**文章编号:**1004-2474(2018)03-0412-05

# 基于赫姆霍兹共鸣器的声能回收器研究

王晓辉,王 强,袁 明

(南京邮电大学自动化学院,江苏南京 210023)

摘 要:为了对环境中声能进行高效回收,提出了一种基于赫姆霍兹(Helmholtz)共鸣器和圆形压电振子组成的声能回收器。入射声波经 Helmholtz 共鸣器进行放大,被放大的声波作用于圆形压电振子使其产生振动,通过 压电片的压电效应将声能转换为电能。建立了圆形压电振子构成压电换能器的等效集中参数理论模型,分析了声 能回收器的声能转换原理,研究了压电片半径与基底半径比对声能回收器的影响。仿真结果表明,压电片半径与 金属薄片半径(声腔内径)比为 0.8 时,发电效果最好,在入射声压为 1 Pa(94 dB),声波频率为 1 188 Hz,负载电阻 为 3.7 kΩ 时,最大输出功率为 12 μW。

关键词:赫姆霍兹(Helmholtz)共鸣器;声能回收;压电圆板;半径比

**中图分类号:**TN384 文献标识码:A **DOI:**10.11977/j.issn.1004-2474.2018.03.025

## Study on the Acoustic Energy Harvester With Helmholtz Resonator

#### WANG Xiaohui, WANG Qiang, YUAN Ming

(School of Automation, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract: In order to harvest the acoustic energy effectively in the environment, an acoustic energy harvester composed of a Helmholtz resonator and the piezoelectric circular diaphragm is proposed in this paper. The incident sound wave is amplified by the Helmholtz resonator. The amplified sound wave acts on the circular piezoelectric vibrator to generate vibration and converts the sound energy into electrical energy through the piezoelectric effect of the piezoelectric vibrator is established. The acoustic-electric conversion principle of the acoustic energy harvester is analyzed and the influence of the radius ratio of the radius of piezoelectric plate to the radius of substrate on the acoustic energy harvester is studied. The simulation results show that the power generation effect is best when the radius ratio of the radius of piezoelectric plate (inner cavity diameter) is 0.8. The maximum output power is 12  $\mu$ W at the incident sound pressure of 1 Pa(94 dB), the acoustic wave frequency of 1 188 Hz and the load resistance of 3.7 k $\Omega$ .

Key words: Helmholtz resonator; acoustic energy harvesting; PZT circular plate; radius ratio

0 引言

当前无线传感器、微机电系统等低功耗无线电 子器件的快速发展,如何为其供能成为目前需要解 决的一项关键技术。目前开展新的供能(能量自给) 技术研究,寻求一种可替代电池的自供能新能源成 为国际微电子器件研究领域的一个热点问题。为解 决这一热点问题,广大学者、研究人员提出了声能量 回收技术。

Yuan 等提出了一种低频声能量回收装置<sup>[1]</sup>,该 装置主要由带有柔性底盘的赫姆霍兹(Helmholtz) 共鸣器组成,实验表明在声压级为 100 dB 时,最大 输出功率为 3.49  $\mu$ W,能量转换效率达到 38.4%。 Liu 等采用具备机电耦合效应的 Helmholtz 共鸣器 (EMHR)作为声能发电装置<sup>[2]</sup>,在声压级达到 160 dB 时,可以获得 30 mW 的输出功率。Horowitz 和 Sheplak 采用 MEMS(机电赫姆霍兹共鸣器)作为声 能发电装置<sup>[3]</sup>,用压电复合薄膜代替共鸣器刚性背 板,在声压级为 149 dB 时,得到了系统最大输出功 率密度 0.34  $\mu$ W /cm<sup>2</sup>。Ho Young Lee 等设计了一 种基于 Helmholtz 共鸣器和压电悬臂梁振子的声能

收稿日期:2017-08-31

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61701250);江苏省自然科学青年基金资助项目(BK20160895)

