

# 多带隙声子晶体低频带隙特性研究

王奔驰<sup>1</sup>, 杜军<sup>1</sup>, 赵静波<sup>2</sup>, 董亚科<sup>1</sup>, 丁超<sup>1</sup>, 祁鹏山<sup>1</sup>

(1. 空军工程大学 航空工程学院, 陕西 西安 710038; 2. 空军工程大学 理学院, 陕西 西安 710054)

**摘要:**利用有限元法计算了一种多带隙声子晶体的特征频率, 传递损失和位移矢量, 理论推导了反共振产生条件。研究表明, 这种声子晶体在低频范围内具有多条平直带隙, 带隙的耦合影响因素少, 具有比一般局域共振声子晶体和 Bragg 散射声子晶体更宽的带隙。此外, 利用原点反共振模型分析计算了这种多带隙声子晶体的材料和结构参数对带隙的影响。研究表明, 在低于 2 500 Hz 时, 多带隙声子晶体的带隙占 90% 以上, 为低频多带隙声子晶体的研究作了探索。

**关键词:**多带隙声子晶体; Bragg 散射; 局域共振; 反共振; 低频

**中图分类号:** TN384; TM28; TH113 **文献标识码:** A **DOI:** 10.11977/j.issn.1004-2474.2018.04.001

## Research on Band Gap Characteristics of Hybrid Photonic Crystal With Low Frequency

WANG Benchi<sup>1</sup>, DU Jun<sup>1</sup>, ZHAO Jingbo<sup>2</sup>, DONG Yake<sup>1</sup>, DING Chao<sup>1</sup>, QI Pengshan<sup>1</sup>

(1. College of Aeronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;

(2. Science College, Air Force Engineering University, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** In this paper, the characteristic frequency, transmission loss and displacement vector of a new hybrid phononic crystal are calculated by the finite element method, and the conditions of generating anti-resonance are derived theoretically. The results show that the hybrid phononic crystal has a number of flat band gaps in the low frequency range, and less influencing factors of band gap coupling, has a wider band gap than the general local resonant phononic crystal and the Bragg scattering phononic crystal. In addition, the effects of material and structural parameters of the hybrid photonic crystal on the band gap are analyzed and calculated by using the origin anti-resonance model. The research shows that the band gap of the hybrid photonic crystal accounts for more than 90% at less than 2 500 Hz below.

**Key words:** hybrid phononic crystal; Bragg scattering; anti-resonance; local resonance; low-frequency

### 0 引言

声子晶体由于具有负质量密度、负折射等特性而备受关注。特别是声子晶体的带隙能抑制弹性波的传播<sup>[1-11]</sup>, 而带隙的存在使声子晶体在许多方面具有潜在的应用价值, 如声滤波器、声波导等。板结构由于存在复杂的振动耦合效应, 其低频隔振问题一直是研究热点。Wu 等<sup>[12]</sup>设计了一种新型多带隙声子晶体, 该声子晶体在低频范围能得到宽频带隙。Oudich 等<sup>[13]</sup>研究了局域共振声子晶体波导, 利用有限元法分析了带隙和波导特性。赵等<sup>[14]</sup>理论研究了均匀板上周期排列圆柱体的声子晶体结构, 计算了色散关系, 特征模式的位移矢量和能量传输谱, 同时研究了双边声子晶体板的带隙演变。

Assouar M B 等<sup>[15]</sup>提出了由周期性塑料和洞组成的声子晶体, 声波在低频范围内被结构散射而形成了低频带隙。

目前多带隙声子晶体研究较少, 一般声子晶体只具有一种带隙。本文提出了一种多带隙声子晶体板结构, 这种结构实现了局域共振和 Bragg 散射机制共存, 色散曲线内具有多条平直带隙。研究表明, 与单一局域共振声子晶体和 Bragg 散射声子晶体相比, 多带隙声子晶体具有更宽的带隙。频率小于 2 500 Hz 时, 带隙占 90% 以上。

