

基于权重系数调控的阵列天线阵元方向布局优化

牟健慧,王 建,汤 易,卢玉娇,侯佩佩

(烟台大学 机电汽车工程学院,山东 烟台 264005)

摘要:研究建立了一种基于权重系数调控的阵列天线阵元方向布局优化方法。该方法以阵列天线最大增益和最大旁瓣之差的加权和为适应度函数,通过合理选取主辐射方向增益与最大旁瓣之差和最大增益的权重系数,实现了阵列天线高增益、低旁瓣的设计需求,讨论了不同权重系数下的优化结果,并总结了权重系数调控阵列天线辐射性能的规律。采用基于矩量法的全波分析方法进行分析,充分考虑了阵列天线各阵元耦合场的影响。基于遗传算法求解了该文提出的优化问题,并实现了线性和平面偶极子阵列天线各阵元方向布局的优化设计。结果表明,当线性和平面阵列天线方向布局优化设计的权重系数分别取 0.45 和 0.9 时,所建立的优化方法不仅降低了旁瓣电平和交叉极化增益,并且能够保证主辐射方向增益下降不大,从而验证了该方法的可行性和有效性。

关键词:阵列天线;阵元方向布局;线性阵列;平面阵列;权重系数;矩量法

中图分类号:TN820 **文献标识码:**A

Orientation Arrangement Optimization Method for Antenna-Arrays Based on Weight Coefficient Regulation

MU Jianhui, WANG Jian, TANG Yi, LU Yujiao, HOU Peipei

(School of Electromechanical and Automotive Engineering, Yantai University, Yantai 264005, China)

Abstract: In this study, an optimization method for the orientation arrangement of antenna-array elements to achieve high gain and low sidelobe levels (SLL) based on weight coefficient regulation, is proposed. In the method, the fitness function is defined as the weighted sum of the maximum gain and the difference between the maximum gain and SLL. By introducing an appropriate weight coefficient, the design requirements of the antenna-arrays for high gain and low SLL are realized. The optimization results under different weight coefficients are discussed, and the radiation patterns are synthesized and summarized based on these coefficients. The full-wave method of moments (MoM) is adopted to adequately consider the coupling field of each array element. The optimization problem is solved via a genetic algorithm (GA), and two typical examples, including linear and planar dipole antennas, are presented. The results show that when weight coefficients of 0.45 and 0.9 are used, the established optimization method significantly reduces SLL and cross-polarization gain, while ensuring that the main beam gain in the desired direction is maintained. Thus, the results verify the effectiveness of the proposed method.

Key words: antenna-array; orientation arrangement; linear dipole antennas; planar dipole antennas; weight coefficients; method of moments

0 引言

具有高增益、低旁瓣性能的阵列天线是实现无线通信系统信号增强、抗干扰能力提升的关键。已有研究表明,通过设计阵列布局(阵列间距、阵列几何参数和单元布局方向)可实现阵列天线高增益、

低旁瓣的辐射性能^[1-4]。其中,优化阵元方向布局是有效的设计方式,通过合理调整各阵元方向不仅能提高主辐射方向最大增益,还能抑制主辐射方向的旁瓣电平,同时限制交叉极化增益^[5-7]。Khalili 等^[5]设计了一种具有高增益低旁瓣的均匀线性阵列,通过双端

收稿日期:2024-04-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(5217051006);山东省自然科学基金资助项目(ZR2021ME223);烟台市科技规划资助项目(2022GCCRC158)

作者简介:牟健慧(1983-),女,山东省烟台市人,教授,硕士生导师,博士。通信作者:汤易(1991-),男,讲师,博士。

口网络模型对阵列单元进行电磁全波仿真,采用串联馈电方式来实现低旁瓣效果。欧等^[6]设计了一种高增益的圆形贴片天线阵列,通过圆形贴片的短引脚加载技术与阵列成形技术相配合使用,显著提高了贴片天线的增益,并抑制了旁瓣电平。因此,面向阵列天线高增益低旁瓣的设计需求,研究阵列天线布局方向的优化设计方法具有重要意义。

改变阵元方向布局,实现高增益低旁瓣的阵列天线布局设计需要解决两个关键问题:

1) 如何有效地描述优化迭代过程中阵列布局变化对目标性能的影响。阵列天线各阵元间存在互耦效应,严重影响阵列天线的辐射性能^[8-10]。因此,阵列天线布局设计中互耦效应是必须要考虑的关键要素。方向图相乘原理^[11]虽能通过各阵元辐射场的叠加,实现阵列天线整体辐射性能的快速预测,但难以严格考虑各阵元辐射场间的相互耦合效应,无法保证阵列布局的精准设计。尤其是对于阵列天线布局方向优化设计问题,阵列天线阵元的旋转会造成耦合响应增强^[12],需采用全波分析法严格考虑阵元间的互耦效应,从而精准捕捉阵列布局变化对阵列天线辐射性能的影响。常用的电磁场全波分析方法包括矩量法、有限元法和时域有限差分法^[13-14],其中,矩量法通过引入自由空间内的格林函数对电场积分方程进行求解,将电磁场辐射或散射问题的求解降低了一个空间维度,避免了在阵列天线结构周围引入额外的辐射域及相应域内复杂的三维网格剖分,有利于参数化描述优化迭代中阵列天线布局方向的变化^[15-17]。因此,矩量法适用于求解阵列天线布局方向优化设计问题。

2) 针对阵列天线高增益、低旁瓣的需求,需建立合理的目标性能数学描述模型。由于阵元方向的变化会改变阵列天线的极化方式,致使交叉极化场的增强。因此,目标性能描述函数需综合考虑主方向极化增益、旁瓣电平及交叉极化增益。现有的高增益低旁瓣阵列天线布局优化设计模型大多仅考虑了旁瓣电平和交叉极化增益^[18-19]。文献[20]设计了一种适用于地下煤矿机器人环境感知的宽带低副瓣毫米波微带天线,该阵列天线采取切比雪夫阵列实现低旁瓣特性,并实现具有高增益的辐射性能。文献[21]提出了通过降低旁瓣电平和交叉极化增益来优化阵列天线旁瓣和交叉极化增益,以抑制其对辐射性能的干扰。此类描述模型仅适用

于阵列天线总辐射能量一定的情况,即在总辐射能量一定条件下,降低旁瓣电平和交叉极化增益可间接提升主方向极化增益。实际上,阵列天线各阵元间的互耦效应将造成各阵元等效辐射电阻值的变化,进而影响总辐射能量,使得设计中可能出现主辐射方向增益及旁瓣电平同时下降过大,进而影响阵列天线辐射性能的情况。此时,不仅需降低旁瓣电平及交叉极化增益,还要限制主方向最大增益的下降程度。因此,面向阵列天线高增益低旁瓣的性能需求,仍需提出更合理的目标性能数学描述模型,以综合考虑主辐射方向增益、旁瓣电平和交叉极化增益3个因素的影响。

针对上述问题,本文提出一种基于遗传算法的高增益低旁瓣阵列天线阵元方向布局优化方法。该方法以阵列天线最大增益和最大旁瓣之差的加权和为适应度函数,通过分析0.1~0.9范围内不同权重值所得的目标函数来计算优化结果,以获得推荐的权重值,优化设计各单元的布局方向,实现高增益低旁瓣阵列天线布局方向的设计。为了严格考虑阵列天线各阵元间的互耦,采用基于矩量法的全波分析方法求解阵列天线的空间辐射特性,以实现阵列天线布局方向的精准设计。基于建立的优化方法,实现了线性和平面偶极子天线阵列优化设计,验证了本文所提设计方法的有效性。

1 基于矩量法的辐射场分析方法

阵列天线的电磁场可认为是各阵元金属外表面积 S 的表面电流的辐射电磁场。基于矩量法的思想以及电场积分方程,位于 \mathbf{r}' 处的电流源在位置 \mathbf{r} 处的散射电磁场可表示为

$$\mathbf{E}^S(\mathbf{r}) = -j\omega\mu_0\mathbf{A}^S(\mathbf{r}) + \frac{1}{j\omega\mu_0}\nabla[\nabla\cdot\mathbf{A}^S(\mathbf{r})] \quad (1)$$

式中: ϵ_0, μ_0 分别为自由空间的介电常数和磁导率; ω, k 分别为角频率和波数; G 为自由空间 Green 函数; \mathbf{A}^S 为矢量磁势,可通过表面 S 上的表面电流 \mathbf{J} 结合自由空间 Green 函数计算:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \int_S G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\mathbf{J}(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' \quad (2)$$

