文章编号:1004-2474(2018)02-0257-05

基于角谱法分析圆形活塞声源近场声特性

张一澍,马宏伟,王浩添,王 星

(西安科技大学 机械工程学院,陕西 西安 710054)

摘 要:圆形活塞的声辐射应用较广,大多数超声检测应用中所用的声源,都可视为活塞式辐射器。利用角谱 法分析了传播波和倏逝波在声场轴线上的分布与空间位置、声源半径及辐射频率间的关系,通过比较两种波的声 压幅值确定了倏逝波的有效传播距离。利用近场声全息(NAH)理论计算了倏逝波在换能器近场空间的声压分 布,并对结果进行误差分析。仿真结果表明,基于空间傅里叶变换的角谱法和NAH 法均可准确反映圆形活塞辐射 近场声压呈现数衰减的分布规律。

关键词:圆形活塞;倏逝波;角谱法;近场声全息(NAH);换能器 中图分类号:TN911.73; TB532 文献标识码:A DOI:10.11977/j.issn.1004-2474.2018.02.026

Study on Near Field Sound Pressure of Circular Piston Sound Source Based on Spatial Fourier Transfor

ZHANG Yishu, MA Hongwei, WANG Haotian, WANG Xing

(Xi'an University of Science and Technology, College of Mechanical Engineering, Xi'an 710054, China)

Abstract: The circular piston sound radiation has wide applications. Most of the sound sources for the ultrasonic detection can be considered as the piston radiators. The relationship among the distribution and space position of the propagation wave and evanescent wave on the axis of sound field, the sound source radius and the radiation frequency is analyzed by the angular spectrum method. The effective propagation distance of the evanescent wave is determined by comparing the sound pressure amplitudes of two kinds of waves. The near field acoustic holography (NAH) theory is used to calculate the sound pressure distribution of the evanescent wave in the near field space of the transducer, and the error analysis is also carried out. The simulation results show that both the angular spectrum method and the NAH method based on the spatial Fourier transform can accurately reflect the distribution law that the near field sound pressure of the circular piston radiation is presented exponential decay.

Key words:circular piston; evanescent wave; angular spectrum method; near field acoustic holography (NAH); ultrasonic transducer

0 引言

基于定量化和数字化的声场计算与仿真模拟是 国内、外学者研究的热点,常用的声场建模法有射线 追踪法、多元高斯叠加法及有限元法等^[1-3]。目前大 多数超声应用中所用声源都可看作为活塞式辐射 器。彭应秋^[4]对圆形活塞声源幅射瞬态脉冲波时的 声场进行了数值计算,并绘制出实用脉冲波源声轴 线上的声压分布曲线。董明^[5]建立了基于空间脉冲 响应的换能器空间声压模型,计算了圆形和矩形换 能器的脉冲响应函数,并仿真了其声轴线平面、横截 面和声轴线的声压分布。臧怀刚^[6]基于空间冲激响 应的稳态声压场理论,从选取距离函数出发,建立了 单阵元圆形平面换能器声场中任一场点处的冲激响 应声场模型,其仿真结果也准确地反映了圆形换能 器的远场空间辐射声场分布。然而对于声源附近的 声场,活塞上不同部分辐射的声波到达观察点时,其 相位与振幅都不同,因而干涉图像较复杂。计算这 种声场在数学上较难,且不能得到简明的解析表达 式。本文基于空间傅里叶变换理论,利用角谱法和 近场声全息(NAH)法描述了圆形活塞近场区域中 传播波和倏逝波的声场分布,分析了声源尺寸、声源 辐射频率等参数对传播波与倏逝波分布规律的影 响,同时确定了可利用的倏逝波的传播距离,并通过 圆形换能器声压分布的仿真验证计算结果,给出相

收稿日期:2017-09-04

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51074121)

