

# 压电纤维复合材料有限元模拟及其试验研究

黄丹丹<sup>1</sup>, 陈勇<sup>1,2</sup>

(1. 上海交通大学机械与动力工程学院, 上海 200240; 2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100000)

**摘要:**考虑压电纤维复合材料(MFC)压电陶瓷纤维层和指间交叉电极设计, 假定压电陶瓷纤维极化方向相同, 设置递进的电压边界条件, 建立 MFC 均匀压电层等效有限元模型, 借助 ANSYS-APDL 软件进行结构-压电耦合场仿真, 模拟其工作的真实变形; 同时进行自由应变和阻滞力的数值测试, 数值上验证了有限元模型, 修正纤维纵向压电应变常数  $d_{33}$ 。对含有 MFC 驱动器的铝合金悬臂梁进行数值和试验研究, 验证了该模型的准确性。与细观尺度上的 MFC 有限元模型相比, 该有限元模型节约了计算成本, 可应用于实际工程中。结果表明, MFC 激励法用于振动特性分析时, 操作简单, 重复性好, 信噪比高。

**关键词:**压电纤维复合材料(MFC)驱动器; 指间交叉电极; 有限元建模; 模态分析; 静位移

**中图分类号:** TN382; TB381

**文献标识码:** A

**DOI:** 10.11977/j.issn.1004-2474.2019.02.019

## Finite Element Simulation and Experimental Study on Macro Fiber Composite

HUANG Dandan<sup>1</sup>, CHEN Yong<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100000, China)

**Abstract:** Considering the designs of the piezoelectric ceramic fiber layer using the macro fiber composite (MFC) material and the interdigitated electrodes, assuming that the piezoelectric ceramic fiber has the same polarization direction and setting the progressive voltage boundary conditions, the equivalent finite element model with MFC uniform piezoelectric layer has been established in this paper. The simulation of the structure-piezoelectric coupling field is carried out by ANSYS-APDL software to simulate the real deformation in its operation. At the same time, the numerical test of the free strain and blocking force is carried out to verify the finite element model numerically and modify the longitudinal piezoelectric strain constant  $d_{33}$  of the fiber. The accuracy of the model is verified by the numerical and experimental studies on the aluminum alloy cantilever beam with MFC actuator. Compared with MFC finite element model on the mesoscale, the proposed finite element model saves the calculation cost and can be applied to practical engineering. The experimental results show that the MFC excitation method has the features of simplicity for operation, good repeatability and high signal-to-noise ratio when used for vibration characteristic analysis.

**Key words:** MFC actuator; interdigitated electrode; finite element modelling; modal analysis; static displacement

### 0 引言

压电陶瓷(PZT)是一种应用较广的智能材料, 因灵敏度高, 响应时间短及能量密度高等特点, 在航空、航天及汽车等领域中得到了广泛应用, 可作为驱动和传感材料。但压电陶瓷很脆弱, 当暴露于大机械应力或变形时易破裂, 且对曲面的一致性很差。因此, 研究人员提出含有压电陶瓷纤维的压电陶瓷复合材料(PCT)的概念, 以消除上述压电陶瓷的缺陷<sup>[1-3]</sup>。1996年, 美国航空航天局(NASA) Langley

研究中心研制出一种新型压电陶瓷材料—压电纤维复合材料(MFC)。与传统压电陶瓷驱动器和较早开发的压电复合材料相比, MFC\_P1型驱动器通过指间交叉电极的设计, 利用更强的纤维纵向压电应变常数  $d_{33}$  来实现更高的机电耦合, 其具有更好的耐久性和柔韧性, 同时输出具有频率响应高, 动态反应快, 承载大, 性能稳定, 不发热, 不产生噪声及受外力干扰小等优点<sup>[3]</sup>。MFC可用于控制振动(激振或减振)、控制结构变形、收集能量和结构健康监控等

收稿日期: 2018-06-09

作者简介: 黄丹丹(1993-), 女, 江苏东台人, 硕士生, 主要从事压电复合材料驱动器 MFC 建模及其应用的研究。通信作者: 陈勇(1975-), 男, 讲师, 主要从事航空发动机结构、强度、振动、寿命, 高温涂层的强度、寿命、可靠性以及航空发动机结冰过程的断裂力学问题等的研究。E-mail: yongchen@sjtu.edu.cn.

