

一种残差模糊匹配的非线性目标跟踪改进算法

腾红磊^{1,2}, 王跃钢¹, 杨波¹, 单斌¹, 张复建¹

(1. 火箭军工程大学 三系, 陕西 西安 710025; 2. 火箭军士官学院, 山东 青州 262500)

摘要:为解决目标跟踪中因系统滤波初值不准确和噪声统计特性未知引起标准非线性卡尔曼算法估计误差变大问题, 该文提出一种基于残差的模糊自适应(RTSFA)非线性目标跟踪算法。在确定采样型滤波基本框架的基础上, 给出了在线性化误差约束条件下高斯权值的积分一般形式, 并利用李雅普诺夫第二方法证明了该算法估计误差有界收敛的充分条件。进一步构建自适应噪声协方差矩阵在线估计噪声特性, 并引入 Takagi-Sugeno 模型和量测椭球界限规则选择噪声估计器调节因子, 有效提高了算法的收敛速度和滤波精度。通过滤波初值信息不明和量测噪声时变的纯方位目标跟踪模型, 验证了非线性目标跟踪算法具有更好的跟踪精度和更强的鲁棒性。

关键词: 目标跟踪; 滤波精度; 确定采样型滤波; 非线性; 量测噪声时变

中图分类号: TN96; TN713

文献标识码: A

DOI: 10.11977/j.issn.1004-2474.2019.02.032

An Improved Algorithm for Nonlinear Target Tracking Based on Residual Fuzzy Matching

TENG Honglei^{1,2}, WANG Yuegang¹, YANG Bo¹, SHAN Bin¹, ZHANG Fujian¹

(1. Dept. 3, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China;

2. Rocket Force Petty Officer Academy, Qingzhou 262500, China)

Abstract: A nonlinear target tracking algorithm based on residual Takagi-Sugeno fuzzy adaptation (RTSFA) is proposed in order to solve the problem that the estimation error of the standard nonlinear Kalman algorithm increases due to the inaccurate initial value of system filter and the unknown statistical characteristics of the noise in the target tracking. Based on the basic framework of deterministic sampled filtering, the general form of Gaussian weight integral under linearization error constraints is given, and the sufficient condition for the bounded convergence of the estimation error of the algorithm is proved by the Lyapunov's second method. Furthermore, the on-line estimation noise characteristics of the adaptive noise covariance matrix are further constructed, and the Takagi-Sugeno model and the measurement ellipsoid boundary rule are introduced to select the noise estimator adjustment factor, which can effectively improve the convergence speed and the filtering accuracy of the algorithm. It is verified that the nonlinear target tracking algorithm has better tracking accuracy and stronger robustness by using the pure azimuth target tracking model with unknown initial value information and time variation measurement noise.

Key words: target tracking; filtering accuracy; deterministic sampling filter; nonlinearity; time variation of measurement noise

0 引言

近年来,非线性卡尔曼滤波由于其优点而得到国内外学者的深入研究。其中,扩展卡尔曼滤波器(EKF)及其一些改进算法得到较广泛的应用,但需计算雅克比矩阵,且一阶线性化近似精度低^[1]。为了克服 EKF 的理论局限性,Julier 等提出无迹卡尔

曼滤波(UKF)算法^[2],避免雅克比矩阵的复杂计算,但应对高维数系统存在发散可能。Arasaratnam 等^[3]使用三阶球面-相径容积法则代替 Unscented 变换近似计算策略,提出容积卡尔曼滤波(CKF),并被应用于导航定位、目标跟踪和动态定位等领域^[4-5]。上述方法是基于状态先验分布选择确定数

收稿日期:2018-06-06

基金项目:国防预研究基金资助项目(403050202)

作者简介:腾红磊(1984-),男,河南商丘人,讲师,博士,主要从事惯性导航及测试的研究。通信作者:王跃钢(1959-),男,教授,主要从事惯性导航、重力匹配导航的研究。

目的采样点,并对非线性函数直接传递后的采样点加权处理,以近似获得状态后验概率密度分布,数学意义上统一归为确定采样型滤波器。

非线性卡尔曼滤波在应用于目标跟踪时性能依赖于噪声统计特性和系统模型是否准确,否则引起系统估计误差持续增大,甚至滤波发散。针对先验统计特性未知和估计误差较大约束条件下的 EKF 算法,通过选择合适的噪声协方差矩阵能提高滤波数值稳定性和收敛速率^[6]。因此,学者提出当模型的非线性和噪声先验统计特性满足一定条件时 UKF 估计误差有界收敛,并指出调整噪声协方差矩阵能确保滤波器收敛^[7]。孙妍等将 STF 算法引入 CKF 算法框架,提出容积卡尔曼的自适应改进算法 (ACKF),仿真结果证实了可行性^[8]。虽然 CKF 及其相关改进算法能有效提高滤波精度和数值稳定性,抑制滤波发散,但缺少相关的理论对 CKF 的数值稳定性和滤波收敛性进行系统的分析^[9]。

本文基于已获得的非线性算法的收敛性结论,提出一种基于残差的模糊自适应 (RTSFA) 非线性目标跟踪算法,利用李雅普诺夫第二方法给出算法收敛的充分条件,将 T-S 模糊逻辑和量测椭圆界限规则引入非线性跟踪算法,最后给出 RTSFA 算法的具体流程。

1 RTSFA 目标跟踪算法机理

假设非线性离散系统和量测模型描述如下:

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \omega_k \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_{k+1} = h(\mathbf{x}_{k+1}) + \nu_{k+1} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$ 为 k 时刻系统的状态向量; $\mathbf{u}_k \in \mathbf{R}^p$ 为控制向量; $\mathbf{y}_k \in \mathbf{R}^m$ 为量测向量; $\omega_k \in \mathbf{R}^n, \nu_k \in \mathbf{R}^m$ 分别为零均值且线性无关的高斯白噪声; 函数 $f(x_k)$ 和 $h(x_k)$ 分别为状态和量测的非线性函数。

首先,定义估计误差和一步预测误差为

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{x}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1} \quad (3)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \mathbf{x}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \quad (4)$$

这里基于文献[10-11]对误差表达式进行简化:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} \approx \mathbf{F}_k \tilde{\mathbf{x}}_k + \omega_k \quad (5)$$

式中: \mathbf{F}_k 为在预测值 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 的雅克比矩阵。

因线性化近似时忽略了高阶项,为了得到严格的预测误差等式,这里定义 2 个未知对角矩阵 $\beta_k = \text{diag}(\beta_{1,k}, \dots, \beta_{n,k}), \alpha_k = \text{diag}(\alpha_{1,k}, \dots, \alpha_{n,k})$,使得下式成立:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \beta_k \mathbf{F}_k \tilde{\mathbf{x}}_k + \omega_k = \tilde{\mathbf{F}}_k \tilde{\mathbf{x}}_k + \omega_k \quad (6)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_{k+1|k} = \alpha_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \nu_{k+1} = \tilde{\mathbf{H}}_{k+1} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \nu_{k+1} \quad (7)$$

式中: \mathbf{H}_{k+1} 为量测在预测值 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 的雅克比矩阵。

由 Sigma 点卡尔曼滤波 (SPKF) 算法^[12] 可得,系统滤波满足高斯分布积分:

$$I_N(f) = \int_{\mathbf{R}^n} f(x) N(x; \hat{x}, P) dx \approx \sum_{i=1}^m \omega_i f(\hat{x} + \sqrt{P} \xi_i) \quad (8)$$

式中: 状态变量的初值 x_0 服从高斯分布 $N(\hat{x}_0, P_0)$, 且与 ω_k 和 ν_k 无关; m 为积分点个数; ω_i 为相应权重; $\xi_i = \sqrt{n} \mathbf{e}_i, \mathbf{e}_i \in \mathbf{R}^n$ 表示第 i 个单位列向量。由此得到状态一步预测及协方差^[13] 为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \sum_{i=1}^m \omega_i f(\boldsymbol{\chi}_{i,k}, u_k) \quad (9)$$

$$\hat{P}_{k+1|k} = \omega_i \sum_{i=1}^m f(\boldsymbol{\chi}_{i,k}, u_k) f(\boldsymbol{\chi}_{i,k}, u_k)^T - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}^T + \mathbf{Q}_k \quad (10)$$

式中: $\boldsymbol{\chi}_{i,k} = \mathbf{S}_k \boldsymbol{\xi}_i + \hat{\mathbf{x}}_k; \hat{P}_k = \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^T; \mathbf{Q}_k$ 为状态方程噪声协方差。

量测预测及协方差、互协方差为

$$\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k} = \omega_i \sum_{i=1}^{2n} h(\boldsymbol{\chi}_{i,k+1|k}) \quad (11)$$

$$\hat{P}_{yy,k+1|k} = \omega_i \sum_{i=1}^m h(\boldsymbol{\chi}_{i,k+1|k}) h(\boldsymbol{\chi}_{i,k+1|k})^T - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k} \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}^T + \mathbf{R}_{k+1} \quad (12)$$

$$\hat{P}_{xy,k+1|k} = \omega_i \sum_{i=1}^m f(\boldsymbol{\chi}_{i,k}, u_k) h(\boldsymbol{\chi}_{i,k+1|k})^T - \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}^T \quad (13)$$

式中: $\boldsymbol{\chi}_{i,k+1|k} = \mathbf{S}_{k+1|k} \boldsymbol{\xi}_i + \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}; \hat{P}_{k+1|k} = \mathbf{S}_{k+1|k} \cdot \mathbf{S}_{k+1|k}^T; \mathbf{R}_{k+1}$ 为量测方程噪声协方差。

状态更新及协方差、卡尔曼增益为

$$\mathbf{K}_{k+1} = \hat{P}_{xy,k+1|k} \hat{P}_{xy,k+1|k}^{-1} \quad (14)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \tilde{\mathbf{F}}_k (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{H}}_k) \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} - \tilde{\mathbf{F}}_k \mathbf{K}_k \nu_k + \omega_k \quad (15)$$

$$\hat{P}_{k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - \mathbf{K}_{k+1} \hat{P}_{yy,k+1|k} \mathbf{K}_{k+1}^T \quad (16)$$

由式(3)、(4)、(15)易得

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} - \mathbf{K}_{k+1} \tilde{\mathbf{y}}_{k+1|k} \quad (17)$$

整理式(17)、(7),代入(6)可得

$$\tilde{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \tilde{\mathbf{F}}_k (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{H}}_k) \tilde{\mathbf{x}}_{k|k-1} - \tilde{\mathbf{F}}_k \mathbf{K}_k \nu_k + \omega_k \quad (18)$$

因此,可求得预测误差协方差为

$$P_{k+1|k} = \mathbf{A}_k \hat{P}_{k|k-1} \mathbf{A}_k^T + \Delta P_{k|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{R}_k \mathbf{B}_k^T \quad (19)$$