作者简介:张一澍(1988-),男.陕西西安人,博士生,主要从事无损检测的研究。通信作者:马宏伟(1957-),男,陕西兴平人,教授,博士研 究生导师,博士,主要从事智能检测与控制、煤矿机电设备及其自动化、智能化等的研究。

应的结论。

1 无限大障板上圆形活塞的辐射

采用点源组合法分析面声源辐射问题,对于离 声源较远处的声场,采取了近似计算,从而得到整个 声场声压分布的计算公式。根据惠更斯原理,空间 中某一点处的声压是组成声源的所有点产生的效应 的叠加。将所有这些点源辐射的声波叠加起来可得 到整个活塞的辐射声压^[7]为

$$p = \iint \mathrm{d}p = \iint_{(s)} \frac{k\rho_0 c_0}{2\pi h} u_a \exp[j(\omega t - kh)] \mathrm{d}s \quad (1)$$

式中:*u*_a为质点振速幅值;*p*₀为静态密度;*k*为波数; *c*₀为声速;*ds*为点源辐射环元;*h*为环元到空间点的 距离。

当活塞中心到观察点的距离远大于声源半径时,对式(1)进行简化和积分后可得

$$p = j\omega \frac{\rho_0 u_a a^2}{2r} \left[\frac{2J_1 (ka\sin\theta)}{ka\sin\theta} \right] \exp[j(\omega t - kr)]$$
(2)

式中:a为圆形活塞半径; θ为观察点位置矢量与活 塞中心轴线的夹角。

选取活塞中心为坐标原点,过中心轴线为 z 轴,则轴线上坐标为 z 的位置上的声压为

$$p = 2\rho_0 c_0 u_a \sin \frac{k}{2} (\sqrt{a^2 + z^2} - z) \cdot \exp\left\{ j \left[\omega t - \frac{k}{2} (\sqrt{a^2 + z^2} + z) + \frac{\pi}{2} \right] \right\} \quad (3)$$

式(3)是活塞轴上声场的严格解,对其中正弦部 分取绝对值,可以描述轴上声压幅值随离开活塞中 心距离而变化的规律。当辐射频率和声源半径不同 时,近场区域活塞面中心法线上的声压幅值随距离 的变化如图 1、2 所示。







图 2 不同半径对应的中心法线声压幅值

由图 1、2 可看出,辐射频率越高,声源半径越大的活塞发射器,其近场区域越宽。点源组合法描述 了活塞中心轴上的声场规律,但未分析该区域内不 同波数成分的分步情况。对于活塞辐射源的近场区 域,不但可记录传播波成分,还可获得随距离呈指数 衰减的倏逝波成分,从而可获得不受波长限制的高 分辨率图像。下面采用空间傅里叶变换理论对近场 声学中传播波和倏逝波分布特性进行研究,分析观 察点位置、辐射频率及声源尺寸对传播波和倏逝波 分布规律的影响。因此,给出倏逝波有效传播距离 的判定依据,使得在该距离上能获取更多的有效的 倏逝波信息。

2 角谱法计算近场轴上声压分布

2.1 活塞辐射声场中的传播波与倏逝波

由角谱法的基本思想,半空间内圆形活塞辐射 声场中某一点 *M*=(*x*,*y*,*z*)的声压可表示为无数个 不同平面波的叠加,积分形式^[8-9]为

$$p(x,y,z) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(k_x,k_y) \cdot \exp[\mathrm{i}(k_xx+k_yy+k_zz)] \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y$$
(4)

由频域 Euler 公式和空间 Fourier 变换理论 可得

$$p(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} - \rho k v_z(x, y, 0) \cdot \exp[-i(k_x x + k_y y)] dx dy \quad (5)$$

设半径为 a 的声源位于 z = 0 的 xy 平面内,其 速度场 $v_z(x,y,0)$ 定义为

$$v_{z}(x,y,0) = \begin{cases} 0 & (x^{2} + y^{2} \ge a^{2}) \\ v_{0} & (x^{2} + y^{2} \le a^{2}) \end{cases}$$
(6)