方面。

Williams 等<sup>[4]</sup>研究了 MFC 的线性/非线性拉伸、剪切特性。Deraemaeker 和 Steiger 等采用经典层合板理论对 MFC 进行精细尺度的有限元建模,预测 MFC 材料性能参数<sup>[5-6]</sup>。刘永刚等对叉指形电极压电驱动器性能进行分析,研究叉指形电极压电驱动器的结构特点和电场结构<sup>[7-8]</sup>;杨宾华等<sup>[9-10]</sup>对 MFC 在精细尺度上的有限元建模进行了研究。与制造商提供的数据相比,这些数值提供了 MFC 更全面的材料参数,有助于提高 MFC 有限元模型仿真结果的准确性。很多研究人员已研究了 MFC 驱动器的有限元仿真计算<sup>[5-6,11-16]</sup>,由于计算量大,精细尺度的有限元建模法在工程中的应用很少。在工程应用中,研究人员提出了一些 MFC 简化有限元模型进行 MFC 智能结构的静态特性和模态分析<sup>[17-19]</sup>。然而,这些简化应用于工程中的 MFC 有限元建模方法都忽略了 MFC 本身指间交叉电极的设计及其对 MFC 变形的影响,不能模拟出 MFC 的真实变形;简化的有限元模型参数和实际参数存在误差,未进行修正,不利于 MFC 智能结构进一步的动力学预测。

本文考虑 MFC 主要力学层—压电陶瓷纤维层和指间交叉电极设计,建立 MFC 均质压电层等效有限元模型,在 ANSYS-APDL 中对其进行结构-压电耦合场的模态仿真分析与自由应变和阻滞力参数测试,数值上验证了 MFC 的有限元模型,并修正有限元模型中的压电应变常数。与细观尺度上的 MFC 复杂有限元模型相比,该有限元模型节约计算资源,可应用于实际工程中。同时,本文基于 M2807-P1 进行 MFC-铝合金悬臂梁的试验,并与仿真结果进行对比,试验验证上述的有限模型,试验结果表明,MFC 激励法操作简单,重复性好,快速正弦扫频具有较高的信噪比。

## 1 MFC 有限元模型及其参数验证

### 1.1 MFC 均匀压电层等效有限元模型

MFC 驱动器是由聚酰亚胺薄膜中嵌入薄的

PZT 纤维制作而成,上、下表面覆盖有指间交叉模式的电极,如图 1 所示<sup>[20]</sup>。在  $d_{33}$  模式下工作,本文的研究对象为 M2807-P1。

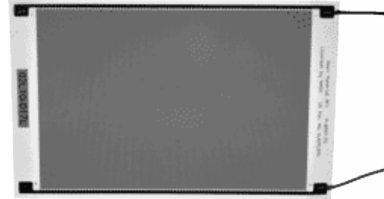


图 1 MFC 实物图

压电材料的应力-应变关系为

$$\mathbf{T} = \mathbf{c}^E \mathbf{S} - \mathbf{e}^T \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{e} \mathbf{S} + \boldsymbol{\varepsilon}^S \mathbf{E} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{T}$ 为应力分量; $\mathbf{S}$ 为位移分量; $\mathbf{E}$ 为电场方向; $\mathbf{D}$ 为电场位移矩阵; $\mathbf{c}$ 为刚度矩阵; $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为介电常数矩阵; $\mathbf{e}$ 为压电耦合系数矩阵。式(1)中电场和应力参数是不独立的。

假定电场强度  $E_3$  仅沿着  $z$  轴起作用,图 2 为 MFC\_P1 驱动器  $d_{33}$  效应示意图。图中, $h$  为 MFC 压电层的厚度, $L$  为 MFC 压电层纤维方向的长度, $b$  为 MFC 压电层的宽度。 $z$  轴伸长量  $\Delta L$  和应变为

$$\Delta L = d_{33} E_3 L \quad (3)$$

$$\varepsilon_{33} = d_{33} (U/a) \quad (4)$$

式中: $U$  为 MFC 驱动电压; $a$  为两相邻电极间的距离; $d_{33}$  为纤维纵向压电应变常数。

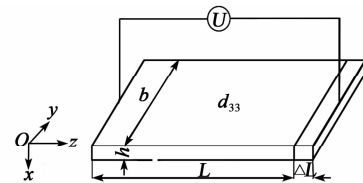


图 2 MFC\_P1 驱动器  $d_{33}$  效应

M2807-P1 长度为 40 mm、宽度为 18 mm、厚度为  $(0.3 \pm 0.1)$  mm;压电层长 28 mm、宽 7 mm、厚  $(0.178 \pm 0.1)$  mm,相邻电极的间距为 0.4 mm。假定 MFC 中的压电陶瓷纤维层为横观各向同性的材料,其有效材料参数<sup>[11-13]</sup>如表 1 所示。表中, $E_m$  为杨氏模量, $G$  为剪切模量, $\mu$  为泊松比, $\rho$  为密度。

