

# 含耦合弱界面的压电/压磁声子晶体带隙研究

张超群<sup>1</sup>, 鞠桂玲<sup>2</sup>, 孙炜海<sup>1</sup>

(1. 陆军装甲兵学院 车辆工程系, 北京 100072; 2. 陆军装甲兵学院 基础部, 北京 100072)

**摘要:** 将力-电-磁耦合的弱界面引入到压电/压磁声子晶体中, 利用传递矩阵法和 Bloch 定理, 研究了界面损伤和损伤耦合对第一带隙特性的影响。结果表明, 第一带隙起始频率、终止频率随弱界面内的力学损伤增大而下降, 独立发生的磁、电损伤不会影响第一带隙特性; 当磁、电损伤与力学损伤耦合时, 第一带隙起始频率、终止频率随耦合系数增大而下降, 磁电损伤耦合系数不会对第一带隙产生影响。

**关键词:** 力电磁耦合; 弱界面; 压电/压磁声子晶体; 耦合系数; 第一带隙特性

**中图分类号:** TN384; TM22; O343.8 **文献标识码:** A **DOI:** 10.11977/j.issn.1004-2474.2018.06.007

## Study on Band Gap of Piezoelectric/Piezomagnetic Phononic Crystal With Imperfect Interface of Magneto-electro-mechanical Coupling

ZHANG Chaoqun<sup>1</sup>, JU Guiling<sup>2</sup>, SUN Weihai<sup>1</sup>

(1. Dept. of Vehicle Engineering, Academy of Army Armored Force, Beijing 100072, China;

2. Dept. of Fundamental Courses, Academy of Army Armored Force, Beijing 100072, China)

**Abstract:** The imperfect interface of magneto-electro-mechanical coupling is introduced into piezoelectric/piezomagnetic phononic crystal. The influences of interfacial imperfections and imperfections coupling on the first band gap characteristics are studied by the transfer matrix method and Bloch theorem. The results show that the initial and terminal frequencies of first band gap are decreased with the increase of mechanical imperfection in the imperfect interface. The independent magnetic and electrical imperfection does not affect the first band gap characteristic. When the magnetic and electrical imperfections are coupled with the mechanical imperfection, the initial and terminal frequencies of first band gap are decreased with the increase of coupling coefficient. The coupling coefficient of magneto-electric imperfection will not affect the first band gap.

**Key words:** magneto-electro-mechanical coupling; imperfect interface; piezoelectric/piezomagnetic phononic crystal; coupling coefficient; first band gap characteristics

### 0 引言

用压电和压磁材料制作的周期层状复合结构具有带隙特性, 在带隙所包含频率范围内的振动会被削弱或禁止传播, 这种带隙特性为声波隔声、弹性波隔振及声功能器件设计提供了全新的思路, 在智能材料系统与结构、传感与控制技术及微机电系统等高新技术领域有广泛的应用前景<sup>[1]</sup>。

在压电/压磁层状周期复合结构器件中相邻的压电层和压磁层间难免会发生成分的相互渗透与扩散, 最终形成由压电成分和压磁成分混合组成的界面层。在使用过程中, 界面层除产生机械损伤外, 还

会存在电、磁损伤, 导致产生功能弱化, 我们把这样的界面层称为弱界面<sup>[2]</sup>。在研究弱界面对压电/压磁声子晶体的影响<sup>[3-5]</sup>时, 通常建立力电磁损伤解耦的线弹簧模型。Pang 等<sup>[4]</sup>研究了压电/压磁复合结构中非理想界面处平面波的反射和折射。Huang 等<sup>[5]</sup>讨论了弱界面对磁电弹双材料中界面波传播特性的影响。事实上, 力电磁耦合是多铁性复合材料最显著的特征, 这就决定了实际情况下界面力电磁损伤是相互耦合的<sup>[6-7]</sup>。

本文通过引用耦合弱界面的广义弹性模型, 用传递矩阵法和 Bloch 定理得到了含耦合弱界面的压

收稿日期: 2018-01-02

基金项目: 学院创新基金资助项目(2016CJ07)

作者简介: 张超群(1994-), 男, 安徽合肥人, 硕士生, 主要从事弹性动力学方面的研究。通信作者: 孙炜海(1982-), 男, 山东诸城人, 硕士生导师, 主要从事弹性和冲击动力学方面的研究。