作者简介:王晓辉(1989-),男,河南滑县人,硕士生,主要从事声能量回收装置的设计与验证方面的研究。通信作者:袁明(1985-),男,河 南安阳人,讲师,博士,主要从事环境能量采集技术、声超构材料与智能结构的研究。

回收器<sup>[4]</sup>,当入射声压为 15 Pa,频率为 850 Hz 时, 声能回收器的最大能量输出密度为 0.12 μW/cm<sup>2</sup>。 杨峰等研究了一种采用 Helmholtz 共鸣器和悬臂梁 压电换能器的声能采集器<sup>[5]</sup>,分析了声-机-电转换 原理,当共鸣器管口处的声压级为94 dB时,系统实 测最大输出功率达 240 uW。

本文提出了一种基于 Helmholtz 共鸣器和压电 薄片振子的声能回收器设计方法,建立了 Helmholtz 共鸣器共振的集中参数理论模型,分析了声-机-电转换原理,研究了压电片半径对声能回收器的 影响。利用 COMSOL Multiphysics 有限元仿真软 件进行研究,验证了设计方法的有效性。

1 声能量回收理论模型

### 1.1 Helmholtz 共鸣器集中参数理论模型

Helmholtz 共鸣器由截面积为  $s(半径为 r_n)$ 、长 为 $l_{i}$ 的短管与体积为V的腔体相连通而组成<sup>[6]</sup>,如 图 1(a) 所示。图中, m 为物体质量, k 为弹簧劲度 系数。





在共鸣器的线度远小干声波波长,短管体积远 小干共振腔体体积,腔壁为刚性的情况下,共鸣器内 气体的运动特性类似于质量-弹簧-阻尼系统,如图 1(b)所示。可得共振频率<sup>[7]</sup>为

$$f_{0} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{s}{l_{0}V}}$$
(1)  
$$l_{0} = l_{0} + \Delta l$$
(2)

$$l_0 = l_n + \Delta l \tag{6}$$

式中:c为共振器内平均声速;l。为入口短管的有效 长度; $\Delta l = 1.7a$ 为考虑到在短管附近气体的流动效 应而进行的长度修正,a为短管半径。共鸣器发生 共振时声压放大倍数[7]为

$$A = \frac{p_0}{p_{\rm in}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_0^3 \overline{V}}{s^3}}$$
(3)

式中: pin 为入口处声压; po 为腔内声压。结合式 (1)、(3)可知,Helmholtz 共鸣器共振频率、声压放 大倍数与入口短管的长度、短管横面面积、共振腔的 体积大小有关,且共振频率与声压放大倍数相互 关联。

#### 1.2 声-机-电转换原理

由 Helmholtz 共鸣器组成的声能回收器,声腔 底部由贴有压电片的圆形弹性金属薄片组成,如图 2 所示。为论述方便,下文均用压电薄片振子替代 复合结构。弹性薄板受到声压作用时便会产生振 动。通常情况下,当介质为空气时,这种耦合作用十 分微弱,但当结构的特征频率与共鸣器的特征频率 接进时,此时耦合效果明显<sup>[8]</sup>。



图 2 声能回收器切面示意图

当 Helmholtz 共鸣器底部受到均匀载荷  $p_0$  作 用时,声腔底部压电薄片振子发生挠曲,为得到输出 电压与均匀载荷 p。的关系,首先研究压电膜片振子 的位移变化,如图3所示。图中,h。为压电材料厚度,  $h_m$ 为金属基底厚度, $R_1$ 为圆形压电材料半径, $R_2$ 为 圆形金属基底半径。