表 1 有限元仿真 MFC 压电层有效材料参数<sup>[11-13]</sup>

纤维纵向压电应变常数		$d_{33} = 4.6 \times 10^{-10}$ m/V		
弹性常数	$E_{m1} = 9.37$ GPa	$E_{m2} = 15.33$ GPa	$E_{m3} = 32.58$ GPa	
	$\mu_{12} = 0.188$	$\mu_{21} = 0.334$	$\mu_{13} = 0.116$	
	$\mu_{31} = 0.405$	$\mu_{23} = 0.147$	$\mu_{32} = 0.313$	
	$G_{12} = 5.26$ GPa	$G_{13} = 2.476$ GPa	$G_{12} = 2.76$ GPa	
介电常数/( $F \cdot m^{-1}$ )		$\varepsilon_{33}^e = 0.734 \times 10^8$	$\varepsilon_{11}^e = \varepsilon_{22}^e = 0.850 \times 10^8$	
密度/( $kg \cdot m^{-3}$ )		$\rho_{MFC} = 7\ 500$		

M2807-P1 压电层上、下表面覆盖有指间交叉模式的电极(55 个相邻电极间距为 0.4 mm),如图 3<sup>[21]</sup>所示。图中,坐标轴 1 表示纤维的极化方向,坐标轴 2 表示铜电极方向,坐标轴 3 表示 MFC 厚度方向。很多应用于工程中的 MFC 有限元模型是假定均匀压电陶瓷层和整体的电极层,忽略 MFC 本身指间交叉电极的设计及其对 MFC 变形的影响,不能模拟 MFC 的真实变形。因此,有必要建立一个 MFC 简化等效的模型,既能模拟出 MFC 的真实变形,也可减少计算的成本。本文对 MFC\_P1 型驱动器进行等效有限元建模,考虑主要力学层,即压电陶瓷纤维层(包括压电陶瓷纤维和环氧树脂),忽略了其他层,并假定该层为均匀压电层,纤维的极化方向相同,采用电压递进的电势设置,如图 4 所示,模拟 MFC\_P1 驱动器的真实变形。

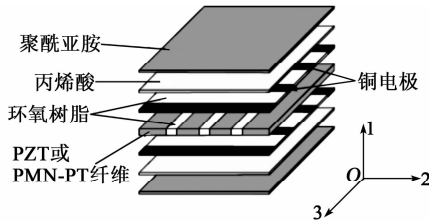


图 3 MFC 的分层结构

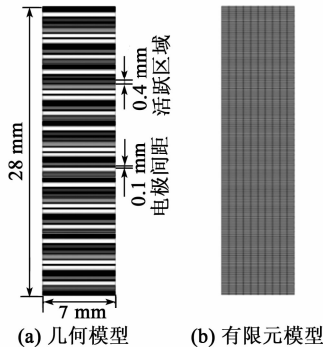


图 4 M2807-P1 几何模型及有限元模型

通过在 ANSYS-APDL 软件环境中进行模拟,有限元建模假定压电层全部为压电材料,采用压电耦合六面体单元 Solid226(20 节点,在每个节点处有 3 个平移自由度,以及 1 个与压电性质相关的自由度)建模,可模拟出压电材料机电耦合效应。

### 1.2 数值验证

根据制造商提供的数据,M8528-P1 中  $d_{33}$  值与电场  $E$  有关,当  $E > 1\,000\text{ V/mm}$ ,  $d_{33} = 4.6 \times 10^{-10}\text{ m/V}$  时,有必要对制造商所提供的  $d_{33}$  值进行修正,使数值计算出的自由应变和阻滞力值与参考值在一定误差范围内,将修正后的  $d_{33}$  值应用到数值