电/压磁声子晶体中 SH 波的色散关系,对色散方程进行数值求解,得到带隙特性与损伤系数和损伤耦合系数的关系图,最后讨论分析含耦合弱界面的压电/压磁声子晶体带隙特性。

## 1 理论分析

图 1 为压电/压磁层状周期复合结构。压电层和压磁层通过粘连接成一个单胞,连接状态为弱界面。压电层和压磁层厚分别为  $d_1$  和  $d_2$ ,一个单胞厚  $d_1+d_2$ 。周期复合结构沿  $x_3$  轴极化,在  $x_1-x_2$  坐标平面各向同性。

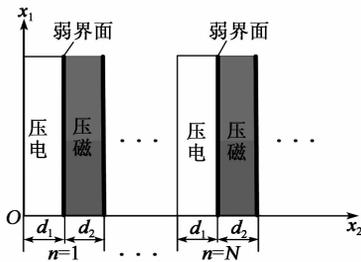


图 1 声子晶体示意图

线性磁电弹材料的耦合本构方程可表示为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \boldsymbol{D} \\ \boldsymbol{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{c} & -\boldsymbol{e} & -\boldsymbol{q} \\ \boldsymbol{e}^T & \boldsymbol{\varepsilon} & \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{q}^T & \boldsymbol{\alpha}^T & \boldsymbol{\mu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{s} \\ \boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{H} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $\boldsymbol{\sigma}$ 、 $\boldsymbol{s}$ 、 $\boldsymbol{D}$ 、 $\boldsymbol{E}$ 、 $\boldsymbol{B}$  和  $\boldsymbol{H}$  分别为应力张量、应变张量、电位移矢量、电场矢量、磁感应矢量和磁场矢量;  $\boldsymbol{c}$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}$  和  $\boldsymbol{\mu}$  分别为弹性常数张量、介电常数张量和磁导率张量;  $\boldsymbol{e}$ 、 $\boldsymbol{q}$  和  $\boldsymbol{\alpha}$  分别为压电常数张量、压磁常数张量和磁电系数张量。对于压电材料和压磁材料的本构方程可通过分别取  $\boldsymbol{q} = \boldsymbol{\alpha} = 0$  和  $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{\alpha} = 0$  来实现。

$\boldsymbol{s}$  与位移矢量  $\boldsymbol{u}$  的关系为

$$\boldsymbol{s}^J = \frac{1}{2} [\nabla \boldsymbol{u}^J + (\nabla \boldsymbol{u}^J)^T] \quad (2)$$

式中:  $\nabla$  为哈密顿算子; 上标  $J = e, m$  分别表示压电材料和压磁材料。

$\boldsymbol{E}$  与电势  $\varphi$ ,  $\boldsymbol{H}$  与磁势  $\phi$  之间的关系为

$$\boldsymbol{E}^J = -\nabla \varphi^J \quad (3)$$

$$\boldsymbol{H}^J = -\nabla \phi^J \quad (4)$$

在准静态电磁近似假设下,不考虑体力、自由电荷和磁荷的存在,则  $\boldsymbol{\sigma}$ 、 $\boldsymbol{D}$  和  $\boldsymbol{B}$  满足下面的平衡方程:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^J = \rho^J \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}^J}{\partial t^2} \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D}^J = 0 \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B}^J = 0 \quad (7)$$

式中:  $\rho^J$  为材料密度;  $t$  为时间。

把式(1)~(4)代入式(5)~(7),得到压电和压磁材料中的控制方程。根据庞玉等<sup>[8]</sup>的方法,解控制方程可得到位移  $u_3$ 、 $\varphi$ 、 $\phi$ 、应力  $\sigma_{23}$ 、电位移  $D_2$  和磁感应强度  $B_2$  在压电和压磁材料中的表达式。

压电材料层左、右侧的状态向量  $\boldsymbol{V}_n^{e-}$ 、 $\boldsymbol{V}_n^{e+}$  分别为

$$\boldsymbol{V}_n^{e-} = [u_3^{e-}, \varphi^{e-}, \phi^{e-}, \sigma_{23}^{e-}, D_2^{e-}, B_2^{e-}]^T \quad (8)$$

$$\boldsymbol{V}_n^{e+} = [u_3^{e+}, \varphi^{e+}, \phi^{e+}, \sigma_{23}^{e+}, D_2^{e+}, B_2^{e+}]^T \quad (9)$$