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (3)$$

根据完美电边界条件,导体表面 S 上任意点 \mathbf{r} 处的总电场沿导体表面切向分量为0,此时有:

$$\mathbf{n} \times [\mathbf{E}^S(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r})] = 0 \quad (\forall \mathbf{r} \in S) \quad (4)$$

式中: \mathbf{n} 为导体表面的单位法向矢量; \mathbf{E}^S 为散射电场; \mathbf{E}^{inc} 为入射电场。将待求表面电流 \mathbf{J} 用一系列 RWG 基函数离散, 可得矩阵形式的控制方程^[8]为

$$\sum_{n=1}^{N_e} Z_{mn} \mathbf{I}_n = \mathbf{V}_m \quad (m = 1, 2, \dots, N_e) \quad (5)$$

$$Z_{mn} = jk \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \iint_{S_m} \iint_{S_n} [\mathbf{B}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{B}_n(\mathbf{r}') - \frac{1}{k^2} \nabla \cdot \mathbf{B}_m(\mathbf{r}) \nabla' \cdot \mathbf{B}_n(\mathbf{r}')] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS_n dS_m \quad (6)$$

$$\mathbf{V}_m = \int_{S_m} \mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{B}_m(\mathbf{r}) dS_m \quad (7)$$

式中: \mathbf{B}_n 为 RWG 基函数; \mathbf{I} 为待求的表面电流向量; \mathbf{V} 为电压源向量。

阵列天线的增益 G_m 与辐射功率 W_{rad} 可通过下式求解:

$$G_m = 10 \log_{10} \frac{4\pi \max(|\mathbf{W}(\mathbf{r}_0)| \mathbf{r}_0 \cdot \mathbf{r}_0)|_{\mathbf{r}_0 \in \Gamma}}{W_{\text{rad}}} \quad (8)$$

$$W_{\text{rad}} = \oint_{\Gamma} |\mathbf{W}(\mathbf{r}_0)| d\Gamma \quad (\mathbf{r}_0 \in \Gamma) \quad (9)$$

$$\mathbf{W}(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{2} \mathbf{R}(\mathbf{E}^S(\mathbf{r}_0) \times \mathbf{H}^{S*}(\mathbf{r}_0)) \quad (10)$$

式中: Γ 为包围阵列天线的截断边界; \mathbf{r}_0 为 Γ 上的场点; \mathbf{H}^S 为散射磁场; \mathbf{W} 为波印廷矢量的时间平均值; $|\mathbf{W}(\mathbf{r}_0)|$ 代表 \mathbf{r}_0 处的能量密度; $(*)^*$ 为共轭算子; $|\ast|$ 为二阶范数算子。

矩量法具有全波分析的性质, 不仅可准确地分析计算阵列天线阵元间互耦效应, 还能避免阵列天线周围辐射域的复杂三维网格剖分, 有利于阵列天线的参数化建模。

2 适应度函数

遗传算法是通过设计变量的基因进行编码模拟进化过程来搜索全局最优解的方法。遗传算法从设计问题解的串集开始全局搜索, 使用适应度函数来评估目标性能, 从而更新设计变量得到最优解。因此, 基于遗传算法的优化设计问题, 适应度函数需要根据设计需求进行合理的数学描述^[22], 从而保证优化过程求解的准确性。

针对高增益低旁瓣阵列天线布局方向优化设计问题, 文献^[22]中常用的适应度函数同时限制了旁瓣

电平和交叉极化增益, 通过最小化适应度函数达到高增益低旁瓣的设计目标。其适应度函数可表示为

$$F = \max(SLL, CPL) \quad (11)$$

式中: F 为适应度函数; SLL 为同极化方向的旁瓣电平值; CPL 为交叉极化增益值。

随着阵列天线阵元角度的改变, 阵列天线主辐射方向的最大增益有不同程度的下降, 主辐射方向能量发生偏移, 而辐射能量的变化又会引起旁瓣电平和交叉极化增益的升高。并且因考虑阵列天线阵元间的互耦效应, 可能出现主辐射方向最大增益、旁瓣电平及交叉极化增益同时下降程度过大的情况。因此, 适应度函数不仅要考虑降低主辐射方向旁瓣电平和交叉极化增益, 还要考虑主辐射方向的最大增益, 限制主辐射方向最大增益的下降程度。选择了主方向主辐射方向最大增益、最大增益与旁瓣增益之差的加权和进行研究, 通过最大化适应度函数实现高增益低旁瓣的目的。定义其适应度函数为

