} \quad (38)$$

通过求解式(38), 可以解出 4 个未知数 A, B, ω^a, ρ^a 的值, 即使 r_d 最大的最佳值:

$$\omega_{\text{opt}}^a = \frac{\kappa^a \lambda \sqrt{1 + (\kappa^a)^2 - \lambda^2} + 1 + (\kappa^a)^2 - \lambda^2}{1 - \lambda^2} \quad (39)$$

$$\rho_{\text{opt}}^a = \frac{\kappa^a \sqrt{1 + (\kappa^a)^2 - \lambda^2} + \lambda}{1 + (\kappa^a)^2} \quad (40)$$

$$(r_d^a)_{\text{opt}} = \frac{\kappa^a \sqrt{1 + (\kappa^a)^2 - \lambda^2} - 2\lambda^3 + (\kappa^a)^2 \lambda + 2\lambda}{2(1 - \lambda^2)} \quad (41)$$

$$R_{\text{opt}}^a = \frac{2(\kappa^a \sqrt{1 + (\kappa^a)^2 - \lambda^2} + \lambda)(1 - \lambda^2)}{C_p [1 + (\kappa^a)^2][\kappa^a \lambda \sqrt{1 + (\kappa^a)^2 - \lambda^2} + 1 + (\kappa^a)^2 - \lambda^2] \omega_m} \quad (43)$$

通过 ω^a 和 ρ^a 的最佳值可以得到 RL 串联分流电路中电感和电阻的最优值:

$$L_{\text{opt}}^a = \frac{(1 - \lambda^2)^2}{C_p [\kappa^a \lambda \sqrt{1 + (\kappa^a)^2 - \lambda^2} + 1 + (\kappa^a)^2 - \lambda^2]^2 \omega_m^2} \quad (42)$$

3.2 RL 并联电路参数优化

考虑模态位移 Y , 整理可得极点的特征方程:

$$s^4 + (2\lambda + 2\rho^b \omega^b) s^3 + [(\omega^b)^2 + 4\lambda \rho^b \omega^b + 1 + (\kappa^b)^2] s^2 + [2\rho^b \omega^b + 2\lambda(\omega^b)^2] s + (\omega^b)^2 = 0 \quad (44)$$

采用与 RL 串联电路类似的方法, 将式(37)与式(44)联立求解, 整理可得

$$\omega_{\text{opt}}^b = 1 \quad (45)$$

$$\rho_{\text{opt}}^b = \kappa^b + \lambda \quad (46)$$

$$(r_d^b)_{\text{opt}} = \lambda + \frac{\kappa^b}{2} \quad (47)$$

对应的分流电路中电感和电阻的最优值:

$$L_{\text{opt}}^b = \frac{1}{C_p \omega_m^2} \quad (48)$$

$$R_{\text{opt}}^b = \frac{1}{2C_p \omega_m (\kappa^b + \lambda)} \quad (49)$$

4 数值计算

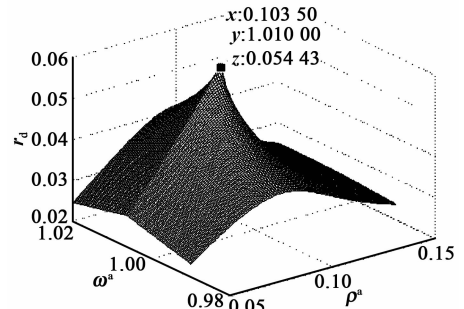
假设被控结构的长 \times 宽 \times 高为 350 mm \times 30 mm \times 5 mm 的悬臂梁, 阻尼比 $\lambda = 0.005$ 。通过 MATLAB 数值计算求得其前四阶固有频率为 32 Hz、200 Hz、560 Hz 和 1 095 Hz。由于前四阶固有频率相隔较宽, 针对其中一阶固有频率进行控制时, 可以将其看成一个单自由度系统^[11]。将压电陶瓷片粘贴于距离悬臂梁夹持根部 40 mm 的表面, 压电陶瓷片的内在固有电容 $C_p = 100$ nF, 模态机电耦合系数 $\kappa = 0.1$ 。现在针对第三阶固有频率 560 Hz 进行控制。根据前面两种设计分流电路的方法求得参数最优值如表 1 所示。

表 1 不同优化方法下分流电路优化参数

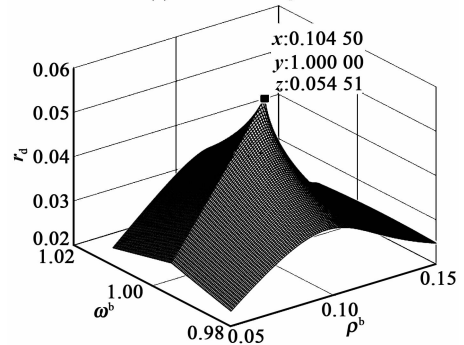
优化方法	调整因子	电路消耗参数	电感值 L/H	电阻值 $R/k\Omega$
串联电路	传递函数	1.005	0.140	31.572
电路	极点配置	1.010	0.104	31.529
并联电路	传递函数	0.998	0.071	32.048
电路	极点配置	1.000	0.105	31.888