式中: $\mathbf{A}_k = \tilde{\mathbf{F}}_k (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{H}}_k)$; $\mathbf{B}_k = \tilde{\mathbf{F}}_k \mathbf{K}_k$

假设 $\hat{P}_{k+1|k} = P_{k+1|k} + \delta P_{k+1|k} = \mathbf{A}_k \hat{P}_{k|k-1} \mathbf{A}_k^T + \hat{Q}_k$ 为式(10)中协方差值与式(19)中真实协方差的偏差,于是式(10)可改写为

$$\hat{P}_{k+1|k} = P_{k+1|k} + \delta P_{k+1|k} = \mathbf{A}_k \hat{P}_{k|k-1} \mathbf{A}_k^T + \hat{Q}_k \quad (20)$$

式中 $\hat{Q}_k = \Delta P_{k|k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{R}_k \mathbf{B}_k^T + Q_k + \delta P_{k+1|k}$, $\Delta P_{k|k-1}$ 为 $E(\mathbf{A}_k \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1} \bar{\mathbf{x}}_{k|k-1}^T \mathbf{A}_k^T)$ 与近似值 $\mathbf{A}_k P_{k|k-1} \mathbf{A}_k^T$ 之间的偏差。同理,将式(12)改写为

$$\hat{P}_{xy,k+1|k} = \tilde{\mathbf{H}}_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{H}}_{k+1}^T + \hat{R}_{k+1} \quad (21)$$

其中 $\hat{R}_k = \Delta P_{yy,k+1} + R_{k+1} + \delta P_{yy,k+1|k}$ 。互协方差为

$$\hat{P}_{xy,k+1|k} = \hat{P}_{k+1|k} \mathbf{G}_{k+1}^T \quad (22)$$

式中: $\mathbf{G}_{k+1}^T = \begin{cases} \alpha_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} \boldsymbol{\varphi}_{k+1}^T & (n \geq m) \\ \boldsymbol{\varphi}_{k+1}^T \alpha_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} & (n \leq m) \end{cases}$, 定义 $\boldsymbol{\varphi}_{k+1}^T$ 为

一未知时变矩阵,表示计算 $\hat{P}_{xy,k+1|k}$ 时的线性化误差。滤波增益和估计协方差更新为

$$\mathbf{K}_{k+1} = \hat{P}_{k+1|k} \mathbf{G}_{k+1}^T [\tilde{\mathbf{H}}_{k+1} \hat{P}_{k+1|k} \tilde{\mathbf{H}}_{k+1}^T + \hat{R}_{k+1}]^{-1} \quad (23)$$

$$\hat{P}_{k+1} = \hat{P}_{k+1|k} - \mathbf{K}_{k+1} (\hat{P}_{k+1|k} \mathbf{G}_{k+1})^T \quad (24)$$

通过定义未知的对角矩阵,给出基于 SPKF 基本框架且含有线性误差的系统滤波严格形式,下面进一步分析 RTSFA 算法机理收敛的充分条件。

2 RTSFA 目标跟踪算法机理收敛性分析

对式(3)的估计误差进行分析,下面不加证明的给出关于随机过程有界性的结论^[14]:

引理 1 假设存在随机过程 $V_k(\eta_k)$, 实数 v_{\min} , v_{\max} , $\mu > 0$, $0 < \lambda \leq 1$, 使得随机过程 η_k 的每个解都满足下式:

$$v_{\min} \|\eta_k\|^2 \leq V_k(\eta_k) \leq v_{\min} \|\eta_k\|^2 \quad (25)$$

$$E[V_k(\eta_k) | \eta_k] - V_{k-1}(\eta_{k-1}) \leq \mu - \lambda V_{k-1}(\eta_{k-1}) \quad (26)$$

则随机过程均方指数有界,即

$$E[\|\theta_k\|^2] \leq \frac{v_{\max}}{v_{\min}} E[\|\theta_0\|^2] (1-\lambda)^k + \mu/v_{\min} \sum_{i=1}^{k-1} (1-\lambda)^i \quad \forall k \geq 0 \quad (27)$$

为证明过程更准确,有如下假设:

假设 1 非线性系统(见式(1)、(2))对于 $k \geq 0$, 存在 u_{\min} , u_{\max} , s_{\min} , s_{\max} , β_{\min} , β_{\max} , α_{\min} , α_{\max} , $\varphi_{\max} \neq 0$ 使以下不等式成立:

$$\begin{cases} u_{\min}^2 \mathbf{I} \leq \mathbf{F}_k \mathbf{F}_k^T \leq u_{\max}^2 \mathbf{I} \\ s_{\min}^2 \mathbf{I} \leq \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^T \leq s_{\max}^2 \mathbf{I} \\ \boldsymbol{\varphi}_k \boldsymbol{\varphi}_k^T \leq \varphi_{\max}^2 \mathbf{I} \\ \beta_{\min}^2 \mathbf{I} \leq \boldsymbol{\beta}_k \boldsymbol{\beta}_k^T \leq \beta_{\max}^2 \mathbf{I} \\ \alpha_{\min}^2 \mathbf{I} \leq \boldsymbol{\alpha}_k \boldsymbol{\alpha}_k^T \leq \alpha_{\max}^2 \mathbf{I} \end{cases} \quad (28)$$