$$fit = a[\max(D) - \max(SLL, CPL)] + (1-a)\max(D) \quad (12)$$

式中: D 为主辐射方向的增益值; $a \in [0, 1]$ 为权重值。

为了限制主辐射方向最大增益值的下降程度, 式(12)中引入了主辐射方向的最大增益 D , 并赋予旁瓣电平和交叉极化增益不同的权重, 保证特定主辐射能量下旁瓣电平和交叉极化增益取得最小值, 防止主辐射方向最大增益随着旁瓣电平和交叉极化增益的变化下降程度过大, 影响阵列天线的辐射性能。当 $a=0$ 时, 适应度函数仅考虑主辐射方向最大增益; 当 $a=1$ 时, 适应度函数仅考虑旁瓣电平及交叉极化增益值。后续线性阵列算例分析了 0.1~0.9 内间隔 0.05 的不同权重值对优化问题的影响, 不仅增加优化过程的准确性, 还确保算例结果的可靠性。

3 数值算例

3.1 线性阵列

以线性偶极子阵列天线布局方向设计为例, 验证优化设计方法的有效性。图 1 为线性阵列天线初始布局。线性阵列天线由 22 个偶极子阵列单元组成, 每个偶极子天线均沿着 z 方向竖直排列, 所有的阵列单元间距(d)和每个偶极子长度(L)均为 $\lambda/2$; 仿真频率为 1 GHz, 每个阵列单元的半径为 $\lambda/100$, 其中 λ 为波长。通过矩量法分析计算天线在主辐射方向

最大增益为 17.5 dB,最大旁瓣增益为 6 dB。

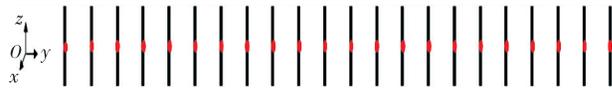


图 1 偶极子阵列天线算例

基于遗传算法利用式(11)、(12)在相同条件下分别进行优化计算,对比分析两者在线性阵列设计中的差异。优化设计中,设种群数为 20,交叉率为 0.75,变异率为 0.2。优化过程中,固定阵列天线中心处的 2 个偶极子阵列单元以保证阵列天线的偏振状态,并且为抵消阵列天线在基准线处交叉极化电场,采用空间对称性设计,此时设计变量为 11 个偶极子天线的旋转角度,设计变量旋转角度的范围为 $[0, \pi/2]$ 。

为了分析不同权重值对主辐射方向最大增益的调控程度,在 0.1~0.9 内取 17 个不同的权重值进行优化设计分析,优化结果性能如图 2 所示。随着权重值的增大,主辐射方向的最大增益整体呈现出增长的趋势,这种现象符合式(11)中因权重值的增大而引起旁瓣电平及交叉极化增益所占的比重减小的规律;符合主辐射方向最大增益因比重增加而呈上升趋势的规律,从而达到既保证主辐射方向最大增益,又有效地降低旁瓣电平和交叉极化增益的目的。

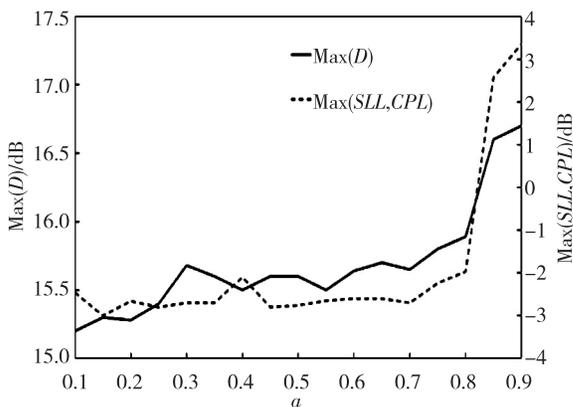


图 2 不同权重值条件下优化结果性能

图 3 为采用文献[22]适应度函数对应的优化结果。图 4 为采用本文所提出适应度函数对应的优化结果。图 5 为本文与文献[22]两种优化结果的极化方向图。其中,实线表示同极化方向增益,虚线表示交叉极化方向增益。经过计算,采用文献[22]中适应度函数优化后的阵列天线主辐射方向的最大增益为 15.6 dB,最大旁瓣电平为 2.22 dB。采用本文所提出的适应度函数优化后的阵列天线主辐射方向的最大增益为 15.6 dB,最大旁瓣电平为-2.8 dB。