图 3 压电薄膜振子结构示意图

为简化计算,建立的极坐标系如图4所示。原 点建于两层之间同心圆点处,z轴垂直圆面,由原点 通过压电材料的方向设为z轴正方向。



图 4 压电薄片振子极坐标示意图

圆板受到均匀载荷 p。的作用,约束方程周边简 支,可以得出边界条件:

$$\frac{\mathrm{d}W_r}{\mathrm{d}r}\Big|_{r=0} < \infty \tag{4}$$

$$W_r \big|_{r=R_2} = 0 \tag{5}$$

$$M_r \big|_{r=R_2} = 0 \tag{6}$$

$$W_{r}^{(i)} \mid_{r=R_{1}} = W_{r}^{(o)} \mid_{r=R_{1}}$$
(7)

$$\frac{\mathrm{d}W_{r}^{(i)}}{\mathrm{d}r}\Big|_{r=R_{1}} = \frac{\mathrm{d}W_{r}^{(o)}}{\mathrm{d}r}\Big|_{r=R_{1}}$$
(8)

$$\begin{aligned} Q_r^{(i)} \mid_{r=R_1} &= Q_r^{(o)} \mid_{r=R_1} \\ M_r^{(i)} \mid_{r=R_1} &= M_r^{(o)} \mid_{r=R_1} \end{aligned} \tag{9}$$

式中:上标 i 表示内圈部分,即全部压电片及当  $r \leq R_1$  时的基底部分;o 表示外圈部分,即当  $R_1 < r \leq R_2$  时的基底部分; $W_r$  为板在z 方向上的挠度;r 为挠 度点到板中心点的距离;Q 为剪切力;M 为力矩。

压电复合板的一般横向位移方程[9]为

$$\begin{cases} C_1 + C_2 r^2 + \frac{p_0 r^4}{64D_1} & r \leqslant R_1 \\ C_3 + C_4 \ln(r) + C_5 r^2 + \frac{p_0 r^4}{64D_2} & R_1 < r \leqslant R_2 \end{cases}$$
(11)

其中:

W =

$$C_{1} = \frac{p_{0}}{64} \frac{R_{1}^{6}}{D_{1}D_{2}C_{0}} \Big\{ (v-1) + \Big[ (3-v) + 4(1+v) \ln \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big) + 12\ln(R_{1}) \Big] \times \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big)^{2} - \Big[ (v+v) + 12\ln(R_{2}) + 4v\ln \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big) \Big] \times \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big)^{4} + (v+v) + 5i \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big)^{6} \Big\} D_{1}^{2} + \Big\{ 2(1-v) - \Big[ 4(v+v) + 1i \ln \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big) \Big] - 2(v-2) \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big)^{2} + \Big[ 4(v+3) + 1i \ln \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big) + (v+7) \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big)^{4} - (v-5) \times \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big)^{6} \Big] D_{1}D_{2} + (v+1) \Big[ 1 - \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big)^{2} \Big] D_{2}^{2} \Big\}$$
(12)

$$C_{0} = (-R_{2}^{2}v + R_{1}^{2}v - R_{1}^{2} - R_{2}^{2})D_{1} + (R_{2}^{2}v - R_{1}^{2}v + R_{1}^{2} - R_{2}^{2})D_{2}$$
(13)

$$C_{2} = -\frac{P_{0}}{32} \frac{R_{1}^{4}}{(1+\upsilon)D_{1}C_{0}} \times \left\{ \left\{ (1-\upsilon^{2})\left[\left(\frac{R_{2}}{R_{1}}\right)^{2}-1\right]-(1+2\upsilon)\left(\frac{R_{2}}{R_{1}}\right)^{4}\right\} - (1-\upsilon^{2})\left[\left(\frac{R_{2}}{R_{1}}\right)^{2}-1\right]D_{2} \right\}$$
(14)

$$C_{3} = -\frac{p_{0}}{64} \frac{R_{1}^{2}}{D_{2}} \frac{R_{2}^{2}}{C_{0}} \Big\langle (v+1) \Big\{ 2(1-v) + 4(1+v) \ln \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big) - \Big[ (1-v) + 4(3+v) \ln(R_{2}) \Big] \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big)^{2} + (v+5) \Big(\frac{R_{2}}{R_{1}}\Big)^{4} \Big\} D_{1} + \Big\{ 2(v^{2}-1) - 4(v+1)^{2} \ln(R_{2}) + \big[ (1-v^{2}) + \big] \Big\} D_{1} + 2(v^{2}-1) - 4(v+1)^{2} \ln(R_{2}) + 2(v^{2}-1) - 4(v+1)^{2} \ln(R_{2}) \Big\}$$