假设 2 非线性系统(见式(1)、(2))存在实数 $p_{\max} > 0$, $r_{\max} > 0$, $q_{\max} > 0$, 且存在 $p_{\min} > 0$, $\hat{q}_{\min} > 0$, $\hat{r}_{\min} > 0$, 使得以下不等式成立:

$$\begin{cases} p_{\min} \mathbf{I} \leq P_k \leq p_{\max} \mathbf{I} \\ \hat{q}_{\min} \mathbf{I} \leq \hat{Q}_k \\ \hat{r}_{\min} \mathbf{I} \leq \hat{R}_k \\ Q_k \leq q_{\max} \mathbf{I} \\ R_k \leq r_{\max} \mathbf{I} \end{cases} \quad (29)$$

定理 1 基于上述给定的非线性系统,在假设 1、2 满足的条件下,则估计误差 \hat{x}_k 均方根有界。

证明:定义李雅普诺夫函数:

$$V_{k+1}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}) = \bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}^T P_{k+1}^{-1} \bar{\mathbf{x}}_{k+1|k} \quad (30)$$

由引理 1, 首先,证明 $V_{k+1}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k})$ 有界且满足式(25)。基于假设 1、2 的各界限值,对式(6)求高斯白噪声下的条件期望可得

$$P_{\min} \mathbf{I} = p_{\min} \beta_{\min}^2 u_{\min}^2 \mathbf{I} \leq P_{k+1}^{-1} \leq p_{\max} \beta_{\max}^2 u_{\max}^2 \mathbf{I} + q_{\max} \mathbf{I} = P_{\max} \mathbf{I} \quad (31)$$

对式(31)求逆,左乘 $\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}^T$ 和右乘 $\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}$, 则有

$$\|\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}\|^2 / P_{\max} \mathbf{I} \leq V_{k+1}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \leq \|\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}\|^2 / P_{\min} \mathbf{I} \quad (32)$$

定义 $v_{\min} > 0$, $v_{\max} > 0$, 则 $V_{k+1}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k})$ 有界,即

$$v_{\min} \|\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}\|^2 \leq V_{k+1}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \leq v_{\max} \|\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}\|^2 \quad (33)$$

构造实数 λ_k, μ_k , 证明 $\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 均方根误差有界。整理式(20)可得

$$\hat{P}_{k+1|k} = \mathbf{A}_k (\hat{P}_{k|k-1} + \mathbf{A}_k^{-1} \times \hat{Q}_k \mathbf{A}_k^{-T}) \mathbf{A}_k^T \quad (34)$$

根据假设条件 1、2 的各界限值可得

$$\mathbf{A}_k^{-1} \hat{Q}_k \mathbf{A}_k^{-T} \geq \hat{q}_{\min} / (\beta_{\max} u_{\max})^2 (1 + \alpha_{\max} s_{\max} K')^2 \quad (35)$$

将式(35)代入式(34),并分别对不等式两端求逆:

$$\mathbf{A}_k^T \hat{P}_{k+1|k}^{-1} \mathbf{A}_k \leq (1 - \lambda_k) \hat{P}_{k|k-1}^{-1} \quad (36)$$

式中: $(1 - \lambda_k)^{-1} = 1 + \frac{\hat{q}_{\min}}{(\beta_{\max} u_{\max})^2 (1 + \alpha_{\max} s_{\max} K')^2 p_{\max}}$,

$K'_k = \frac{p_{\max} \varphi_{\max} \alpha_{\max} s_{\max}}{(\alpha_{\min} s_{\min})^2 p_{\min} + r_{\min}} \geq \|K_k\|$, 易见满足 $0 <$

$\lambda_k < 1$ 。将式(18)代入式(30),条件期望如下:

$$E\{V_{k+1}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k})|\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}\} = \bar{\mathbf{x}}_k^T|_{k-1} \mathbf{A}_k^T \hat{\mathbf{P}}_{k+1|k}^{-1} \mathbf{A}_k \bar{\mathbf{x}}_k^T|_{k-1} + \mu_k \quad (37)$$

$$\mu_k = E(v_k^T \mathbf{B}_k^T \hat{\mathbf{P}}_{k+1|k}^{-1} \mathbf{B}_k \mathbf{v}_k | \bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}) + E(\boldsymbol{\omega}_k^T \hat{\mathbf{P}}_{k+1|k}^{-1} \mathbf{B}_k \boldsymbol{\omega}_k | \bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \quad (38)$$

考虑恒等式 $\text{tr}(UV) = \text{tr}(VU)$,对式(38)两端求迹,存在实数 $\mu_k > 0$,且在假设条件下有界。将式(36)代入式(37)可得

$$E\{V_{k+1}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k})|\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}\} - V_k(\bar{\mathbf{x}}_k|_{k-1}) \leq \mu - \lambda_k V_k(\bar{\mathbf{x}}_k|_{k-1}) \quad (39)$$

由式(26)得 $\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 均方根有界,整理式(6)可得

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \tilde{\mathbf{F}}_k^{-1}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k} - \boldsymbol{\omega}_k) \quad (40)$$

不相关高斯白噪声下的 $\tilde{\mathbf{x}}_k$ 均方差如下:

$$E\{\bar{\mathbf{x}}_k^T \bar{\mathbf{x}}_k\} = E\{(\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k} - \boldsymbol{\omega}_k)^T \boldsymbol{\beta}_k^T (\mathbf{F}_k \mathbf{F}_k^T)^{-1} \boldsymbol{\beta}_k^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k} - \boldsymbol{\omega}_k)\} \quad (41)$$

联合假设 1、2 的各界限值可得

$$E\{\|\tilde{\mathbf{x}}_k\|_k\} \leq (u_{\min} \beta_{\min})^{-2} E\{\|\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}\| + \|\boldsymbol{\omega}_k\|\} \quad (42)$$