模型中。图 5 为不同  $d_{33}$  值下的自由应变和阻滞力。数值验证的机械和电压边界条件如表 2 所示。

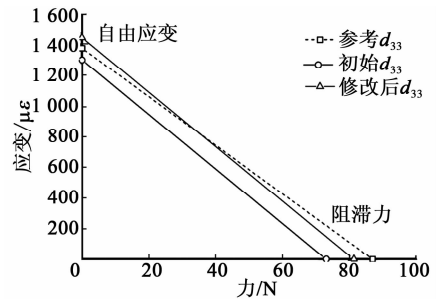


图 5 不同  $d_{33}$  下的自由应变和阻滞力

表 2 数值模型验证的边界条件

MFC 表面	力学边界条件	电压边界条件
底面 ( $zy$ 平面)	约束 MFC 底面(位于 $zy$ 平面)在 $Ox$ 方向上没有位移,只允许在 $zy$ 平面内运动	相同的 $Oz$ 方向上,MFC 底面和上表面的电极表面设置相同恒定的电势值,且电压逐渐递增,相邻的电压差为 2 000 V
上表面 ( $zy$ 平面)	—	—
横截面 1 ( $xy$ 平面)	约束一端横截面在 $Oz$ 方向上位移为 0	—
横截面 2 ( $xy$ 平面)	—	—
侧面 1 ( $xz$ 平面)	耦合侧面上的节点在 $Oy$ 方向上的位移相同	—
侧面 2 ( $xz$ 平面)	—	—

图 6 为 M2807-P1 沿极化方向( $z$  轴)的自由应变图,位于 2 个相邻电极间的压电纤维在极化方向是平面内拉伸模式,同时上、下电极中间存在一个应变不活跃区域,与文献[5-6,11-16]研究 MFC 在细尺度建模吻合较好。仿真结果表明,上述有限元数值模型可有效地模拟出 MFC 的工作变形。

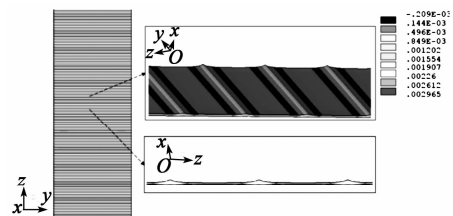


图 6 M2807-P1 在极化方向( $z$  轴)的自由应变图

## 2 MFC-铝合金悬臂梁模型有限元分析

本文建立了 M2807-P1-悬臂梁试件验证 MFC 有限元数值模型。悬臂梁材料为 6061 铝合金,材料密度为  $2\,700\text{ kg/m}^3$ ,弹性模量为  $67\text{ GPa}$ ,泊松比为  $0.23$ 。铝合金板自由端长  $0.200\text{ m}$ ,夹持长度  $0.050\text{ m}$ ,宽  $0.029\text{ m}$ ,厚  $0.001\,2\text{ m}$ ,M2807-P1 驱动器位于悬臂梁根部,如图 7 所示。

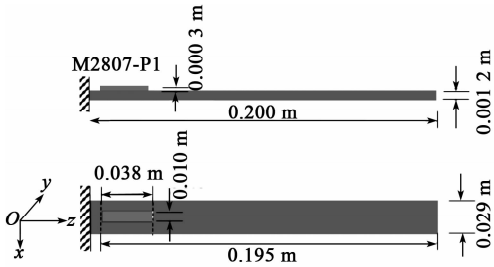


图 7 M8528-P1-铝合金悬臂梁示意图

借助 ANSYS-APDL 软件,基于 MFC 均匀压电层等效有限元模型,对 MFC-悬臂梁结构进行仿真分析。在 APDL 中参照表 1 中的 MFC 材料参数和改进后的  $d_{33}$  (为  $5.11 \times 10^{-10}\text{ m/V}$ ),设置 MFC 材料参数。MFC 采用 Solid226 (20 节点,每个节点处有 3 个平移自由度和 1 个压电相关的自由度)建模,悬臂梁部分采用六面体单元 Solid186 (20 节点,每个节点处有 3 个平移自由度)建模。假定 MFC 与悬臂梁间粘接良好,建模时不考虑粘接层的影响,采用粘接操作连接 MFC 和悬臂梁间的结点。通过约束梁根部一端节点的所有机械自由度实现模型的机械边界条件。模态分析计算采用 Block Lanczos 方法,求解 MFC-悬臂梁的固有频率和振型;静力分析,数值计算 MFC-悬臂梁自由端的静位移,将 MFC 的电极表面一端电极端保持恒定电压为 0,并在 MFC 的电极表面施加递进的  $0\sim 1\,000\text{ V}$  的电压负载作为电压边界条件。在 ANSYS-APDL 软件中进行结构-压电耦合场分析,网格划分如图 8 所示。