### 1 带隙和原点反共振条件计算

图 1 为结构单胞模型。长方体振子周期排列在塑料基体中组成多带隙声子晶体结构, 柱体外包裹

收稿日期: 2017-12-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11447174); 陕西省自然科学基金基础研究计划基金资助项目(2015JQ5155)

作者简介: 王奔驰(1994-), 男, 陕西西安人, 硕士生, 主要从事声子晶体振动噪声控制的研究。E-mail: WangbenchiCSU@163.com; 通信作者: 杜军(1973-), 男, 山西太原人, 教授, 博士, 主要从事声子晶体与噪声控制的研究。E-mail: 18991922017@163.com。



式中  $p_0$  和  $p_i$  分别为输出、输入加速度。

图 2(a)为计算得到的前 50 阶特性频率的色散曲线和对应的传递损失曲线。由图可看出,多带隙声子晶体在低频和高温范围均具有很宽的带隙,最低频率为 52 Hz。图 2(a)右侧为其对应的 8 个周期结构的传递损失曲线,由图 2(a)可看出,损失较大的频率部分与带隙频率基本一致,验证了带隙的频率。为了探究带隙的物理机制,我们计算了布里渊区高对称点的位移矢量图。图 3 为带隙图中对应点的位移矢量图。由图 3 可看出,前 12 阶特征频率的带隙为局域共振的特征频率,12 阶特征频率以后的

带隙为 Bragg 散射带隙。

在 Bragg 散射带隙边界频率处选择了 A、B 点位移矢量。根据图 3 可看出,弹性波在 2 个振子间被来回反射,Bragg 散射带隙的形成正是由于弹性波之间的反相位叠加。由于橡胶在  $x$ 、 $y$  方向无物理连接,所以,横波与纵波不能互相转化,对应的特征频率曲线为一条穿过各个方向的平直线。对于局域共振带隙,在第 2 节中已理论计算了双反共振的产生条件。带隙具有低宽频特点,能达 52~910 Hz。根据  $xy$  模式位移矢量图, $xy$  模式 E 点处带隙的起始频率是由质量大的铅振子的原点反共振引起,铅振子在某方向上平移共振,但塑料块基本保持不动。D 点处的带隙截止频率是由质量小的塑料原点反共振引起,塑料振子在平面内平移共振而铅振子保持不动。C 处为塑料块在平面内的旋转局域共振,弹性波被局域化在单胞内而不能与结构发生作用。对  $z$  模式的弯曲波带隙来说,其带隙频率为 31~542 Hz,H 点处大质量铅柱作上、下往复运动。G、F 点分别是小质量的塑料柱的扭转局域共振和上下往复运动的局域共振,弹性波被局域化在单胞内而不能传播。

图 4 为原始共振结构的等效模型。图中, $M$  和  $m$  是相邻振子的质量( $M > m$ ), $K'$  为弹簧的刚度。振动系统可等效为具有不同质量的 2 个单自由度系统。结果表明,当入射弹性波的频率与相邻子系统的固有频率相等时,该系统具有产生反共振的效果。一个振子在振动,相邻子系统的另一个振子保持静止。相邻子系统的起始频率  $F = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$  和截止频率  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$ 。在局部共振带隙中,带隙的起始频率  $F' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$ ,带隙的截止频率  $f' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$ 。由此可看出,带隙的边界频率只受相应振动系统固有频率的影响。带隙随参数变化的规律符合原反共振的带隙变化规律。