这里, $\bar{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ 均方根有界。同理,也可证得 $\boldsymbol{\omega}_k$ 均方根有界,因此 $\bar{\mathbf{x}}_k$ 均方根有界。虽然不同的 $\boldsymbol{\beta}_k$, $\boldsymbol{\alpha}_k$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_k$ 值能改变 v_{\min} , v_{\max} , μ_k 和 λ_k 值大小,但并不影响其正定,始终保持不等式(33)、(36)和 $0 < \lambda_k < 1$ 成立,说明算法的收敛性不受 $\boldsymbol{\beta}_k$, $\boldsymbol{\alpha}_k$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_k$ 约束。同时,当算法稳定且状态估计 $\hat{\mathbf{x}}_k$ 非常接近真实状态 \mathbf{x}_k 时, $\boldsymbol{\alpha}_k$ 和 $\boldsymbol{\beta}_k$ 近似为单位矩阵。若估计误差较大时其取值应增大。因此,不考虑 $\boldsymbol{\beta}_k$, $\boldsymbol{\alpha}_k$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_k$ 的取值又保证滤波收敛,就是确保 $K'_k \geq \|K_k\|$ 和式(36)成立,收敛问题也就变为对 $\hat{P}_{yy,k}$ 和 $\hat{P}_{k+1|k}$ 的数值处理。下面根据以上证明进一步给出具体改进算法。

3 RTSFA 目标跟踪算法步骤及应用

根据上述的收敛性结论,结合式(10)、(12), R_k 和 Q_k 的值成为关键。因此,引入自适应协方差矩阵,构造自适应 R_k 和 Q_k 如下^[10]:

$$Q_k = \rho \bar{\mathbf{y}}_k^T \bar{\mathbf{y}}_k \mathbf{I}_n + \delta \mathbf{I}_n \quad (43)$$

$$R_k = \sigma \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{Y}_{i,k}^* |_{k-1} \mathbf{Y}_{i,k}^{*T} |_{k-1} - \hat{\mathbf{y}}_k |_{k-1} \hat{\mathbf{y}}_k^T |_{k-1} + \zeta \mathbf{I}_m \quad (44)$$

这里构造调节因子 $\rho > 0, \sigma > 0$ 且足够大; $\delta > 0, \zeta > 0$ 且足够小。当状态估计误差较大时, R_k 和 Q_k 能够充分大使得 $\hat{P}_{yy,k}$ 和 $\hat{P}_{k+1|k}$ 增大,提高稳定性;

当状态估计误差较小时,其近似退化为稳定滤波状态,确保滤波精度。选择策略和注意事项如下:

1) 对于 σ 和 ζ ,将 δI_n 引入 Q_k 来近似确定;而 ρ 和 σ ,本文对 $\bar{\mathbf{y}}_k^T \bar{\mathbf{y}}_k$ 实行监控,并基于模糊逻辑设计参数选择策略,基本规则如下:

a. 如果 $\bar{\mathbf{y}}_k^T \bar{\mathbf{y}}_k \geq e_{\text{threshold}}$,表示估计误差大于给定的阈值,增加 ρ 和 σ 的值。

b. 如果 $\bar{\mathbf{y}}_k^T \bar{\mathbf{y}}_k \leq e_{\text{threshold}}$,表示估计误差小于给定的阈值,减少 ρ 和 σ 的值。

采用单点模糊产生器^[15],确定 2 个模糊集: D 为减少, I 为增加。选择 T-S 模型设计推理引擎, ρ 和 σ 的变化逻辑关系通过 Q_k 和 R_k 的递推关系为

若 $\bar{\mathbf{y}}_k^T \bar{\mathbf{y}}_k \in I$, 则

$$\begin{cases} Q_{k+1} = 10 \times Q_k \\ R_{k+1} = 10 \times R_k \end{cases} \quad (45)$$

若 $\bar{\mathbf{y}}_k^T \bar{\mathbf{y}}_k \in D$, 则

$$\begin{cases} Q_{k+1} = 0.1 \times Q_k \\ R_{k+1} = 0.1 \times R_k \end{cases} \quad (46)$$

2) 根据式(43)、(44),本文构造的自适应状态方程噪声协方差和量测方程噪声协方差仅与残差有关,当出现异常量测更新时会产生较大残差。因此,这里选择量测椭圆界限规则确定量测空间的有效区域,用于判定异常量测野值,描述如下:

$$\bar{\mathbf{y}}_k^T \mathbf{P}_{yy,k}^{-1} \bar{\mathbf{y}}_k \leq \gamma_G \quad (47)$$

式中 γ_G 为界限阈值,可从 χ^2 状态分布中得到^[16-17]。

RTSFA 的非线性目标跟踪算法总结如下:

a. 初始化后验概率密度函数

$$p(x_0) = N(\hat{x}_0, P_0) \quad (48)$$

b. 时间更新

由后验概率分布和 $\hat{P}_k = \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^T$ 计算采样点,由式(9)、(10)计算预测值 $\hat{x}_{k+1|k}$ 和误差协方差阵 $\hat{P}_{k+1|k}$ 。

3) 量测更新。通过式(11)得到量测预测值 $\hat{y}_{k+1|k}$ 、误差协方差阵 $\hat{P}_{yy,k+1|k}$ 、互协方差 $\hat{P}_{xy,k+1|k}$ 和滤波增益 K_{k+1} ,最后由式(14)~(16)进行状态更新。