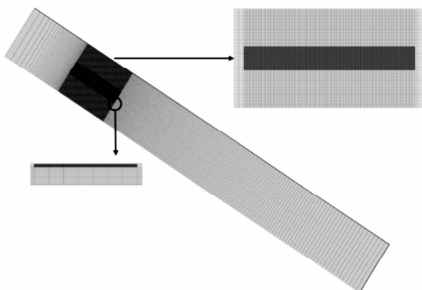


图 8 M8528-P1-铝合金悬臂梁有限元模型

## 3 MFC-悬臂梁试验

### 3.1 试验装置

图 9 为试验装置,由几个子系统组成。第一个

子系统是带有 MFC 驱动器的铝合金梁,被夹持在振动隔振台上,MFC 粘贴在铝合金的根部位置进行激励。第二个子系统包括一个恒电压功率放大器和一个信号发生器,提供了施加到 MFC 驱动器的开环控制(无反馈)电压变化。测量子系统可监控梁的振动,模态试验采用 Polytech 公司多点扫描测振仪 PSV-500-H 测量,根据悬臂梁几何形状,布置四边形结点扫描网格,每一个结点的振动速度可以单独测量,单点测量方式测量 MFC-悬臂梁自由端边缘测点 A 振动响应,逐点扫描方式得到各点频域响应幅值和相位,绘制模态振型;静力试验测量采用激光位移传感器,测量 MFC-悬臂梁自由端中间测点 B 的静挠度。PC 端接收测量系统的数据,记录、保存和分析测量数据。

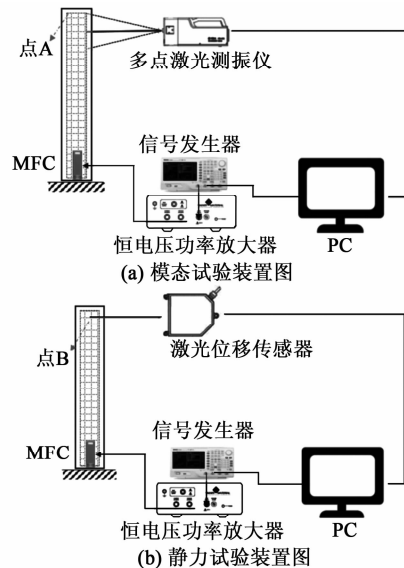


图 9 试验装置图

选择悬臂梁夹持端根部处粘贴 MFC 的原因是:在悬臂梁前几阶模态下,根部位置的  $z$  轴方向的应变都较大,以保证有足够的激励能量(应变能)从 MFC 传递到结构的每一部分;同时根部位置是各阶弯曲模态的模式节点位置,贴在根部位置对悬臂梁自身的模态振型改变影响较小。

### 3.2 模态试验

本文设计的 MFC 激励系统,可以实现 3 种典型的激励方式,即快速正弦扫频、白噪声随机和阶跃激励,同时敲击试件根部,进行传统的锤激法测试,测量 MFC-悬臂梁自由端边缘测点 A 的速度响应信号(见图 9(a))。

图 10(a)为锤激法响应信号进行快速傅里叶变

换得到的频谱图。图 10(b)~(d)为 3 种 MFC 激励响应信号对应的频谱图。MFC 激励响应频谱中主要有 7 个峰值,依次为一弯、二弯、一扭、三弯、四弯、扭转、五弯模态。由图可知,MFC 激励法快速正弦扫频响应的频谱具有较高的信噪比。