式中上标  $e'$ 、 $e''$  分别为压电材料层的左、右侧。

左、右侧的状态向量具有以下关系:

$$\boldsymbol{V}_n^{e+} = \boldsymbol{T}_n^e \boldsymbol{V}_n^{e-} \quad (10)$$

式中  $\boldsymbol{T}_n^e$  为压电材料层传递矩阵。

压磁材料层左、右侧的状态向量  $\boldsymbol{V}_{n+1}^{m-}$ 、 $\boldsymbol{V}_{n+1}^{m+}$  分别为

$$\boldsymbol{V}_{n+1}^{m-} = [u_3^{m-}, \varphi^{m-}, \phi^{m-}, \sigma_{23}^{m-}, D_2^{m-}, B_2^{m-}]^T \quad (11)$$

$$\boldsymbol{V}_{n+1}^{m+} = [u_3^{m+}, \varphi^{m+}, \phi^{m+}, \sigma_{23}^{m+}, D_2^{m+}, B_2^{m+}]^T \quad (12)$$

式中上标  $m'$ 、 $m''$  分别为压磁材料层的左、右侧。

左、右侧的状态向量具有以下关系:

$$\boldsymbol{V}_{n+1}^{m+} = \boldsymbol{T}_{n+1}^m \boldsymbol{V}_{n+1}^{m-} \quad (13)$$

式中  $\boldsymbol{T}_{n+1}^m$  为压磁材料层传递矩阵。

由于压电层与压磁层之间的相互渗透和扩散,形成了一个具有磁电弹性质的界面层,在反平面和界面层完好的条件下,具有本构关系<sup>[9-10]</sup>:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{G} \frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial x_1} \quad (14)$$

式中:  $\boldsymbol{\tau} = [\sigma_{32}, D_2, B_2]^T$ ;  $\boldsymbol{W} = [u_3, \varphi, \phi]^T$ ;  $\boldsymbol{G}$  为界面层材料系数矩阵,且

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} c_{44} & e_{15} & h_{15} \\ e_{15} & -\varepsilon_{11} & -d_{11} \\ h_{15} & -d_{11} & -\mu_{11} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中  $c_{44}$ 、 $\varepsilon_{11}$ 、 $\mu_{11}$ 、 $e_{15}$ 、 $h_{15}$  和  $d_{11}$  分别为弹性常数、介电常数、磁导率、压电常数、压磁常数和磁电系数。

柔度矩阵  $\boldsymbol{M}$  可表示为

$$\boldsymbol{M} \boldsymbol{\tau} = \frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial x_1} \quad (16)$$

式中  $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{G}^{-1}$ 。

界面层具有不稳定性,易产生力学、磁学和电学损伤,而完好界面层存在力、电、磁三场的耦合,这就决定了当其产生损伤时层内力、电、磁 3 种损伤场也不可能解耦。为体现弱界面中力、电、磁 3 种

损伤场之间的耦合效应,文献[11]建立全耦合广义线弹簧模型为

$$\boldsymbol{\tau}_1^+ = \boldsymbol{\tau}_2^- \quad (17)$$

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\tau}_1^+ = \mathbf{W}^{m-} - \mathbf{W}^{e+} \quad (18)$$

其中

$$\boldsymbol{\tau}_1^+ = [\sigma_{32}^e, D_2^e, B_2^e]^T \quad (19)$$

$$\boldsymbol{\tau}_2^- = [\sigma_{32}^m, D_2^m, B_2^m]^T \quad (20)$$

$$\mathbf{W}^{e+} = [u_3^e, \varphi^e, \varphi^e]^T \quad (21)$$

$$\mathbf{W}^{m-} = [u_3^m, \varphi^m, \varphi^m]^T \quad (22)$$

广义柔度矩阵  $\mathbf{K}$  形式为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \bar{a}_1 & \bar{a}_4 & \bar{a}_5 \\ \bar{a}_4 & \bar{a}_2 & \bar{a}_6 \\ \bar{a}_5 & \bar{a}_6 & \bar{a}_3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