4) 根据式(47)进行判定,不满足则按下式进行更新:

$$\mathbf{x}_{k+1} \leftarrow \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} \hat{\mathbf{P}}_{k+1} \leftarrow \hat{\mathbf{P}}_{k+1|k} \mathbf{Q}_{k+1} \leftarrow \mathbf{Q}_k \mathbf{R}_{k+1} \leftarrow \mathbf{R}_k \quad (49)$$

若满足则进行下一步。

5) 计算量测残差,递推噪声统计特性。由 $\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k} = \hat{\mathbf{y}}_{k+1} - \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}$ 得到残差,计算 $\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}^T \hat{\mathbf{y}}_{k+1|k}$, 并对其模糊集归属进行判定,根据式(45)、(46)对 \mathbf{Q}_{k+1} 和 R_{k+1} 修正。

6) 重复执行算法步骤 2)~5)。

4 仿真实验

4.1 实例 1:滤波初值信息不明纯方位跟踪

二维笛卡尔坐标系下,假设雷达测站位于坐标原点,目标在空间内沿方向角 30° 做近似匀加速直线飞行,目标运动模型的状态方程描述为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \omega_k \quad (50)$$

$$\mathbf{F}_x = \mathbf{F}_y = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{T^2}{2} \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$\mathbf{Q}_x = \mathbf{Q}_y = \begin{bmatrix} \frac{T^5}{20} & \frac{T^4}{8} & \frac{T^3}{6} \\ \frac{T^4}{8} & \frac{T^3}{3} & \frac{T^2}{2} \\ \frac{T^3}{6} & \frac{T^2}{2} & T \end{bmatrix} \quad (52)$$

式中: $\mathbf{x}_k = [x_k, \dot{x}_k, \ddot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, \ddot{y}_k]^T$ 为状态向量, $x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \ddot{x}_k, \ddot{y}_k$ 分别为跟踪目标在 x 和 y 方向位置、速度和加速度; ω_k 是零均值协方差为 \mathbf{Q}_k 的高斯白噪声, $\mathbf{F}_k = \text{diag}(\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y), \mathbf{Q}_k = q \times \text{diag}(\mathbf{Q}_x, \mathbf{Q}_y)$; $T=0.1$ 为采样间隔; $q=1$ 为噪声谱密度。

目标运动的量测方程为

$$\mathbf{z}_{k+1} = \begin{bmatrix} r_{k+1} \\ \theta_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_{k+1}^2 + y_{k+1}^2} \\ \arctan(y_{k+1}/x_{k+1}) \end{bmatrix} + \nu_{k+1} \quad (53)$$

式中: \mathbf{z}_{k+1} 为观测向量; r_{k+1} 为目标与雷达的直线距离; θ_{k+1} 为方位角; 量测噪声 ν_{k+1} 为零均值协方差高斯白噪声, $R_{k+1} = \text{diag}(\delta_{r+1}^2, \delta_{\theta+1}^2), \delta_{r+1} = 100$ 为距离误差标准差, $\delta_{\theta+1} = 0.01$ 为方位角误差标准差。

假设目标的理论初始位置为 $[200 \ 0]$, 初始速度和加速度分别为 $10 \text{ m/s}, 2 \text{ m/s}^2$ 。为了验证初始状态偏差较大时算法的性能, 设置滤波器的初始状态 $x_0 = [10 \ 30 \ 10 \ 50 \ 10 \ 10]^T$, 初始协方差矩阵 $\mathbf{P}_0 = 10^{-2} \mathbf{I}_6$, δ 和 ζ 分别取 10^{-6} 和 10^{-4} , 仿真数据产生步数 $N=100$ 。

首先,分析不同调节因子的影响,以 x 方向加速度信息为对象,取调节因子 ρ 和 σ 为常量 $10^2, 10^4$

和模糊值,并与 CKF 进行对比,结果如图 2 所示。在初始状态存在较大偏差时,CKF 失去跟踪能力,虽然能够基本收敛但滤波精度下降且收敛较慢。 10^4 RAKF(RAKF 为残差自适应卡尔曼滤波)和 RTSFA 较 CKF 明显具有较快的收敛速度,并减少由初始状态不准确引起的估计误差。尽管两者能克服滤波发散,但随着估计误差的减小,RTSFA 的模糊自适应调节因子相比于常量调节因子具有更高的滤波精度。 10^2 RAKF 较 10^4 RAKF(调节因子为 10^2 和 10^4 常值的 RAKF)具有更高的滤波精度,但其选择较小的调节因子,其收敛速度不理想。

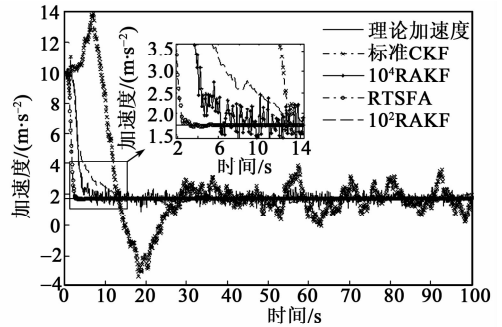


图 1 初始状态偏差较大时 x 方向加速度估计曲线

其次,为了更好的对比算法性能,使用加速度信息定义的均方误差均值:

$$\text{MRMSE} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [\ddot{x}_j^i - \hat{\ddot{x}}_j^i]^2 + [\ddot{y}_j^i - \hat{\ddot{y}}_j^i]^2} \quad (54)$$