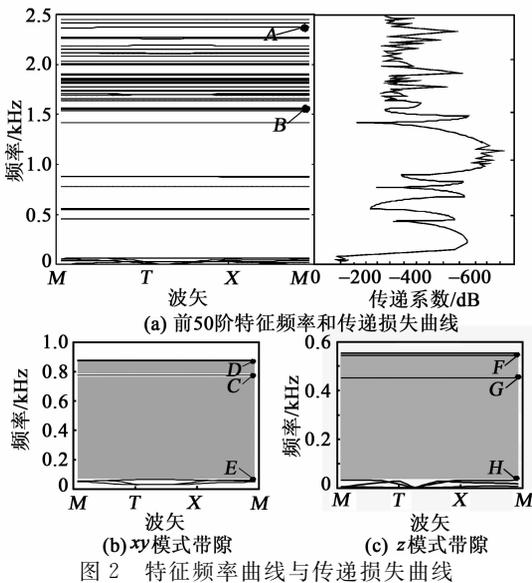


图 2 特征频率曲线与传递损失曲线

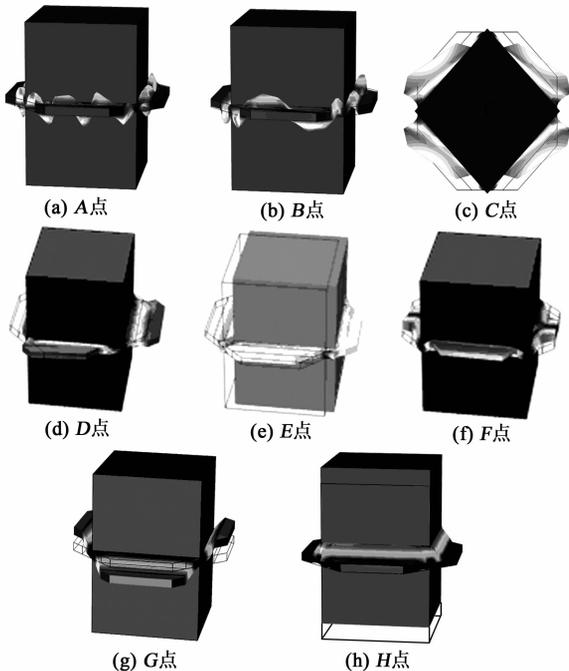


图 3 A~H 点的位移矢量图

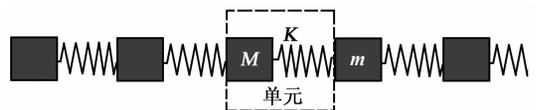


图 4 原点反共振模型

保持结构参数不变,分别改变振子柱体的密度  $\rho_a$ 、方形轻质塑料框的密度  $\rho_b$ 。对应的第一带隙变

化曲线分别如图 5(a)、(b)所示。由图 5(a)可看出,随着  $\rho_a$  的增大,带隙的起始频率逐渐减小,截止频率基本不变。由图 5(b)可看出,随着  $\rho_b$  的增大,带隙的截止频率逐渐减小,起始频率基本不变,说明带隙的边界频率只与对应系统的固有频率相关,这也验证了结构存在 2 个不同系统的原点反共振效应。因此,要增大带隙频率,必须减小轻质量振子密度,增大大质量振子密度。

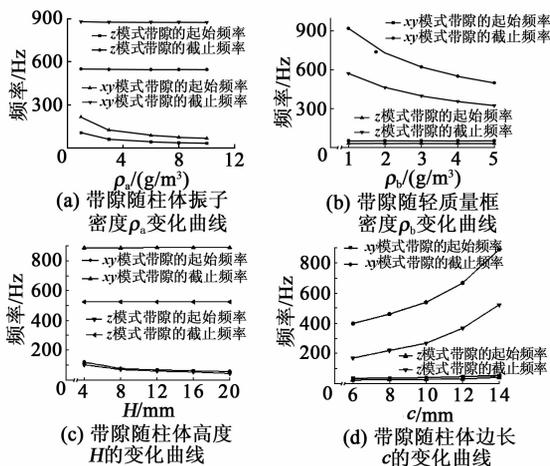


图 5 带隙边界频率随参数变化曲线

保持材料参数不变,分别改变  $H$  和柱体边长  $c$ , 对应的第一带隙频率变化曲线分别如图 5(c)、(d)所示。由图可看出,随着  $H$  的增大,局域共振带隙的起始频率降低,截止频率基本保持不变,而 Bragg 散射带隙基本不受影响。随着  $c$  的增大,局域共振带隙起始频率微小增加,截止频率逐渐增加。Bragg 散射带隙的频率变化趋势基本与局域共振带隙变化趋势相同。