式中:  $\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$  分别为力学损伤、电学损伤和磁学损伤系数;  $\bar{a}_4, \bar{a}_5, \bar{a}_6$  分别为力-电损伤耦合系数、力-磁损伤耦合系数和磁-电损伤耦合系数。

通过将式(14)、(15)和式(16)、(23)进行对比可知,  $\mathbf{K}$  中不同元素具有不同的量纲,为方便下一步分析,将式(23)写为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} a_1 m_{11} & a_4 m_{12} & a_5 m_{13} \\ a_4 m_{21} & a_2 m_{22} & a_6 m_{23} \\ a_5 m_{31} & a_6 m_{32} & a_3 m_{33} \end{bmatrix} \quad (24)$$

式中:  $m_{ij}$  为矩阵  $\mathbf{M}$  中第  $i$  行第  $j$  列元素;  $a_\lambda (\lambda=1\sim 6)$  为弱界面损伤和损伤耦合系数。

通过对比式(14)、(15)和式(16)、(24)可知,  $a_\lambda (\lambda=1\sim 6)$  具有相同的量纲。下面分别阐述不同情况下  $a_\lambda$  的物理意义:

1)  $a_1 = 0$  表示界面无机机械损伤,  $a_1 \rightarrow \infty$  表示界面粘接完全失效。

2)  $a_2 = 0$  表示界面无电学损伤,  $a_2 \rightarrow \infty$  表示界面失去介电功能。

3)  $a_3 = 0$  表示界面无磁学损伤,  $a_3 \rightarrow \infty$  表示界面失去导磁功能。

4)  $a_4 = 0$  表示界面的机械损伤与电学损伤之间无耦合作用,  $a_4 > 0$  时表示界面的机械损伤与电学损伤之间具有耦合作用。

5)  $a_5 = 0$  表示界面的机械损伤与磁学损伤之间无耦合作用,  $a_5 > 0$  时表示界面的机械损伤与磁学损伤之间具有耦合作用。

6)  $a_6 = 0$  表示界面的磁学损伤与电学损伤之间无耦合作用,  $a_6 > 0$  时表示界面的磁学损伤与电

学损伤之间具有耦合作用。

根据式(17)、(18)可得

$$\mathbf{W}^{m-} = \mathbf{K}\boldsymbol{\tau}_1^+ + \mathbf{W}^{e+} \quad (25)$$

弱界面左、右侧的状态向量满足以下关系

$$\mathbf{V}_{n+1}^{m-} = \mathbf{T}_\delta^m \mathbf{V}_n^{e+} \quad (26)$$

$$\mathbf{V}_{n+2}^{e-} = \mathbf{T}_\delta^e \mathbf{V}_{n+1}^{m+} \quad (27)$$

根据式(8)、(9)、(11)、(12)、(25)~(27)可得

$$\mathbf{T}_\delta^e = \mathbf{T}_\delta^m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_1 m_{11} & a_4 m_{12} & a_5 m_{13} \\ 0 & 1 & 0 & a_4 m_{21} & a_2 m_{22} & a_6 m_{23} \\ 0 & 0 & 1 & a_5 m_{31} & a_6 m_{32} & a_3 m_{33} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

对于由压电子层、压磁子层和弱界面组成的单胞,左、右两边的状态向量满足以下关系

$$\mathbf{V}_{n+2}^{e-} = \mathbf{T}_{\text{cell}} \mathbf{V}_n^{e-} \quad (29)$$

式中  $\mathbf{T}_{\text{cell}}$  为单胞总体传递矩阵,且

$$\mathbf{T}_{\text{cell}} = \mathbf{T}_\delta^e \mathbf{T}_{n+1}^m \mathbf{T}_\delta^m \mathbf{T}_n^e \quad (30)$$

根据周期结构中弹性波的布里赫定理可得

$$\mathbf{V}_{n+2}^{e-} = \exp[ik(d_1 + d_2)] \mathbf{V}_n^{e-} \quad (31)$$

式中  $k$  为 Bloch 波波数。把式(29)代入式(31)得

$$|\mathbf{T}_{\text{cell}} - \text{iexp}[ik(d_1 + d_2)]| \mathbf{V}_n^{e-} = 0 \quad (32)$$