将式(5)、(6)代入式(4)可得半空间内任意平面 的声场分布为

$$p(x,y,z) = V \int_{-\infty}^{+\infty} J_1(ak_r) J_0(rk_r) \exp(izk_z) dk_r$$
(7)

式中: $V = \rho c k v_0 a$; $k_z = \pm \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$; $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; J_0 为第一类零阶贝塞尔函数; J_1 为第一 类一阶贝塞尔函数。对波数 k_z 的取值存在两种情况, 分别表示声场中的传播波成分和倏逝波成分:

$$\begin{aligned} k_{z1} &= \sqrt{(k_x^2 + k_y^2) - k^2} & (k^2 < k_x^2 + k_y^2) \quad (8) \\ k_{z2} &= \sqrt{k^2 - (k_x^2 + k_y^2)} & (k^2 \ge k_x^2 + k_y^2) \quad (9) \end{aligned}$$

在空间声场轴线方向上取不同距离 z,讨论传播波和倏逝波的分布情况。令 $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$,式(7) 描述的半空间声场视为平面传播波与倏逝波的叠加为

$$p(z) = V \int_{0}^{k} J_{1}(k_{r}a) \exp[i(\sqrt{k^{2} - k_{r}^{2}} \cdot z)] dk_{r} + V \int_{k}^{\infty} J_{1}(k_{r}a) \exp[-(\sqrt{k_{r}^{2} - k^{2}} \cdot z)] dk_{r}$$
(10)

利用式(10)对活塞中心轴上声压分布进行计算,结果如图3所示。对比点源组合法的计算结果可看出,角谱法不仅可描述活塞轴线近场以及远场的声压分布,同时也可描述不同波数成分即传播波和倏逝波的分布情况。





2.2 不同参数下传播波与倏逝波的分布

设圆形活塞直径为 \emptyset 12.7 mm,辐射频率分别 为 500 Hz 和 20 kHz,轴向距离 z 的取值为 0 ~ 0.1 m。则声场空间中传播波与倏逝波幅值随 z 的 变化情况如图 4 所示。



图 4 声场空间中传播波和倏逝波幅值随 z 的变化

由图 4 可见,随着轴向距离的增大,辐射声场中 传播波幅值变化很小,而倏逝波幅值呈指数形式迅 速衰减。

在活塞辐射的声场中同时包含传播波和倏逝 波。首先确定在声源表面附近处,传播波与倏逝波 具有相同声压幅值的观察距离。由式(10)定义传播 波声压幅值曲线和倏逝波声压幅值曲线的交点为 z_m,满足:

$$\begin{cases} p_{p}(z_{m-1}) < p_{e}(z_{m-1}) \\ p_{p}(z_{m+1}) > p_{e}(z_{m+1}) \end{cases}$$
(11)

式中: $p_{p}(z)$ 、 $p_{e}(z)$ 分别为传播波和倏逝波在距离声 源 z处的声压幅值; z_{m-1} 、 z_{m+1} 分别为交点的左右邻 点。在(0, z_{d})区间内定义点 z_{d} 为倏逝波的有效传播 距离,即倏逝波衰减至声源面声压幅值的40%时, 声源面与观察面间的距离

$$z_{\rm d} = \frac{\ln 0.4}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}} \tag{12}$$

以此 z_d 来判定倏逝波的有效空间传播距离。 若 z_d在 z_m的右侧,则考虑降低阈值,或改变声源半 径、辐射频率等参数以满足 z_d的取值范围。

图 5 为传播波与倏逝波分布随声源半径 a 的变 化情况,设声源频率分别为 500 Hz 和 20 kHz。由 图可看出,辐射声场中的传播波幅值随声源半径的 增大而呈上升趋势。增大声源频率,其幅值增加更 迅速。倏逝波幅值随着声源半径的增大呈指数形式 增加,且随着声源半径增大到一定值时其变化趋于 平缓,当声源半径继续增大时,倏逝波逐渐衰减。由 此进一步说明,随着声源频率的增大,若想获得更多 的倏逝波信息,需要适当减小声源尺寸,且要求测量 面紧靠于声源面附近。