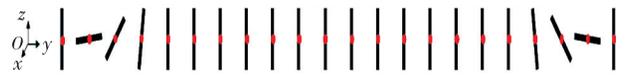


图 3 采用文献[22]中适应度函数的优化结果

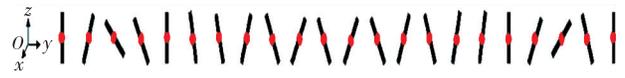


图 4 采用本文提出的适应度函数的优化结果(权重值为 0.45)

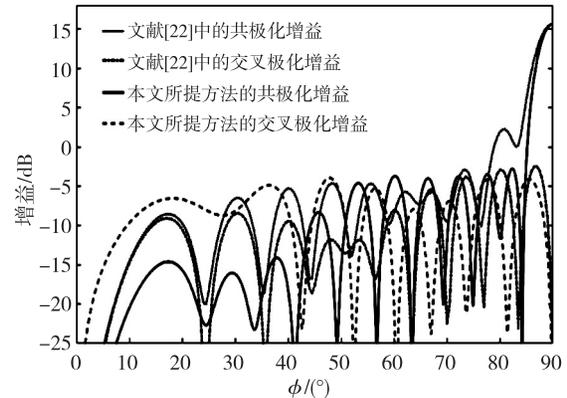


图 5 两种优化结果的极化方向图

表 1 为分别采用本文所提适应度函数和文献[22]中适应度函数所得优化结果及初始设计结果的性能。由表可知,根据高增益低旁瓣的需求,采用本文提出的适应度函数在权重值为 0.45 时,其优化结果比初始设计最大增益值仅降低了 2.1 dB,但最大旁瓣电平下降了 8.8 dB。此外,本文所提方法与文献[22]结果的最大增益值基本相同,最大旁瓣电平下降了 5.02 dB。说明引入权重因子的适应度函数不仅保证了主辐射方向最大增益,还有效地降低了主辐射方向旁瓣电平和交叉极化增益,提高了线性阵列天线的辐射性能。在权重值为 0.3、0.45 和 0.7 时,其优化结果的主瓣增益接近,且差值相近。与权重值为 0.3 和 0.7 相比,权重值为 0.45 时,本文所提方法的最大旁瓣增益达到最小值,且旁瓣增益显著降低,同时获得的目标函数值更小。此外,权重值为 0.45 时迭代结果表明,此处主辐射方向的最大增益更高。由此可知,权重值为 0.45 时得到的线性阵列优化结果验证了本文所提方法的有效性。

表 1 优化结果与初始设计性能对比

性能指标	初始设计	文献[22]优化结果	本文优化结果
Max(D) /dB	17.5	15.6	15.6
Max(SLL, CPL) /dB	6	2.22	-2.8

3.2 平面阵列

考虑平面阵列天线设计算例来验证本文所提设计方法的有效性和合理性,阵列天线初始布局如图6所示。平面阵列天线是由 xz 平面上 10×10 个阵列单元的偶极子天线构成,固定阵列天线中心处的4个偶极子阵列单元,初始设计每个偶极子天线均平行于 z 方向,此时天线阵列仅有同极化未交叉极化,阵列单元间距和每个偶极子长度均为 $\lambda/2$,中心频率与每个阵元半径均与线性阵列天线算例相同。