式(32)中存在非零解的条件为

$$|\mathbf{T}_{\text{cell}} - \text{iexp}[ik(d_1 + d_2)]| = 0 \quad (33)$$

式(33)给出了含弱界面的一维压电/压磁声子晶体中 Bloch 波的色散关系,其中系数行列式是一个关于角频率  $\omega$ 、视波数  $k_1$  和  $k$  的函数,对于给定  $k_1$  和  $k$ ,可求得多个对应的  $\omega$ 。因此,在考虑的频率范围内得到一组色散曲线,这些色散曲线将频率范围交替划分为“通带”和“阻带”。

## 2 数值计算与讨论

在计算实例中,我们使用的压电材料和压磁材料分别为  $\text{BaTiO}_3$  和  $\text{CoFe}_2\text{O}_4$ ,弱界面具有压电、压磁耦合性能,表 1 为具体材料参数<sup>[12-13]</sup>。单胞中,  $d_1 = d_2 = 0.01$  m,单胞总长  $d = 0.02$  m。此外,为方便研究全耦合弱界面对第一带隙的影响,取  $k_1$  为固定值,并根据不同损伤系数和损伤耦合系数,将 Bloch 波色散曲线或第一带隙的上、下部绘制于同一图像上,进行分析讨论。考虑到色散曲线在 Bloch 波数上具有周期性,取其无量纲化第一布里

渊区间,即 $(kd/\pi) \in [-1, 1]$ ,无量纲角频率为 $\omega d/(2\pi c_{SH})$ ,其中 $c_{SH}$ 为压电板中SH波波速。

表1 材料参数

名称	$c_{44}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$\epsilon_{11}/[(\text{C}^2 \cdot (\text{N} \cdot \text{m}^2)^{-1})]$	$\mu_{11}/(\text{N} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{C}^{-2})$	$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$h_{15}/[\text{N} \cdot (\text{A} \cdot \text{m})^{-1}]$	$e_{15}/(\text{C} \cdot \text{m}^{-2})$	$d_{11}/[\text{N} \cdot \text{s} \cdot (\text{V} \cdot \text{C})^{-1}]$
BaTiO <sub>3</sub>	$4.30 \times 10^{10}$	$1.12 \times 10^{-8}$	$5.00 \times 10^{-6}$	$5.7 \times 10^3$		11.6	
CoFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	$4.53 \times 10^{10}$	$8.00 \times 10^{-11}$	$1.57 \times 10^{-4}$	$2.3 \times 10^3$	$5.50 \times 10^2$		
弱界面	$4.40 \times 10^{10}$	$5.64 \times 10^{-9}$	$2.97 \times 10^{-4}$		$2.75 \times 10^2$	5.8	$5.367 \times 10^{-12}$

图2为力学损伤对压电/压磁声子晶体第一带隙的影响。其中 $a_1 = 0$ 时,曲线代表完好界面的带隙特性,其第一带隙上、下边界分别为0.532, 0.765,带隙宽度为0.233。当 $a_1 = 5 \text{ mm}$ 时,第一带隙上、下边界分别为0.413, 0.663,带隙宽度分别为0.250。当 $a_1 = 10 \text{ mm}$ 时,第一带隙上、下边界分别为0.348, 0.580,带隙宽度为0.232。由图可看出,随着 $a_1$ 增大,第一带隙上、下边界明显下降,宽度基本不变。

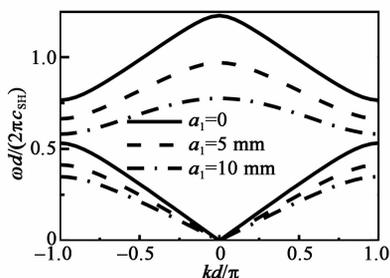


图2  $a_1$ 对第一带隙的影响( $a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = 0$ )