### 3 结束语

本文研究了一种多带隙声子晶体结构,结合有限元法分别计算了结构的带隙、传递损失和位移矢量。这种结构中同时存在局域共振带隙和 Bragg 散射带隙。利用理论推导了原点反共振产生条件,结合原点反共振模型对双原点反共振的产生条件和影响局域共振带隙的材料参数做了研究。研究发现,这种多带隙声子晶体的局域共振带隙是由不同振子的局域共振引起,带隙具有低频和宽频特性,带隙影响因素少而利于调控。增大大质量振子质量,减小小质量振子质量会增大带隙宽度。同时结构具有多条平直带隙,Bragg 带隙的存在使得声子晶体结构具有比一般单一的局域共振结构或 Bragg 散射结构更宽的带隙。

### 参考文献:

- [1] LIU Z, ZHANG X, MAO Y, et al. Locally resonant sonic materials[J]. Science, 2000, 289(5485): 1734-1736.
- [2] SHIM J, WANG P, BERTOLDI K. Harnessing instability-induced pattern transformation to design tunable phononic crystals[J]. International Journal of Solids and Structures, 2015, 8: 52-61.
- [3] YU K, CHEN T, WANG X, et al. Large band gaps in phononic crystal slabs with rectangular cylinder inclusions parallel to the slab surfaces[J]. Journal of Physics and Chemistry of Solids, 2013, 74(8): 1146-1151.
- [4] 温熙森, 温激鸿, 郁殿龙, 等. 声子晶体[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009.
- [5] WU J H, ZHANG S W. Low-frequency band gaps in phononic crystals with composite locally resonant structures[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(13): 134302-855.
- [6] WANG Y F, WANG Y S. Complete bandgap in three-dimensional holey phononic crystals with resonators[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2013, 135(4): 041009.
- [7] WANG G. Phononic crystal local resonance band gap research mechanism and vibration characteristics[D]. Changsha: Changsha National University of Defense Technology, 2006.
- [8] ZHAO H J, GUO H W, GAO M X, et al. Vibration band gaps in double-vibrator pillared phononic crystal plate[J]. J Appl Phys, 2016, 119(1): 014903.
- [9] PARK C M, PARK J J, LEE S H, et al. Amplification of acoustic evanescent waves using metamaterial slabs[J]. Physical Review Letters, 2011, 107(19): 194301.
- [10] LEE M H, JUNG M K, LEE S H, et al. Acoustic resonant states on the interface between density-negative and modulus-negative metamaterial[J]. Journal of the Korean Physical Society, 2012, 60(1): 31-33.
- [11] PARK J J, PARK C M, LEE K J B, et al. Acoustic superlens using membrane-based metamaterials[J]. Applied Physics Letters, 2015, 106(5): 051901.
- [12] WU J J, ZHANG S W. Low-frequency band gaps in phononic crystals with composite locally resonant structures[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 13: 44.
- [13] OUDICH M, ASSOUAR M B, HOU Z. Propagation of acoustic waves and waveguiding in a two-dimensional locally resonant phononic crystal plate[J]. Applied Physics Letters, 2010, 97(19): 193503.
- [14] ZHAO H J, GUO H W, LI B Y, et al. Flexural vibration band gaps in a double-side phononic crystal plate[J]. Journal of Applied Physics, 2015, 118(4): 044906.
- [15] ASSOUAR M B, SUN J H, LIN F S, et al. Hybrid phononic crystal plates for lowering and widening acoustic band gaps[J]. Ultrasonics, 2014, 6(8): 101496.