+4(1+v)(3+v)ln(R<sub>2</sub>)]
$$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$
 - (v -

$$\begin{array}{c} 1 \\ (5+b) \\ \overline{R_1} \\ (\overline{R_1}) \\ D_2 \\ 0 \\ P_0 \\ R_1^2 \\ R_2^2 \\ R_2^2 \\ (\overline{R_1}) \\ D_2 \\ 0 \\ R_1 \\ D_2 \\ D_2 \\ (\overline{R_1}) \\ (\overline{R_1}) \\ D_2 \\ (\overline{R_1}) \\ (\overline$$

$$C_{4} = \frac{1}{16} \frac{1}{D_{2}} \frac{1}{C_{0}} (-R_{2}v + vR_{1} - 3R_{2} + R_{1}) \cdot (D_{1} - D_{2})$$
(16)  
$$C_{5} = -\frac{p_{0}}{32} \frac{(-R_{2}^{4}v + vR_{1}^{4} - 3R_{2}^{4} - R_{1}^{4})}{(1 + v)D_{2}C_{0}} \times [(1 + v)D_{1} - (v - 1)D_{2}]$$
(17)

式中: D<sub>1</sub> 为复合板抗弯刚度; D<sub>2</sub> 为基板抗弯刚度; v 为等效泊松比。

将一般位移方程联立应变与应力方程,及第一 类压电方程可得开路电压<sup>[9]</sup>:

$$U = -\frac{3}{2} \frac{\pi R_2^3 d_{31} s_{11}^E s_{\rm m} h_{\rm m} h_{\rm p} s_{\rm h} s_f B_{33} (h_{\rm m} + h_{\rm p})}{\varepsilon_{33}^T B_{31} B_{34} [1 - \frac{2}{(1 - v)} \frac{B_{35}}{B_{31}} k_{31}^{2}]} p_0$$
(18)

式中: $d_{31}$ 为压电常数; $s_{11}^{E}$ 为压电材料的弹性顺性;  $\varepsilon_{33}^{T}$ 为常压系数下的介电常数; $s_{m}$ 为基底材料的弹性 顺性; $k_{31}$ 为机电耦合系数。

## 2 声能量回收器的有限元仿真分析

本文采用 COMSOL Multiphysics 有限元仿真 软件对声能量回收系统进行仿真分析。为使压电薄 片振子与 Helmholtz 共鸣器进行较好的谐振匹配, 采用改变压电片半径,从而改变底部压电薄片振子 固有频率的方法。在 Helmholtz 共鸣器结构尺寸、 声腔底部弹性金属薄片半径与厚度、压电片厚度等 条件不变的情况下,仅改变压电片半径进行仿真分 析。主要对压电片半径的改变对输出功率的影响进 行仿真分析,仿真中声场边界为理想条件,入射声压 均设为1 Pa(94 dB),弹性金属薄片阻尼与压电材料 阻尼均设为0.02,负载电阻设置为相应条件下的最 优阻抗。表1为 Helmholtz 共鸣器和压电薄膜振子 结构参数。表2为材料属性。表1中,r。为腔体半 径,l。为腔体高度。