图3、4分别为第一带隙随电学损伤系数 $a_2$ 和力-电损伤耦合系数 $a_4$ 改变的变化情况。由图3可看出,当 $a_4 = 0$ 时,随着 $a_2$ 增大,第一带隙上、下边界不变,分别为0.765, 0.532,此时, $a_2$ 对第一带隙特性无影响。当 $a_4 = 100 \text{ mm}$ 时,第一带隙区间从0.460~0.752上升到0.494~0.754,带隙宽度由0.292减小到0.260。当 $a_4 = 200 \text{ mm}$ 时,第一带隙区间由0.352~0.721上升到0.412~0.727,带隙宽度由0.369减小到3.21。由此可得,当 $a_4 > 0$ 时,随着 $a_2$ 增大,带隙区间上升,带隙宽度变窄。当 $a_4 = 500 \text{ mm}$ 时,根据图4可得相同结论。由图4可看出,当 $a_2 = 0$ 时,随着 $a_4$ 增大,第一带隙区间由0.532~0.765下降到0.203~0.599,带隙宽度由0.233增加到0.396。当 $a_2 = 100 \text{ mm}$ 时,第一带隙区间由0.532~0.765下降到0.212~0.601,带隙宽度由0.233增加到0.389。当 $a_2 = 500 \text{ mm}$ 时,第一带隙区间由0.532~0.765下降到0.244~0.610,带隙宽度由0.233增加到0.366。由此可得,当

$a_2 > 0$ 时,随着 $a_4$ 增大,第一带隙区间下降,带隙宽度变宽。当 $a_2 = 500 \text{ mm}$ 时,通过图3可得相同结论。

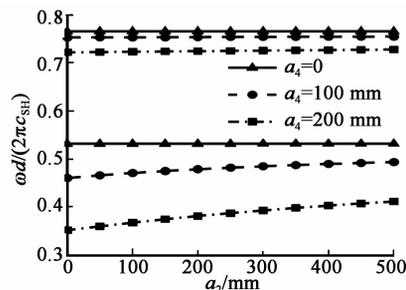


图3  $a_2$ 对第一带隙的影响( $a_1 = a_3 = a_5 = a_6 = 0$ )

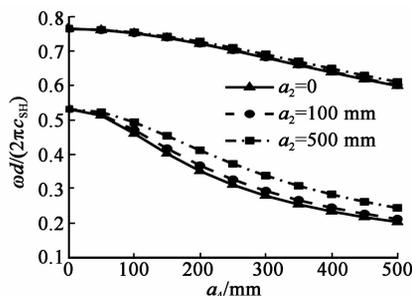


图4  $a_4$ 对第一带隙的影响( $a_1 = a_3 = a_5 = a_6 = 0$ )

图5、6分别为第一带隙与磁学损伤系数 $a_3$ 和力-磁损伤耦合系数 $a_5$ 之间的关系图。由图5可看出,当 $a_5 = 0$ 时,随着 $a_3$ 增大,第一带隙上、下边界不变,分别为0.765, 0.532,此时, $a_3$ 对第一带隙特性无影响。当 $a_5 = 200 \text{ mm}$ 时,第一带隙上边界从0.748下降到0.725,下边界保持不变(为0.530),带隙宽度由0.218减小到0.195。当 $a_5 = 400 \text{ mm}$ 时,第一带隙上边界从0.707下降到0.643,下边界保持不变(为0.525),带隙宽度由0.182减小到0.118。由此可得,当 $a_5 > 0$ 时,随着 $a_3$ 增大,带隙上边界明显下降,下边界基本不变,带隙宽度变窄。当 $a_5 = 200 \text{ mm}$ 时,通过图6可得相同结论。由图6可知,当 $a_3 = 0$ 时,随着 $a_5$ 增大,第一带隙上边界由0.765下降到0.707,下边界从0.532下降到为0.525,带隙宽度由0.233减小到0.182。当 $a_3 = 100 \text{ mm}$ 时,第一带隙上边界由

0.765 下降到 0.686,下边界由 0.532 下降到 0.525,带隙宽度由 0.233 减小到 0.161。当  $a_3 = 200$  mm 时,第一带隙上边界由 0.765 下降到 0.643,下边界由 0.532 下降到 0.525,带隙宽度由 0.233 减小到 0.118。由此可得,无论磁学损伤是否存在,随着  $a_5$  增大,第一带隙上区间下降,下区间基本不变,带隙宽度变窄。当  $a_3 = 100$  mm 时,观察图 5 可得相同结论。

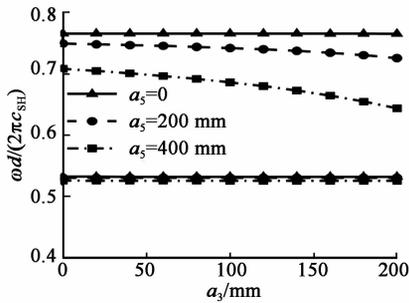


图 5  $a_3$  对第一带隙的影响 ( $a_1 = a_2 = a_4 = a_6 = 0$ )