图 5 声场空间中传播波和倏逝波随声源半径的变化

3 圆形活塞辐射近场声压预测

角谱法实际上是惠更斯原理的空间频域表现形 式,但是由于所建立的模型需要对很多平面波进行 叠加,计算量较大。此外,尽管式(7)可直接用于换 能器发射声场的模拟,但在数值计算中需对快速震 荡的贝塞尔函数进行无穷积分,该计算式在满足收 敛条件时,积分上限的取值会影响计算的周期和结 果。在瑞丽积分的基础上,已开发出许多近场声全 息重构方法[10-12]。其中基于空间傅里叶变换的 NAH 技术,其理论上易理解,算法和实验易实现。 该技术通过测量包含倏逝波的近场数据,可对整个 三维声场中任意点处的声压、质点速度、声强、声 源辅射声功率和远场指向性等一系列声学量进行 重建和预测[13]。由近场声全息的预测过程可知: 若已知声源面处 z。的声压分布,可计算出距离声 源 d_z处平面 z_H上的声压。平面近场声全息的基本 预测式为

 $p_{e}(x,y,z_{H}) = F_{x}^{-1}F_{y}^{-1}\{F_{x}F_{y}\bullet [p(x,y,z_{s})]G_{D}(k_{x},k_{y},d_{z})\}$ (13)

式中: $F_xF_y[]$ 和 $F_x^{-1}F_y^{-1}[]$ 分别为空间傅里叶正变换和逆变换; $G_D = \exp(ik_zd_z)$,为狄拉克边界条件下格林函数 g_D 的空间傅里叶变换。

利用 NAH 法计算活塞中心声轴线上的倏逝波 声压幅值随距离变化情况,如图 6 所示,其中声源频 率 f = 25 kHz, 声源半径 a = 0.003 m。由图可看 出, NAH 计算结果与角谱法计算结果基本吻合, 但 随着距离的增大, NAH 计算结果产生较大误差, 其 相对误差随距离变化关系如图 7 所示。分析其误差 来源主要为:在对波数域进行离散时, 考虑到角谱法 计算公式中的积分上限, 对采样间隔的选取决定了 参与计算的有效波数的范围, 进而影响到计算结果。 通过计算, 当 $z_d = 0.004$ m时, 倏逝波已衰减至初始 的 40% 以下, 此时的相对误差为 6.2%, 说明在倏逝 波有效传播距离范围内, 采用 NAH 法计算声轴线 上的倏逝波声压分布可得较精确的结果。



图 8 为声轴线平面内倏逝波的声压分布图。由 图可见,声能量主要集中在声源表面附近,符合声压 幅值随距离增大而迅速衰减的变化规律。图 9 为 z=0.003 m 处横截面的倏逝波声压分布图。由图 可见,其声能主要集中在近场区声轴线附近,其轴线 上的声压显著高于附近区域的声压。





图 9 z=0.003 m 处的截面倏逝波声压分布

4 结束语

基于点源组合法的瑞利积分描述了活塞辐射的 声场空间分布,但是该方法不能具体描述不同波数 成分,即传播波和倏逝波的分布情况。通过基于空 间傅里叶变换的角谱法,分析了圆形活塞近场区域 内,倏逝波声压幅值随声源半径和辐射频率等参数 的变化规律。针对点源组合法无法给出近场区空间 声场的解析表达式,利用 NAH 描述了活塞辐射近 场空间区域内倏逝波的分布。NAH在数值计算中 使用了二维快速傅里叶变换(FFT),缩短了计算时 间,其声场预测过程尽管存在一定的误差,但在倏逝 波的有效传播距离内能够获得较精确的计算结果。 上述两种方法为描述空间声场,尤其是在高频条件 下,近场区域的声压分布提供了新的解决思路和有 效的计算手段,其仿真结果准确地反映了圆形活塞 在近场空间的声辐射规律,对优化圆形换能器设计 参数,提高近场检测分辨率具有一定指导意义,同时 也适用于其他形状换能器近场声场的计算。