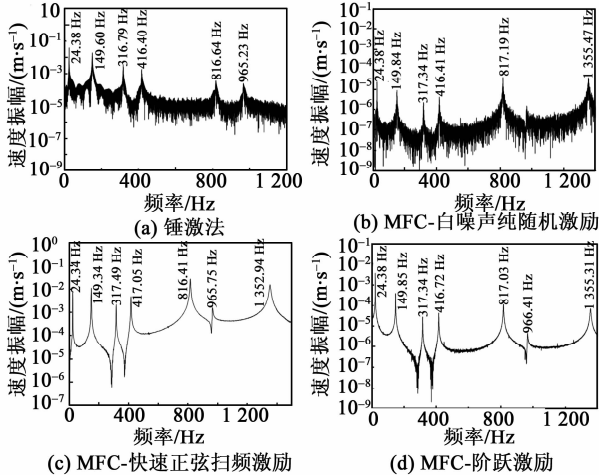


图 10 锤激法和 MFC 激励法响应频谱图

### 3.3 静力试验

静力试验中,MFC 驱动电压  $U(t)$  可用 Heaviside 阶跃函数描述,即

$$U(t) = A \cdot H(250 - \text{mod}(t, 500)) \quad (5)$$

表 3 仿真和试验的 MFC-铝合金梁的固有频率

弯曲模态	有限元计算/Hz	MFC 驱动器测试							
		锤激法测试		周期快扫(快速正弦扫频)信号		白噪声随机信号		阶跃激励	
		频率/Hz	偏差/%	频率/Hz	偏差/%	频率/Hz	偏差/%	频率/Hz	偏差/%
1	24.53	24.38	-0.64	24.34	-0.79	24.38	-0.64	24.38	-0.64
2	152.20	149.60	-1.71	149.85	-1.55	149.84	-1.55	150.00	-1.45
3	424.24	416.40	-1.85	416.72	-1.77	416.41	-1.85	416.71	-1.77
4	830.09	816.64	-1.62	816.03	-1.57	817.19	-1.55	817.03	-1.57
5	1 373.20			1 355.31	-1.30	1 355.47	-1.30	1 355.40	-1.30

图 12 为 MFC-铝合金悬臂梁的前 5 阶有限元仿真和试验测量的弯曲模态振型图。

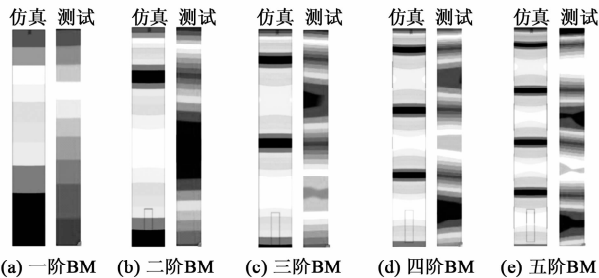


图 12 铝合金板前 5 阶弯曲模态有限元仿真振型和测试振型

式中: $A$  为阶跃幅值; $\text{mod}(\dots)$  为取模函数。

图 11 为给 MFC 施加 1 000 V 阶跃电压时悬臂梁自由端 B 点位移变化。由图可看出两种效应,第一个效应是自由阻尼振动,电压从 0 变到 1 000 V 后振荡;第二个效应是 MFC 压电元件的蠕变,当施加在 MFC 驱动器的电压不再变化时,悬臂梁的自由端 B 点位移值随着时间缓慢变化,并在一定时间后达到稳定值。

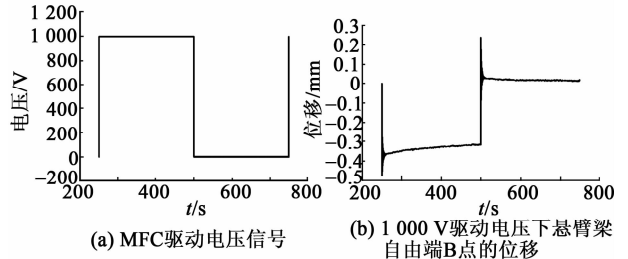


图 11 静力试验结果图

## 4 结果比较

### 4.1 模态试验结果

表 3 比较了仿真和试验的 MFC-铝合金悬臂梁的前 5 阶典型弯曲模态固有频率和偏差。有限元法仿真结果比锤激法及 MFC 激励法得到的固有频率略高,最大偏差不超过 2%,验证了上述的 MFC 有限元模型。

图 13 为铝合金板中线上的节点垂直位移的有限元仿真和试验结果。

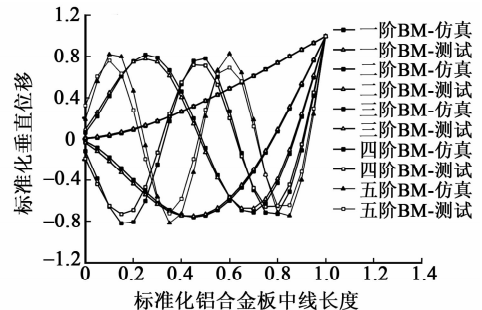


图 13 铝合金板前 5 阶弯曲模态中线的节点垂直位移图

由图 12 可知,弯曲模态的各阶次有限元仿真和试验测量的振型符合较好,弯曲模态的特征和模态节点位置一致,并使用模态置信准则(MAC)对模态振型进行相关性验证<sup>[22-23]</sup>。