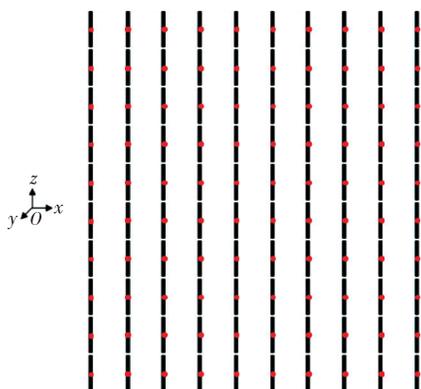


图6 平面偶极子阵列天线初始布局图

平面阵列天线算例仍采用沿 x 、 z 轴空间对称的形式,此时平面阵列天线有24个设计变量,设计变量的取值范围为 $[-\pi/2, \pi/2]$ 。图7为文献[22]中的适应度函数优化后的结果。经过计算,主辐射方向的最大增益值为20 dB,最大旁瓣电平为6.85 dB。

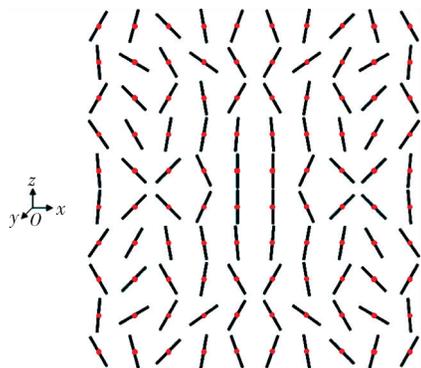


图7 平面阵列现有优化布局图

利用本文所提出的适应度函数优化平面阵列天线,权重值选择为0.9。图8为平面阵列天线优化结果。经过计算,主辐射方向的最大增益值为21 dB,最大旁瓣电平为7.6 dB。

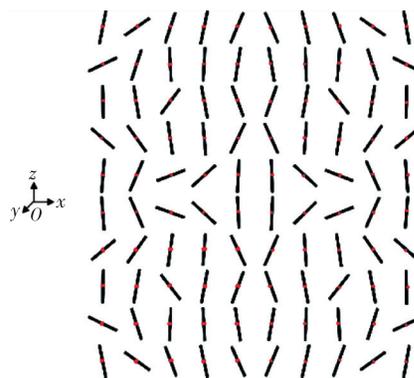


图8 平面阵列优化布局图

表2为采用不同的适应度函数所得到的优化布局与初始设计结果的性能。由表可知,基于文献[22]优化结果的最大增益为20 dB,比初始设计下降明显,而采用本文所提方法在权重值为0.9时得到的优化布局与初始设计最大增益值基本持平,仅降低了0.5 dB。两种优化设计在旁瓣电平方面均下降,本文所提方法的最大旁瓣电平较初始设计下降了0.81 dB,较采用文献[22]优化结果的最大增益值基本相同,并具有最大的增益宽度。由此可见,运用本文所提方法优化平面阵列,其优化结果在保证主辐射最大增益的基础上,降低了旁瓣电平和交叉极化增益,提高了平面阵列天线的辐射性能。因此,平面阵列算例也验证了本文所提优化方法的有效性和可扩展性。

表2 平面阵列优化布局性能及初始设计结果性能对比

性能指标	初始设计	文献[22]优化结果	本文优化结果
Max(D)/dB	21.5	20.0	21.0
Max(SLL, CPL)/dB	8.41	6.85	7.60

4 结束语

本文提出了一种基于遗传算法的高增益低旁瓣阵列天线阵元方向布局优化方法。该方法采用矩量法分析天线辐射场,可准确考虑阵列天线阵元之间互耦效应。以阵列天线最大增益和最大旁瓣之差的加权和作为适应度函数,可综合考虑阵列天线主辐射方向最大增益、最大旁瓣电平及交叉极化增益。通过分析引入权重因子的适应度函数,在0.1~0.9范围内对不同权重值进行计算,根据所得的优化结果选取合适的权重值,从而达到调控主辐射方向能量的目的。其中线性阵列算例优化后的最大旁瓣增益比初始设计显著降低了8.8 dB。平

面阵列算例优化后的最大旁瓣增益比初始设计降低了 0.81 dB,并且两者的主辐射方向最大增益与初始设计相比基本不变。故线性阵列和平面阵列布局优化算例均验证了本文所提方法在保证主辐射最大增益的基础上,显著降低了旁瓣电平 and 交叉极化增益,提高了阵列天线的辐射性能。

参考文献:

- [1] ZHANG Zhehao, LI Mei, DAI Qi, et al. Compact, wideband, dual-band polarization and pattern diversity antenna for vehicle communications[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2023, 71(5): 4528-4533.
- [2] LI Hao, LI Yue. Low-sidelobe antenna array based on evanescent mode of cutoff waveguide[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2022, 70(12): 11608-11616.
- [3] ESHAQ N, LEE H S, SONG H J, et al. Vehicle spoiler integrated and hidden 5G antenna[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2023, 22(4): 734-738.
- [4] LIANG Qiankun, WU Huaning, CHEN Bin. Design of linear and circular antenna arrays for sidelobe reduction using a novel modified sparrow search algorithm[J]. *Wireless Personal Communications*, 2023, 130(2): 1-25.
- [5] KHALIL H, MOHAMMADPOUR-AGHDA K, ALAMDAR S, et al. Low-cost series-fed microstrip antenna arrays with extremely low sidelobe levels[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2018, 66(9): 4606-4612.
- [6] OU Junhui, HUANG Jingwen, LIU Jian, et al. High-gain circular patch antenna and array with introduction of multiple shorting pins[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2020, 68(9): 6505-6515.
- [7] LU Liang, JIAO Yongchang, WENG Ziben, et al. Design of low-sidelobe circularly polarized loop linear array fed by the slotted SIW[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2017, 16: 537-540.
- [8] LOU Shunxi, QIAN Sihao, WANG Wei. Influence of random errors in element positions on performance of antenna arrays considering mutual coupling effect[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2023, 22(9): 2215-2219.
- [9] 沈静,万国宾,尤立志,等. 基于互耦效应的相控阵天线有源反射系数研究[J]. *微波学报*, 2019, 35(1): 24-28.
- SHEN Jing, WAN Guobin, YOU Lizhi, et al. Simulation and experimental studies for the active reflection coefficient of phased array antenna on mutual coupling[J]. *Journal of Microwaves*, 2019, 35(1): 24-28.
- [10] 杜永兴,李晨璐,秦岭,等. 多径环境下阵列波达方向估计及互耦校正[J]. *微波学报*, 2019, 35(3): 24-28.
- DU Yongxing, LI Chenlu, QIN Ling, et al. Array DOA estimation and mutual coupling calibration algorithm for multipath condition[J]. *Journal of Microwaves*, 2019, 35(3): 24-28.
- [11] 张青,宗鹏. 基于 RWG 法分析考虑互耦的阵列方向特性[J]. *现代雷达*, 2010, 32(6): 73-76.
- ZHANG Qing, ZONG Peng. Analysis of array's direction on characteristics if mutual coupling based on RWG[J]. *Modern Radar*, 2010, 32(6): 73-76.
- [12] 徐鹏颖,蔺卡宾,韩宝庆,等. 阵列天线电磁-结构-热耦合理论: 现在与未来[J]. *电子学报*, 2022, 50(12): 2817-2853.
- XU Pengying, LIN Kabin, HAN Baoqing, et al. Electromagnetic-structural-thermal coupling theory for array antenna: Present and future[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2022, 50(12): 2817-2853.
- [13] MAKARO S. MoM antenna simulations, with matlab: RWG basis functions[J]. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2001, 43(5): 100-107.
- [14] 王奇. 基于拓扑优化的金属天线结构的设计方法[D]. 大连:大连理工大学, 2017.
- [15] LIU Shutian, WANG Qi, GAO Renjing. MoM-based topology optimization method for planar metallic antenna design[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2016, 32(6): 1058-1064.
- [16] LIU Shutian, WANG Qi, GAO Renjing. A topology optimization method for design of small GPR antennas[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2014, 50(6): 1165-1174.
- [17] WANG Qi, GAO Renjing, LIU Shutian. A novel parameterization method for the topology optimization of metallic antenna design[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2017, 33(6): 1040-1050.
- [18] 李鑫宇,王鹏毅,夏双志,等. 一种广域稀布雷达低旁瓣波束形成方法[J]. *计算机测量与控制*, 2023, 31(5): 271-277.
- LI Xinyu, WANG Pengyi, XIA Shuangzhi, et al. A beam-forming method with low side-lobe for widely sparse radar[J]. *Computer Measurement & Control*, 2023, 31(5): 271-277.