由表 1 可知, 两种方法设计的分流电路参数大致相同。而当分流电路是并联 RL 分流电路时, 两种方法计算出来的最佳电阻值相差较大, 这是由于电阻对并联 RL 分流电路的影响较小, 并联 RL 分流电路对电阻的变化有较好的稳定性, 这也正是并联 RL 分流电路的优点。

运用 MATLAB 数值计算可得 ω 和 ρ 参数变化时 r_d 的变化曲线, 如图 2 所示。由图可知, 这与前面极点配置方法分析计算的结果一致。



(a) 串联电路的 r_d 变化图



(b) 并联电路的 r_d 变化图

图 2 ω 和 ρ 变化时 r_d 变化图

然后, 再通过数值计算, 模拟压电分流阻尼电路对悬臂梁振动的控制效果。针对其第三阶固有频率振动控制的结果如图 3 所示。由图可知, 两种优化方法均有良好的控制效果, 但结果略有区别。这验证了极点配置方法的有效性。

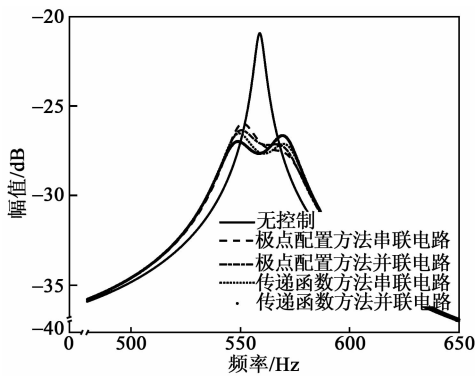


图3 阻尼比为0.5%时两种优化方法的效果比较

5 结束语

通过建立压电分流阻尼系统的数学模型,得到控制系统的极点特征方程,以系统动态响应衰减最快作为目标,设计极点配置方法,对压电分流阻尼电路参数进行优化。由此得到分流电路中的最佳电感值以及最佳电阻值,并且与传统传递函数优化法进行比较。传统传递函数优化法未考虑阻尼比的影响,而极点配置方法设计分流电路参数时考虑了阻尼比的影响,因此更接近实际情况。然后采用计算仿真来检验极点配置方法设计分流电路的正确性。仿真结果表明,运用极点配置方法设计的分流电路控制结构振动的效果与传统传递函数优化法的效果略有不同,但均能有效降低被控结构振动幅值。

参考文献:

[1] 杨智春,武丹,孙浩. 压电分流阻尼系统的抑振效能的研究[J]. 压电与声光, 2010, 32(1): 97-100.
YANG Zhichun, WU Dan, SUN Hao. Study on efficiency of vibration control for piezoelectric shunt damping system[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2010, 32(1): 97-100.

[2] 黄秀峰,崔洪宇,洪明,等. 振动控制中压电元件优化配置研究进展[J]. 压电与声光, 2015, 37(5): 768-779.
HUANG Xiufeng, CUI Hongyu, HONG Ming, et al. Advances in optimal allocation of piezoelectric sensor/actuator in structural vibration control [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2015, 37(5): 768-779.

[3] 毛崎波. 通过压电分流阻尼技术抑制结构振动的实验研究[J]. 中国机械工程, 2011, 22(22): 2690-2693.
MAO Qibo. Experimental validation of structural vibration reduction using piezoelectric shunt damping approaches[J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(22): 2690-2693.

[4] HAGOOD N W, FLOTOW A V. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks[J]. Journal of Sound & Vibration, 1991, 146(2): 243-268.

[5] SOLTANI P, KERSCHEN G, TONDREAU G, et al. Piezoelectric vibration damping using resonant shunt circuits: an exact solution [J]. Smart Materials & Structures, 2014, 23(12): 125014.

[6] 潘公宇, 潘秋华. 压电元件的机械阻抗及在被动控制中的应用[J]. 振动工程学报, 2003, 16(4): 472-475.
PAN Gongyu, PAN Qiuhua. Mechanical impedance of piezoelectric element and its application to passive vibration control[J]. Journal of Vibration Engineering, 2003, 16(4): 472-475.

[7] 唐恭富, 杜树标, 李进, 等. 基于大面积复合闪烁体的 α 、 β 射线甄别电路设计[J]. 兵器装备工程学报, 2017(2): 127-131.

[8] WU S Y. Piezoelectric shunts with a parallel R-L circuit for structural damping and vibration control [C]//S. I. : Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering, 1996, 2720: 259-269.

[9] PARK C H, INMAN D J. Uniform model for series R-L and parallel R-L shunt circuits and power consumption [C]//S. I. : Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering, 1999, 3668: 797-804.

[10] FLEMING A J, BEHRENS S, MOHEIMANI S O R. Optimization and implementation of multimode piezoelectric shunt damping systems[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2002, 7(1): 87-94.

[11] MAO Qibo, PIETRZKO S. Control of noise and structural vibration[M]. London: Springer, 2013: 325-366.