式中: $\ddot{x}_j^i, \hat{\ddot{x}}_j^i$ 分别为 j 时刻第 i 次 \ddot{x}_k 的理论值和估计值; $\ddot{y}_j^i, \hat{\ddot{y}}_j^i$ 分别为 j 时刻第 i 次 \ddot{y}_k 的理论值和估计值; 蒙特卡洛 $M=50$, 仿真结果如表 1 所示。表中 CDKF 为中心差分卡尔曼滤波。

表 1 几种算法下 x 方向加速度均方误差均值

算法	均方误差均值
10^2 RAKF	1.515 3
10^4 RACKF	1.215 3
RTSFA	0.649 6
CKF	3.294 3
EKF	4.154 6
UKF	3.863 9
CDKF	3.354 2

当系统初值不明甚至存在较大偏差时,RTSFA 的算法跟踪性能优于其他确定采样卡尔曼滤波器,尤其是与常量调节因子的卡尔曼滤波相比具有更快的收敛速度,并能在估计误差减小时确保估计值更

接近真实值。

4.2 实例 2:量测噪声时变纯方位目标跟踪

基于实例 1 的仿真环境,目标在空间内以一定角速度做机动转弯,运动量测方程和噪声特性形式仿照实例 1 定义,目标运动模型的状态方程描述为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma} \omega_k \quad (55)$$

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\Omega T)}{\Omega} & 0 & -\frac{1-\cos(\Omega T)}{\Omega} \\ 0 & \cos(\Omega T) & 0 & -\sin(\Omega T) \\ 0 & \frac{1-\cos(\Omega T)}{\Omega} & 1 & \frac{\sin(\Omega T)}{\Omega} \\ 0 & \sin(\Omega T) & 0 & \cos(\Omega T) \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (57)$$

式中:状态向量 $\mathbf{x}_k = [x_k, \dot{x}_k, y_k, \dot{y}_k, \Omega]^T$, x_k, y_k 和 \dot{x}_k, \dot{y}_k 分别为跟踪目标在 x, y 方向位置和速度; $T = 1$ 为采样间隔; Ω 为转弯角速度。

系统噪声协方差 $\mathbf{Q}_k = \text{diag}(\lambda_1 W, \lambda_1 W, \lambda_2 T)$, 其中 $\lambda_1 = 0.1 \text{ m}^2/\text{s}^3, \lambda_2 = 1.75 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^3, \mathbf{W} = \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix}$ 。假设量测噪声时变,仿真步数 $N = 150$,按下设定仿真过程量测噪声特性:

$$\mathbf{R}_k = \begin{cases} \text{diag}(5^2, 0.5^2) & 1 \leq k \leq 30 \\ \text{diag}(8^2, 0.8^2) & 31 \leq k \leq 90 \\ \text{diag}(4^2, 0.4^2) & 91 \leq k \leq 150 \end{cases} \quad (58)$$

使用均方根误差评价性能,系统真实初值 $\mathbf{P}_0 = [0.1 \text{ m}^2 \quad 0.01 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad 0.1 \text{ m}^2 \quad 0.1 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad 0.01 \text{ mrad}^2/\text{s}^2]^T, \mathbf{x}_0 = [500 \text{ m} \quad 30 \text{ m/s} \quad 300 \text{ m} \quad 50 \text{ m/s} \quad 3 \text{ (}^\circ\text{)/s}]^T$,先验量测噪声 $\mathbf{R} = \text{diag}(5^2, 0.5^2)$,对 RTSFA、CKF、 10^2 RAKF、 10^4 RAKF,分别做 100 次蒙特卡罗仿真实验,状态估计的初始值 \hat{x}_0 由服从分布 $N(\mathbf{x}_0, \mathbf{P}_0)$ 随机生成。

在量测噪声时变的条件下,图 2~4 分别为 4 种算法跟踪目标的位置、速度和角速度的均方根误差结果。在目标跟踪 30 s 内,量测噪声与先验量测噪声相对一致,4 种滤波估计误差相差不大。

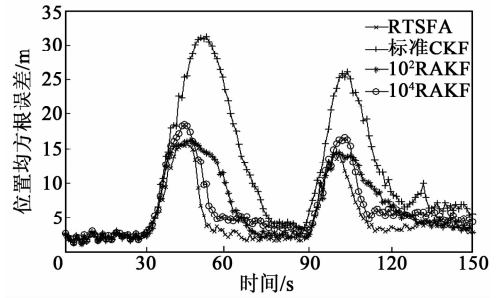


图 2 4 种算法下位置的均方根误差

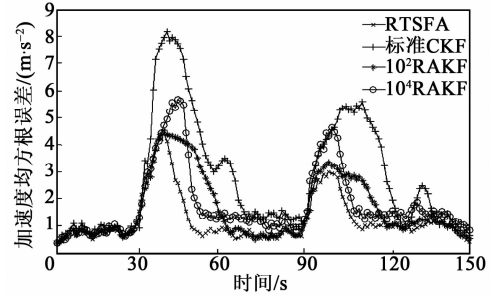


图 3 4 种算法下加速度均方根误差

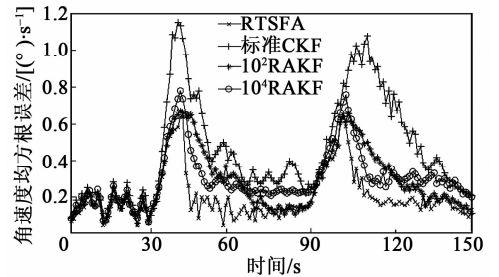


图 4 4 种算法下角速度均方根误差

在 31~90 s 和 91~150 s 时量测噪声发生变化,先验量测噪声协方差不能对系统量测噪声进行准确数学描述,4 种算法估计误差都开始迅速变大。与其他 3 种算法相比,标准 CKF 算法不具备调整量测噪声协方差的能力,估计误差随时间更新逐步加大,滤波精度下降,收敛较迟缓; 10^2 RAKF 采用较小调节因子,能有效提高滤波精度,避免滤波发散,但收敛较缓慢; 10^4 RAKF 收敛快,但收敛后精度较差。表 2 为 4 种算法的状态估计均方根误差均值统计数据。