表 1 Helmholtz 共鸣器和压电薄

膜振子结构参数

结构尺寸/mm	材料
$r_{\rm n}=3$ , $l_{\rm n}=3$	索库
$r_{\rm c} = 15$ , $l_{\rm c} = 16$	至て
$R_2 = 15, h_{\rm m} = 0.15$	铜
$R_1 = 15, h_p = 0.12$	PZT-5H
	结构尺寸/mm $r_n = 3, l_n = 3$ $r_c = 15, l_c = 16$ $R_2 = 15, h_m = 0.15$ $R_1 = 15, h_p = 0.12$

表 2 材料属性		
属性	PZT-5H	铜
密度/(kg•m <sup>-3</sup> )	7 500	8 700
杨氏模量/(N•m <sup>-2</sup> )	5.6 $\times 10^{10}$	$11.0 \times 10^{10}$
泊松比	0.23	0.35
$d_{\scriptscriptstyle 31}$	275	/
耦合系数	0.44	/

由表 1、2 建立压电薄片振子的有限元仿直模 型,即弹性金属薄片与压电片半径均为15 mm,半径 比为1。求解特征频率,可得压电薄片振子的特征 频率为2020 Hz。发生共振时位移变化如图5 所 示。同样的,下文中压电薄片振子特征频率可用此 方法得出。



图 5 压电薄片振子共振位移图

此外,由上述各结构尺寸建立 Helmholtz 共鸣 器与压电薄片振子组成的声能量回收系统的有限元 仿真模型如图 6 所示,在入射声压为 1 Pa 时可得出 系统的频率响应特性如图7所示。由图7可知,在 1 207 Hz时腔内声压放大倍数最大,因此可知声能 回收系统谐振频率为1207 Hz,在谐振频率下腔内 声压级最大可达 130 dB。类似的,下文中声能量回 收系统的特征频率可由此方法仿真得出。



图 7 声能量回收系统腔内声压随频率变化图

在共振频率为1207 Hz,入射声压为1 Pa时, 不同负载下的输出功率变化图如图 8 所示。由此可 得出此时系统最佳负载电阻为 1.2 kΩ。此方法为 本文计算最佳负载的方法。



将负载电阻设为1.2 kΩ时,声能量回收系统发 生共振时底部压电薄片所受声压最大,此时系统输 出功率达到最大值,输出功率与入射声波频率之间 的关系如图 9 所示。



图 9 半径比为 1 时,输出功率随入射声波频率变化图 压电片半径与基底半径比为1,在声能量回收 系统发生共振时可产生一个输出功率最大峰值为 1 μW,此时,系统固有频率与压电薄片振子固有频 率相差较大。压电片半径与基底半径比为1时,发 电效果不佳。

在其他条件不变的情况下,将压电片半径减小 到 12 mm(压电片半径与基底半径比为 0.8)以降低 压电薄片振子的谐振频率,此时压电薄片振子的特 征频率为1585 Hz,组成的新声能量回收系统特征 频率为1188 Hz,最佳阻抗为3.7 kΩ。相较半径比 为1的情况,声能量回收系统特征频率更接近压电 薄片振子的特征频率。半径比为 0.8 时,声能量回 收系统输出功率与输入声波频率之间的关系如图 10 所示。



图 10 半径比为 0.8 时,输出功率随入射声波频率变化图

同样在其他条件不变的情况下,将压电片半径 分别减小到 9 mm、6 mm、3 mm,压电片半径与基底 半径比分别为 0.6、0.4、0.2。

在半径比为 0.6 时压电薄片振子的特征频率为 1 487 Hz,组成的新声能量回收系统特征频率为 1 173 Hz,最佳阻抗为 6 kΩ。在半径比为 0.4 时压 电薄片振子的特征频率为 1 301 Hz,组成的声能量 回收系统特征频率为 1 117 Hz,最佳阻抗为 10 kΩ。 在半径比为 0.2 时压电薄片振子的特征频率为 1 198 Hz,组成的声能量回收系统特征频率为 1 063 Hz,最佳阻抗为 25 kΩ。以上 3 种情况的输 出功率随入射声波频率变化如图 11 所示。