MFC-悬臂梁的模态振型的矩阵对角元素都大于 0.97,所有非对角矩阵元素都小于 0.03(见图 14),按照相关规定<sup>[22-23]</sup>可知有限元仿真计算和试验测量的模态振型相似,验证了有限元数值模型。

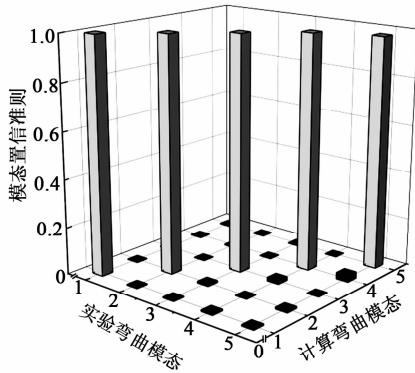


图 14 MFC-铝合金悬臂梁模态置信系数 MAC

#### 4.2 静力学试验

为了准确地量化有限元仿真结果与试验测量结果的差异,本文进行了静力学实验。

试验获得了施加电压为 100 V、200 V、300 V、400 V、500 V、600 V、700 V、800 V、900 V、1 000 V 10 种情况下梁的静态偏转值。图 15 为有限元法(FEM)仿真和试验测量得到的悬臂梁自由端 B 点位移。表 4 为两者的具体分析。FEM 仿真和实验结果基本一致,计算出的差异不超过 2%。

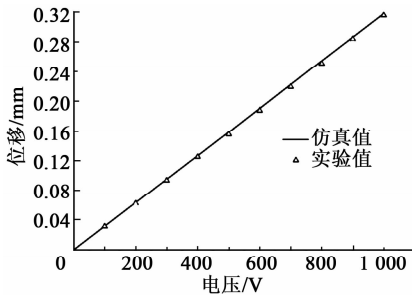


图 15 FEM 仿真和试验下悬臂梁自由端点 B 的位移

表 4 FEM 仿真和试验测量得到的悬臂梁自由端点 B 挠度比较

驱动电压/V	实验挠度/mm	FEM 计算挠度/mm	相对误差/%
1 000	-0.315 6	-0.317 8	0.70
900	-0.283 6	-0.286 0	0.86
800	-0.250 7	-0.254 2	1.40

#### 续表

驱动电压/V	实验挠度/mm	FEM 计算挠度/mm	相对误差/%
700	-0.219 6	-0.222 5	1.29
600	-0.187 8	-0.190 7	1.51
500	-0.156 2	-0.158 9	1.72
400	-0.125 4	-0.127 1	1.34
300	-0.093 9	-0.095 3	1.55
200	-0.062 5	-0.063 6	1.73
100	-0.031 4	-0.031 8	1.23

#### 5 结论

本文考虑 MFC\_P1 驱动器指间交叉电极设计,建立 MFC\_P1 驱动器均质压电层等效有限元模型,借助 ANSYS-APDL 软件对 MFC 进行结构-压电耦合场的仿真计算。对含有 MFC\_P1 驱动器的铝合金悬臂梁进行数值研究和试验研究,主要结论如下:

1) 通过自由应变和阻滞力的数值仿真,与制造商提供的参考数据相比,初始纤维纵向压电应变常数  $d_{33}$  值仿真计算的 MFC 自由应变和阻滞力的误差分别为 -5.5% 和 15.95%,修正  $d_{33}$  值为  $5.11 \times 10^{-10}$  m/V 后,仿真得到的自由应变和阻滞力的误差分别减小为 5% 和 -6.4%,从数值上验证了 MFC\_P1 有限元模型。

2) MFC-铝合金悬臂梁仿真和试验结果显示,弯曲模态的固有频率误差不超过 2%,模态振型对角元素模态置信系数(MAC)大于 0.97,非对角元素 MAC 小于 0.03;不同电压下的 MFC-悬臂梁自由端 B 点的静态偏转误差不超过 2%。FEM 仿真和实验结果之间达成一致,说明了 MFC-P1 有限元模型的可信度。

3) 本文提出的 MFC-P1 驱动器的有限元模型,与细观尺度的 MFC 有限元模型相比,节约了计算成本,可以应用于实际工程中,后续将对含有 MFC-P1 驱动器的复合材料叶片进行进一步的数值仿真和试验研究。