表 2 4 种算法下状态估计均方误差均值

算法	位置均方根误差均值/m	速度均方根误差均值/(m·s ⁻²)	角速度均方根误差均值/[(°)·s ⁻¹]
10^2 RAKF	7.768 9	2.043 4	0.330 4
10^4 RAKF	8.062 4	2.215 6	0.336 5
RTSFA	6.109 7	1.549 8	0.242 5
标准 CKF	14.253 6	3.458 8	0.534 4

RTSFA 算法基于量测残差和模糊逻辑递推量测噪声协方差阵,使 R 更接近真实值,克服时变噪声统计特性引起的滤波发散问题。由图 2~4 及表 2 可知,本文算法的滤波估计精度和收敛速率优于其他 3 种算法,跟踪数据更接近真实值。

5 结论

1) 提出一种基于残差的模糊自适应(RTSFA)非线性目标跟踪算法。该算法根据 Sigma 点卡尔曼滤波(SPKF)的基本框架和球面径向规则推导出线性化误差约束条件下的近似高斯权值积分一般形式。同时,利用李雅普诺夫第二方法证明了 RTSFA 非线性目标跟踪算法估计误差有界收敛的充分条件,并构造一种噪声估计器在线修正噪声统计特性,引入 T-S 模糊逻辑算法和量测椭圆界限规则选择准确的自适应噪声协方差调节因子,有效抑制传统非线性跟踪算法因噪声统计不准引起的滤波发散,增强非线性滤波器应对目标跟踪的鲁棒性。

2) 将本文算法应用于信息不明和量测噪声时变纯方位目标跟踪中进行仿真验证,在目标因初值误差和量测时变引起估计误差变大时,与其他确定性采样卡尔曼滤波器和常量调节因子的残差自适应卡尔曼滤波相比,该方法具有更强的鲁棒性和更快的收敛速度,表现出更好的跟踪能力。

参考文献:

- [1] JULIER S J, UHLMANN J K. A new approach for filtering nonlinear system [C]//Seattle Washington, Proc of the 1995 American Control Conf, IEEE, 1995: 1628-1632.
- [2] JULIER S J, UHLMANN J K. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators[J]. IEEE Trans on Automatic and Control, 2000, 45(3): 477-482.
- [3] ARASARATNAM I, HAYKIN S. A numerical-integration perspective on Gaussian filters [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(8): 1254-1269.
- [4] 姜鑫,周广涛,石惠文,等.重力辅助惯性导航中延时误差补偿算法研究[J]. 压电与声光, 2015, 37(1): 113-116.
JIANG Xin, ZHOU Guangtao, SHI Huiwen, et al. Research on time delay compensation algorithm for gravity aided inertial navigation system [J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2015, 37(1): 113-116.
- [5] 赵曦晶,汪立新,何志昆,等.平方根容积卡尔曼滤波在角测量跟踪中的应用[J]. 压电与声光, 2014, 36(03): 445-449.
ZHAO Xijing, WANG Lixin, HE Zhikun, et al. Applications of square root cubature Kalman filtering to bearing only tracking[J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2014, 36(03): 445-449.
- [6] REIF K, GUNTHER S, YAZ E, et al. Stochastic stability of the discrete-time extended Kalman filter[J]. IEEE Trans Autom Control, 1999, 44(4): 714-728.
- [7] XIONG K, ZHANG H Y, CHAN C W. Performance evaluation of UKF-based nonlinear filtering[J]. Automatica, 2006, 42(2): 261-270.
- [8] 孙妍,鲁涤强,陈启军.一种基于强跟踪的改进容积卡尔曼滤波器[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2013, 41: 451-454.
SUN Y, LU D Q, CHEN Q J. An improved cubature Kalman filters based on strong tracking [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition), 2013, 41: 451-454.
- [9] 刘德华.优化 CamShift 算法的适应度函数的船舶跟踪改进算法[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2017(6): 140-146.
LIU Dehua. Improved algorithm of ship tracking by optimizing the fitness function of the CamShift algorithm [J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2017(6): 140-146.
- [10] BOUTAYEB M, AUBRY D. A strong tracking extended Kalman observer for nonlinear discrete-time systems [J]. IEEE Trans Autom Control, 1999, 44(8): 1550-1556.
- [11] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman smoothers[J]. Automatica, 2011, 47(10): 2245-2250.
- [12] 王小旭,潘泉,黄鹤,等.非线性系统确定采样型滤波算法综述[J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 801-812.
WANG Xiaoxu, PAN Quan, HUANG He, et al. Overview of deterministic sampling filtering algorithms for nonlinear system [J]. Control and Decision, 2012, 27(6): 801-812.
- [13] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Trans on Automatic, Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [14] CHANDRA K P B, DA-WEI G, POSTLETHWAITE I. Square root cubature information filter [J]. IEEE Sens J, 2013, 13(2): 750-758.