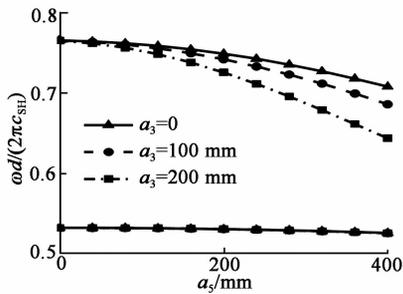


图 6  $a_5$  对第一带隙的影响 ( $a_1 = a_2 = a_4 = a_6 = 0$ )

图 7 为  $a_6$  对第一带隙的影响。由图可看出,当  $a_4 = a_5 = 0$  时,第一带隙区间为 0.532~0.764;  $a_4 = 100$  mm,  $a_5 = 200$  mm 时,第一带隙区间为 0.460~0.736;  $a_4 = a_5 = 200$  mm 时,第一带隙区间为 0.352~0.706。无论力-电损伤耦合和力-磁损伤耦合是否存在,磁-电耦合系数  $a_6$  对第一带隙均无影响。当  $a_4$  和  $a_5$  增大时,第一带隙区间下降,带隙宽度变宽。

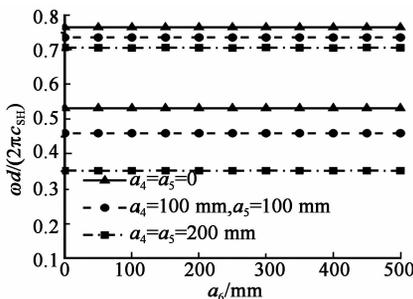


图 7  $a_6$  对第一带隙的影响 ( $a_1 = a_2 = a_3 = 0$ )

### 3 结论

周期性压电/压磁层板中界面层在长期使用过

程中易形成为弱界面,界面中存在力、电、磁损伤,并且这 3 种损伤两两之间存在耦合作用,通过引用界面损伤耦合线弹簧模型来描述该非完好界面的本构关系。在此基础上,采用传递矩阵法及 Bloch 定理,代入数值计算,可得到色散曲线图和带隙变化图。展开分析,可得以下结论:

1) 第一带隙随界面层内的力学损伤增大而下降。

2) 当磁、电损伤独立存在时,损伤系数变化不会影响第一带隙特性;当电损伤与力学损伤之间存在耦合作用时,第一带隙会随耦合系数增大而下降,带隙宽度变窄;当磁损伤与力学损伤之间存在耦合作用时,第一带隙上边界会随耦合系数增大而下降,下边界基本不变,带隙宽度变宽。

3) 磁、电损伤与力学损伤之间的耦合作用会影响带隙特性,而磁、电损伤之间的耦合作用不会对第一带隙产生影响。

### 参考文献:

- [1] SPALDIN N A, FIEBIG M. The renaissance of magnetoelectric multiferroics[J]. Science, 2005, 309(5733): 391-392.
- [2] BENVENISTE Y. The effective mechanical behaviour of composite materials with imperfect contact between the constituents[J]. Mechanics of Materials, 1985, 4(2): 197-208.
- [3] XIAO G, WEI P, LI L. Dispersion relations of elastic waves in one-dimensional piezoelectric phononic crystal with mechanically and dielectrically imperfect interfaces[J]. Mechanics of Materials, 2016, 93: 168-183.
- [4] PANG Y, LIU J X. Reflection and transmission of plane waves at an imperfectly bonded interface between piezoelectric and piezomagnetic media[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2011, 30(5): 731-740.
- [5] HUANG Y, LI X F, LEE K Y. Interfacial shear horizontal (SH) waves propagating in a two-phase piezoelectric/ piezomagnetic structure with an imperfect interface[J]. Philosophical Magazine Letters, 2009, 89(2): 95-103.
- [6] WEI H X, LI Y D, XIONG T, et al. Propagation of SH waves in a piezoelectric/piezomagnetic plate: Effects of interfacial imperfection couplings and the related physical mechanisms [J]. Physics Letters A, 2016, 380(38): 3013-3021.