试验结果表明,压电纤维复合材料 MFC 应用在模态测试上的优势,操作简单,重复性好,尤其是快速正弦扫频信号具有较高的信噪比。

#### 参考文献:

[1] BENT A A. Active fiber composites for structural actuation[D]. Cambridge, Massachusetts, USA: Massachusetts Institute of Technology, 1997.  
 [2] WILKIE W K, BRYANT R G, HIGH J W, et al. Low-

- cost piezocomposite actuator for structural control applications[C]//Bellingham, Washington, USA: Smart Structures and Materials 2000; Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies. International Society for Optics and Photonics, 2000, 3991:323-335.
- [3] WILLIAMS R B, PARK G, INMAN D J, et al. An overview of composite actuators with piezoceramic fibers[J]. Proceeding of IMAC XX, 2002, 47(4):421-427.
- [4] WILKIE W K, INMAN D J, HIGH J W, et al. Recent developments in nasa piezocomposite actuator technology[R]. Bremen, Germany: International Conference on New Actuators, 2004.
- [5] DERAEMAERKER A, NASSER H. Numerical evaluation of the equivalent properties of macro fiber composite (MFC) transducers using periodic homogenization[J]. International Journal of Solids & Structures, 2010, 47(24):3272-3285.
- [6] STEIGER K, MOKRY P. Finite element analysis of the macro fiber composite actuator: macroscopic elastic and piezoelectric properties and active control thereof by means of negative capacitance shunt circuit[J]. Smart Materials & Structures, 2015, 24(2):1-14.
- [7] 刘永刚, 陈勇, 沈星. 叉指形电极压电驱动器性能分析[J]. 电子元件与材料, 2005, 24(4):1-4.
- [8] 刘永刚, 沈星, 赵东标, 等. 压电纤维复合材料的研究[J]. 宇航材料工艺, 2007, 37(5):18-21.
- [9] 杨宾华. 含压电纤维复合材料机电耦合问题的研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2008.
- [10] 杨宾华. 含压电纤维复合材料的电-弹场及其有效性能预测[D]. 南京:南京航空航天大学, 2011.
- [11] GUENNAM A E, LUCCIONI B M. Piezoelectric shell FE for the static and dynamic analysis of piezoelectric fibre composite laminates[J]. Smart Materials and Structures, 2009, 18(9): 095044.
- [12] DONG Z Z, FARIA C, HROMČÍK M, et al. Equivalent force modeling of macro fiber composite actuators integrated into non-homogeneous composite plates for dynamic applications[J]. Smart Materials and Structures, 2017, 26(9): 095040.
- [13] TRINDADE M A, BENJEDDOU A. Finite element homogenization technique for the characterization of  $d_{15}$  shear piezoelectric macro-fibre composites[J]. Smart Materials and Structures, 2011, 20(7): 07501.
- [14] PRASATH S S, AROCKIARAJAN A. Influence of bonding layer on effective electromechanical properties of macro-fiber composites (MFCs)[J]. Smart Materials and Structures, 2014, 23(9):095046.
- [15] 刘永刚. 基于 ANSYS 的交叉指形电极压电纤维复合材料仿真研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2005.
- [16] 李允, 沈星, 徐蕾. 基于 ANSYS 的 1-3 型压电纤维复合材料结构优化[J]. 航天制造技术, 2008(4):1-5.
- [17] PARADIES R, SCHL PFER B. Finite element modeling of piezoelectric elements with complex electrode configuration[J]. Smart Materials & Structures, 2009, 18(2):025015.
- [18] JAROSLAW L. Modelling of macro fiber composite piezoelectric active elements in ABAQUS system[J]. Eksploatacja i Niezawodność-Maintenance and Reliability, 2011, 52(4):72-78.
- [19] GUENNAM A E, LUCCIONI B M. Piezoelectric shell FE for the static and dynamic analysis of piezoelectric fibre composite laminates[J]. Smart Materials & Structures, 2009, 18(9):095044.
- [20] Smart material MFC overview [EB/OL]. <http://www.smart-material.com/MFC-product-main.html>, 2018-03-08/2018-06-08.
- [21] PARK J S, KIM J H. Analytical development of single crystal macro fiber composite actuators for active twist rotor blades[J]. Smart Materials and Structures, 2005, 14(4):745.
- [22] EWINS D J. Modal testing: theory and practice[M]. Letchworth: Research Studies Press, 1984.
- [23] HEYLEN W. Modal analysis theory and testing[M]. 2nd ed. Leuven, Belgium: Departement Werktuigkunde Press, 1998.