参考文献:

- YASUI K, KOZUKA T, TUZIUTI T. FEM calculation of an acoustic field in a sonochemical reactor[J]. Ultrasonics Sonochemistry, 2007, 14(5):605-614.
- [2] ZHAO X Y, GANG T. Nonparaxial multi-Gaussian beam models and measurement models for phased array transducers[J]. Ultrasonics, 2009, 49(1):126-130.
- [3] BANERJEE S, KUNDU T. Semi-analytical modeling of ultrasonic fields in solids with internal anomalies immersed in a fluid [J]. Wave Motion, 2008, 45 (5): 581-595.
- [4] 彭应秋,李坚,卢超,等.圆形活塞声源声场的分析,计 算与测试[J].南昌航空大学学报(自然科学版),2004, 18(1):10-14.

PENG Yingqiu, LI Jian, LU Chao, et al. Analysis, calculating and measuring of acoustic source and acoustic field of a plane circular piston[J]. Journal of Nanchang Institute of Aeronautical Technology (Natural Science Edition), 2004,18(1):10-14. [5] 董明,马宏伟,陈渊,等.基于空间脉冲响应的超声换能 器声场研究[J]. 仪器仪表学报,2012,33(8): 1876-1881.

DONG Ming, MA Hongwei, CHEN Yuan, et al. Study on ultrasonic field of ultrasonic transducer based on space impulse response[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(8):1876-1881.

[6] 臧怀刚,刘广,李永川.基于空间冲激响应的圆形换能 器辐射声场研究[J]. 压电与声光,2015,37(5): 788-792.

ZANG Huaigang, LIU Guang, LI Yongchuan. Study onacoustic pressure field of a circular ultrasonic transducer based on spatial impulse response[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 2015,37(5): 788-792.

- [7] 杜功焕,朱哲民,龚秀芬. 声学基础[M]. 南京:南京大 学出版社,2012.
- [8] SCHMERR L. Ultrasonic nondestructive evaluation systems models and measurements [M]. Berlin: Springer, 2007.
- [9] 邓江华,刘献栋,单颖春.传播波与倏逝波对全息重建 影响的研究[J].声学技术,2009,28(5):565-571.
 DENG Jianghua, LIU Xiandong, SHAN Yingchun.
 Research on evanescent wave and propagation wave in sound field and the improved acoustic holography method[J]. Technical Acoustics, 2009, 28(5): 565-571.
- [10] SHI H, FU Y, QUAN C, et al. Vibration measurement of a micro-structure by digital holographic microscopy[J]. Measurement Science and Technology, 2009,20(6): 065301.
- [11] THOMAS J H, GRULIER V, PAILLASSEURS, et al. Real-time near-field acoustic holography for continuously visualizing nonstationary acoustic fields [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2010, 128 (6):3554-3567.
- [12] 马佳男,杨德森,时胜国,等. 基于 Green 函数的两种 STSF 算法的比较[J]. 振动与冲击,2012,31(6): 155-159.

MA Jianan, YANG Desen, SHI Shengguo, et al. Comparison of two STSF methods besed on Green's function[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(6): 155-159.

[13] 张永斌,毕传兴,张小正.统计最优近场声全息重建精 度和计算速度优化方法[J]. 声学学报,2014(2): 191-198.

ZHANG Yongbin, BI Chuanxing, ZHANG Xiaozheng. The method for improving the reconstruction accuracy and computational speed of the statistically optimized nearfield acoustic holography [J]. Acta Acustica,2014(2):191-198.