图 11 不同半径比,输出功率随入射声波频率变化图

综上所述, 压电片半径与基底半径比为1时能 量回收系统的最大输出功率为1 $\mu$ W。在压电片半 径与基底半径比为0.8时,能量回收系统的最大输 出功率达到12.7 $\mu$ W,大于5 $\mu$ W的频带达到 32 Hz。半径比为0.6时,能量回收系统的最大输出 功率达到11.5 $\mu$ W,大于5 $\mu$ W的频带为32 Hz。半 径比为0.4时,能量回收系统的最大输出功率达到 7.1 $\mu$ W,大于5 $\mu$ W的频带仅为20 Hz。半径比为 0.2时,能量回收系统的最大输出功率为 3.2 $\mu$ W。

经仿真分析可知声能量回收系统的发电能力与 压电片的半径有关,压电片半径的减小使压电薄片 振子特征频率与声能量回收系统特征频率均减小; 同时,压电薄片振子特征频率逐渐向系统特征频率 靠近,使得系统发电能力增强;此外,压电片半径的 减小导致压电片面积的减小,从而使系统发电能力 减弱。综上可知,随着压电片半径的减小,声能量回 收器的发电能力呈现先增强后减弱的趋势。考虑有 效带宽与最大输出功率的因素,在半径比为0.8时, 声能量回收系统的发电能力最为良好。

3 结束语

本文研究了在 Helmholtz 共鸣器和圆形压电薄 片振子组成的声能量回收器中压电片半径与基底半 径比对声能量回收器输出功率的影响,并建立了 Helmholtz 共鸣器及声电转换的理论模型。研究结 果表明,在半径比为 0.8,入射声压为 1 Pa(94 dB), 声波频率为 1 188 Hz,最佳负载电阻为 3.7 k $\Omega$ 时, 输出功率达到 12  $\mu$ W,此时,声能回收装置的输出功 率大于 5  $\mu$ W 的带宽达到 32 Hz。

### 参考文献:

- [1] YUAN M, CAO Z, LUO J, et al. An efficient low-frequency acoustic energy harvester[J]. Sensors & Actuators a Physical, 2017, 264, 84-89.
- [2] LIU F, PHIPPS A, HOROWITZ S, et al. Acoustic energy harvesting using an electromechanical Helmholtz resonator[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2008, 123(4):1983-1990.
- [3] HOROWITZ S B, SHEPLAK M, CATTAFESTA L N I, et al. A MEMS acoustic energy harvester[J]. Journal of Micromechanics & Microengineering, 2006, 16(9): 271-295.
- [4] LEE H Y, CHOI B. A multilayer PVDF composite cantilever in the Helmholtz resonator for energy harvesting from sound pressure [J]. Smart Materials & Structures, 2013, 22(11): 5025.
- [5] 杨峰,李平,文玉梅,等.采用 Helmholtz 共鸣器与悬臂 梁压电换能器的声能采集器研究[J]. 声学学报,2014, 39(2):226-234.
  YANG Feng,LI Ping, WEN Yumei, et al. Study on acoustic energy harvester using a Helmholtz resonator and a cantilever piezoelectric transducer [J]. Acta Acustica,2014,39(2):226-234.
- [6] 马大猷.亥姆霍兹共鸣器[J]. 声学技术,2002,21(2): 2-3.

MA Dayou. Helmholtz resonator[J]. Technical Acoustics,2002,21(2):2-3.

- [7] BLACKSTOCK D T, ATCHLEY A A. Fundamentals of Physical Acoustics[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2001, 109(4):1274-1276.
- [8] LIU F. A tunable electromechanical Helmholtz resonator [C]//Hilton Head, South Carolina: Aiaa/ceas Aeroacoustics Conference and Exhibit, 2007: 2003-3145.
- [9] CLARK W W, MO C. Piezoelectric energy harvesting for Bio MEMS applications [M]. Springer US: Energy Harvesting Technologies, 2009.